

# Compressive Sensing appliqué au traitement de données InSAR pour le suivi de la déformation des zones urbaines

■ Matthieu REBMEISTER

Les méthodes de traitement du signal, dites de "Compressive Sensing", ont été développées vers la fin des années 1990 afin de résoudre des systèmes linéaires sous-déterminés. Il est envisageable d'appliquer ces nouveaux algorithmes aux images SAR à cause de leur géométrie d'acquisition particulière. À partir de plusieurs scènes SAR, il est possible de reconstruire la hauteur de chaque pixel possédant au minimum un réflecteur dominant et d'estimer la vitesse de déformation linéaire ainsi que la dilatation thermique des points concernés. Le problème est mal conditionné, ce qui signifie que sa résolution via les algorithmes de Compressive Sensing ne suffit pas à obtenir une solution robuste et plusieurs traitements doivent être effectués pour améliorer le résultat fourni. Un algorithme de traitement complet a été développé et est présenté dans cet article. Afin de tester son efficacité, celui-ci est appliqué sur des données issues du satellite TerraSAR-X. Les résultats montrent que l'estimation est cohérente avec le contexte topographique et urbain. L'algorithme développé permet ainsi de reconstruire en 3D et de suivre le déplacement des zones étudiées.

## Persistent Scatterer Interferometry (PSI) et Tomographie via télédétection SAR

### ■ PSI

La télédétection SAR (angl. : *Synthetic Aperture Radar*) fait partie des systèmes de mesures actifs depuis plus de quarante ans. Une image SAR est composée de pixels contenant chacun un nombre complexe, à savoir une amplitude et une phase. Les satellites SAR reprennent une acquisition de la même zone géographique deux à trois fois par mois en moyenne. La phase est l'information la plus intéressante en géodésie et topographie, car elle contient la notion de distance. Le traitement statistique de la phase interférométrique de plusieurs acquisitions permet ainsi de déterminer les déformations de la zone géographique étudiée.

### ■ MOTS-CLÉS

InSAR, PSI, tomographie, Compressive Sensing, Estimation paramétrique, télédétection

acquisitions. Le modèle utilisé pour la phase mesurée est traduit par l'équation (1), où les indices  $h$ ,  $v$ ,  $\alpha$  et  $A$  représentent respectivement la hauteur, la vitesse de déformation, la dilatation thermique et la perturbation atmosphérique.  $b$  représente le bruit du signal. Pour l'ensemble de l'article, le nombre d'interférogrammes utilisé sera donné par  $N$ .

$$\phi = \phi_h + \phi_v + \phi_\alpha + \phi_A + \phi_b \quad (1)$$

Les trois premiers termes du membre de droite contiennent les paramètres à estimer. Ils expriment chacun une relation linéaire entre le paramètre recherché et un paramètre d'acquisition. En effet, il est possible de décrire chacun de ces éléments via les équations (2).

$$\phi_h = C_h B_\perp h$$

$$\phi_v = C_v B_t v \quad (2)$$

$$\phi_\alpha = C_\alpha B_K \alpha$$

Les coefficients  $C_i$  dépendent de la longueur d'onde du signal émis, de l'altitude et de l'angle de vue du satellite.  $B_\perp$  est la base orthogonale, représentée par la figure 1,  $B_t$  correspond à la durée séparant les deux acquisitions et  $B_K$  traduit la différence de température au sol. La relation entre les phases et les bases est linéaire, au détail près que la phase observée est pliée (angl. : *wrapped*), ce qui signifie qu'une ambiguïté de  $2\pi$  fait toujours partie de l'observation. Ceci transforme un problème d'apparence linéaire en un problème non linéaire.

### ■ Tomographie SAR

Les méthodes PSI supposent la présence d'un seul réflecteur persistant (angl. : *Persistent Scatterer* - PS) par

L'ensemble des techniques résolvant ce problème forment la PSI [2] (angl. : *Persistent Scatterer Interferometry*). Cependant, la phase interférométrique ne contient pas seulement l'information de la déformation, elle traduit également la topographie du terrain et subit des perturbations liées à la différence des conditions atmosphériques lors des

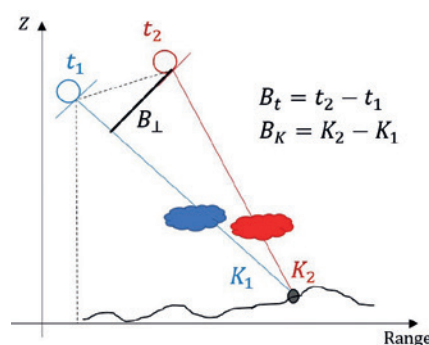


Figure 1. Géométrie InSAR.

pixel. En revanche, à cause de la géométrie d'acquisition, plusieurs PS peuvent être présents dans un pixel. Dans ce cas, les méthodes PSI ne permettent pas de détecter l'ensemble des PS, car les modèles d'équation ne sont pas adaptés. La reconstruction de tous les points selon la direction d'élévation (représentée par  $s$  sur la figure 2) est l'objet de la tomographie (angl. : TomoSAR) [6]. Sur l'exemple de la figure 2 représentant une acquisition en milieu urbain, la bande rouge transparente représente l'ensemble de l'information contenue par un pixel d'une image SAR. Les flèches bleu sombre représentent le signal émis. Les flèches bleu clair représentent le signal réfléchi, tandis que les flèches vertes représentent le signal retransmis et capté par le satellite. Le profil sous la figure représente l'intensité du signal reçu pour une hauteur donnée. Au sein d'un pixel, ces différents signaux sont mélangés. La reconstruction de ce profil par analyse de plusieurs scènes SAR est possible, mais difficile, car la géométrie d'acquisition est mal conditionnée. À titre d'exemple, un pixel d'une image acquise par le satellite TerraSAR-X a des dimensions de l'ordre de 1 m par 3 m. En revanche, pour une base de données typique de TerraSAR-X, la résolution en hauteur ne pourra pas dépasser 15 m.

Pour résoudre le problème de tomographie, il est nécessaire de travailler avec le signal complexe complet, car la phase seule ne contient pas assez d'informations. L'objectif est de reconstruire le profil de réflectivité  $\gamma$ , comme sur la figure 2, à partir des interférogrammes. Ce problème peut se traduire linéairement [11] suivant l'équation (3) :

$$\mathbf{g} = \mathbf{A}_h \boldsymbol{\gamma} \quad (3)$$

Cette équation est à résoudre pour chaque pixel.  $\mathbf{g}$  correspond aux mesures interférométriques et  $\mathbf{A}_h$  correspond à la matrice de mesure. La construction de cette dernière est décrite par l'équation (4) :  $(\mathbf{A}_h)_{p,q}$  étant le coefficient de la  $p$ -ième ligne et de la  $q$ -ième colonne.

$$(\mathbf{A}_h)_{p,q} = \exp \left( -i \frac{4\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp,p}}{r \sin(\theta)} h_q \right) \quad (4)$$

$B_{\perp,p}$  correspond à la base orthogonale du  $p$ -ième interférogramme et  $h_q$  correspond au  $q$ -ième élément du vecteur représentant la hauteur. Pour faire le lien

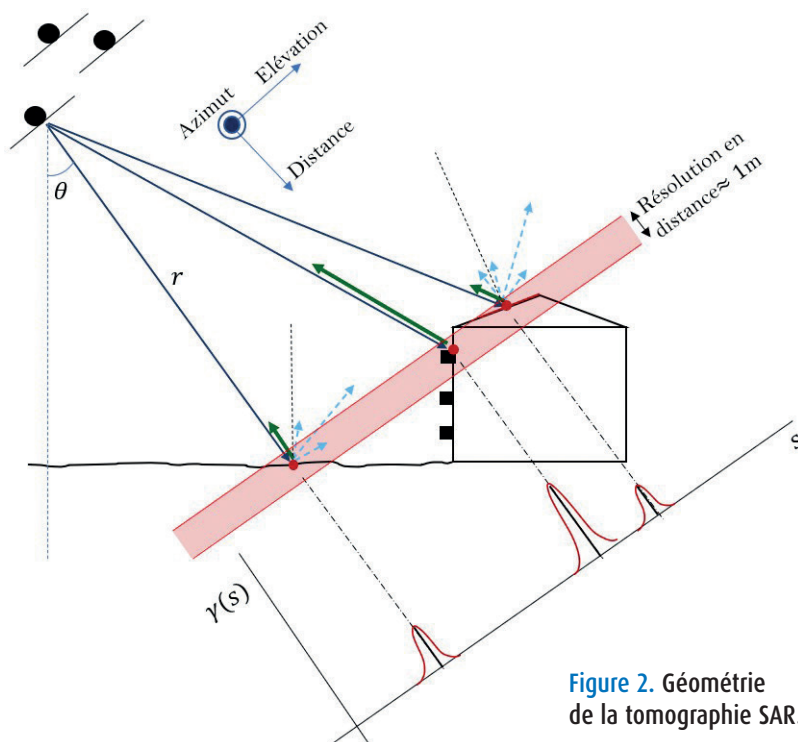


Figure 2. Géométrie de la tomographie SAR.

avec la figure 2,  $s_q \cdot \sin(\theta) = h_q$ .  $s$  est la hauteur selon l'angle de vue, alors que  $h$  est la hauteur selon la surface de référence. De plus,  $\lambda$  représente la longueur d'onde du signal,  $\theta$  est l'angle de vue et  $r$  la distance moyenne entre la scène au sol et le satellite.

Le plus intéressant dans la résolution du système n'est pas de trouver quelles sont les valeurs non nulles de  $r$ , mais l'emplacement de ces dernières, car c'est celui-ci qui contient le paramètre de hauteur.

## Compressive Sensing appliqué au traitement InSAR

### ■ Principe

Compressive Sensing est une sous-branchette des mathématiques dont l'objectif est de résoudre des systèmes sous-déterminés dont la solution est une matrice ou un vecteur creux. Une structure possédant cette propriété contient beaucoup d'entrées nulles par rapport à sa dimension. La figure 2 témoigne du caractère creux du profil de réflectivité selon la direction d'élévation lors d'une acquisition SAR. Sur l'exemple, seules trois entrées du vecteur sont non nulles.

La quantité associée à un vecteur creux est l'application  $\|\cdot\|_0$  qui correspond au cardinal du support du vecteur auquel cet opérateur est appliqué. En d'autres

termes, cette quantité renvoie le nombre d'entrées non nulles d'un vecteur. La version *Compressive Sensing* d'un problème linéaire du type  $Ax = y$  (où  $x$  est l'inconnue,  $y$  les mesures et  $A$  la matrice de mesure) est traduite par l'équation (5).

$$\text{minimiser } \|\mathbf{x}\|_0 \text{ sujet à } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \quad (5)$$

Malheureusement, l'application  $\|\cdot\|_0$  n'est pas utilisable pour les calculs numériques, car c'est un problème NP-difficile. En pratique, il a été montré que l'utilisation de la norme  $\|\cdot\|_1$  fournit également un résultat creux et une meilleure stabilité numérique. La transformation de l'équation (5) devient l'équation (6) :

$$\text{minimiser } \|\mathbf{Ax} - \mathbf{y}\|_2 + \mu \|\mathbf{x}\|_1 \quad (6)$$

Ici,  $\mu$  est un paramètre dépendant de l'amplitude du bruit. Il existe plusieurs classes d'algorithmes pour résoudre ce problème, distinguables en deux catégories principales : les algorithmes d'optimisation et les algorithmes "gloutons". Ceux appartenant à la première catégorie sont plus précis, mais requièrent plus de temps et de puissance de calcul. Afin de fournir un algorithme rapide, il a été choisi d'utiliser un algorithme de la seconde catégorie : l'*Orthogonal Matching Pursuit* (OMP) [9], puis d'affiner la solution de celui-ci.



### ■ Application à la tomographie

La matrice  $A$  est obtenue en combinant les trois matrices associées à chaque paramètre en discrétisant chaque axe continu le représentant. Par exemple, pour la hauteur  $h$ , chaque colonne de  $A_h$  représente une valeur de hauteur alors que chaque ligne représente un interférogramme, comme montré dans l'équation (4). Il est alors possible de créer les deux autres matrices  $A_v$  et  $A_\alpha$  de la même manière et ainsi résoudre les systèmes séquentiellement.

En revanche, les signaux étant mélangés dans les mesures, il est optimal de calculer numériquement les paramètres en une seule inversion. Pour cela, une combinaison des trois matrices via le produit transposé de Khatri-Rao  $\oslash$  est mise en place. Considérant les trois matrices  $A_h$ ,  $A_v$  et  $A_\alpha$ , de dimensions respectives  $N \times M_1$ ,  $N \times M_2$  et  $N \times M_3$ , la matrice de mesure sera donnée par  $A = A_h \oslash A_v \oslash A_\alpha$ . L'inconvénient majeur de cette matrice est sa dimension  $N \times M_1 \cdot M_2 \cdot M_3$  induisant des temps de calcul plus importants.

## Méthode développée pour l'estimation paramétrique

### ■ Estimation des paramètres

L'algorithme de *Compressive Sensing* choisi pour commencer l'estimation paramétrique est l'*Orthogonal Matching Pursuit*. Il a été choisi parmi plusieurs autres algorithmes comme étant le compromis optimal entre temps de calcul et qualité de l'estimation.

Un désavantage de l'OMP, par rapport aux algorithmes d'optimisation, réside dans la nécessité de donner, comme argument d'entrée, le nombre de réflecteurs persistants présents dans le pixel, qui est inconnu en tomographie radar. C'est pourquoi l'algorithme est utilisé en cherchant un, deux et trois PS par pixel. Il est très peu probable que plus de trois réflecteurs persistants se trouvent au sein d'un même pixel [10].

Le processus commence avec l'OMP et une large possibilité de valeurs pour chaque paramètre, mais avec une faible résolution. Cette solution est affinée avec une deuxième itération de l'OMP. À titre d'exemple, pour le paramètre

de la hauteur, la première discrétisation mise en place pour la matrice  $A_h$  dispose d'une plage allant de -100 m à 220 m et d'un pas de 4 m. Lors de la deuxième itération, la plage est réduite à 8 m autour de chaque point trouvé précédemment, mais avec une résolution de 0,4 m. Cela permet d'avoir une solution approximative précise tout en diminuant le temps de calcul. Après cette étape, le nombre d'inconnues est considérablement réduit. Au départ c'est l'ensemble des valeurs du profil de réflectivité  $\gamma$ , mais puisque le vecteur est creux, seules les valeurs non nulles et leurs localisations sont intéressantes. Après cette étape, quatre inconnues sont présentes par PS (réflectivité, hauteur, déformation linéaire et dilatation thermique), ce qui signifie au maximum douze inconnues. L'OMP fournit des valeurs approximatives pour ces paramètres, car elles reposent sur la discrétisation de chaque inconnue. Ces valeurs permettent de fournir un vecteur initial pour une estimation plus fine à l'aide du modèle de Gauß-Markov. Le signal observé étant complexe, les mesures sont séparées suivant leur partie réelle et leur partie imaginaire grâce aux fonctions trigonométriques. L'utilisation de ce modèle permet également de fournir une précision relative aux paramètres estimés.

### ■ Validation et contrôles

L'étape suivante permet de tester si les valeurs trouvées sont cohérentes avec les mesures. Avec les paramètres estimés, il est possible de reconstruire les mesures théoriquement observées avec ces valeurs [5], qui sera notée  $\hat{g}_n$  pour la mesure  $n$ . La cohérence temporelle  $\gamma_x \in [0; 1]$  se calcule via l'équation (7) :

$$\gamma_x = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \frac{\hat{g}_n \|g_n\|}{g_n \|\hat{g}_n\|} \right| \quad (7)$$

L'estimation est excellente si cette valeur est proche de 1 et mauvaise si elle est proche de 0. La valeur seuil choisie est  $\gamma_x = 0.55$  pour considérer que le pixel contient au moins un PS. C'est également lors de cette étape que le nombre le plus pertinent de PS dans le pixel est déterminé. La cohérence temporelle est calculée pour chaque cas de figure (1, 2, ou 3 PS) et l'option possédant la cohérence la plus haute

est choisie. Cependant, il est nécessaire de discriminer les points multiples, car un modèle avec plus de paramètres a plus de chances de correspondre aux mesures. De ce fait, la valeur finale de la cohérence temporelle modifiée  $\gamma_M$  est choisie selon l'équation (8), parmi les trois cas de figure possibles indexés par  $k$  représentant le nombre de PS dans le pixel.

$$\gamma_M = \gamma_x(k) - \beta(k - 1) \quad (8)$$

$\beta$  est le paramètre discriminant. Il a été choisi en travaillant à l'aide de données simulées afin de trouver la valeur optimale. Cette méthode permet de réaliser la même fonction que le critère d'information de Bayes, tout en n'utilisant pas la somme quadratique des résidus, mais la cohérence, qui est une grandeur plus adaptée au traitement SAR.

Le deuxième test compare l'estimation de l'OMP et des moindres carrés pour vérifier la convergence de cette méthode. En effet, le problème posé étant mal conditionné, les moindres carrés divergent facilement et il est important de s'assurer de la stabilité de l'estimation. Si la différence OMP-moindres carrés est trop grande, une troisième itération de l'OMP avec une grille plus fine est utilisée. En effet, l'OMP est plus stable numériquement, mais ne fournit que des solutions reposant sur des grilles discrètes.

Le dernier test appliqué est un test topologique. À nouveau, par sa géométrie d'acquisition, il est bien plus probable qu'il n'y ait qu'un seul PS par pixel plutôt que des points multiples. De ce fait, une boule centrée en chaque point double et triple et de rayon 20 m est utilisée. Si cette boule ne contient aucun PS simple, le point double correspondant est supprimé, car non consistant avec son entourage. Cela correspond très probablement à une mauvaise reconstruction.

## Application 1 : données simulées

L'algorithme développé a été appliqué sur différents types de données : simulées et réelles. Les données simulées sont des mesures construites à partir de paramètres connus auxquels sont





ajoutés plus ou moins de bruits Gaussien. Les paramètres utilisés sont les mêmes que ceux de la section suivante. Ainsi, les bases orthogonales et temporelles, la longueur d'onde, l'angle de vue, etc.,

sont basés sur de véritables paramètres d'acquisition, afin de rendre la simulation pertinente. L'algorithme a été testé dans de nombreux cas de figure, mais seuls deux sont présentés ici, via

	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$h_1$	$h_2$	$v_1$	$v_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Case 1	1.0	-	12.24	-	1.6	-	0.08	-
Case 2	1.0	1.0	4.56	25.34	-1.3	-1.6	0.009	0.24

Table 1. Paramètres des points PS simulés.

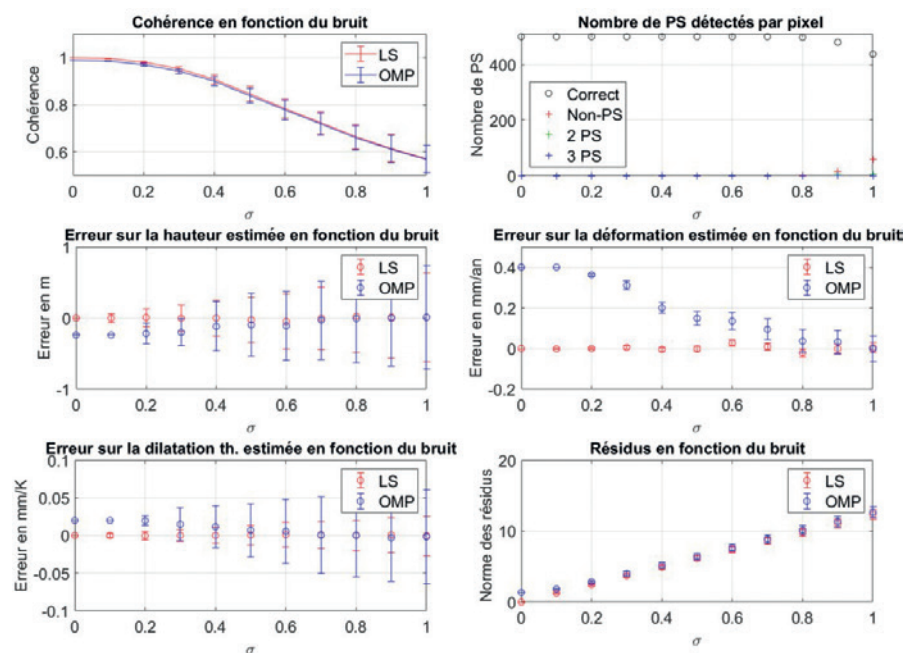


Figure 3. Résultats associés au cas 1.

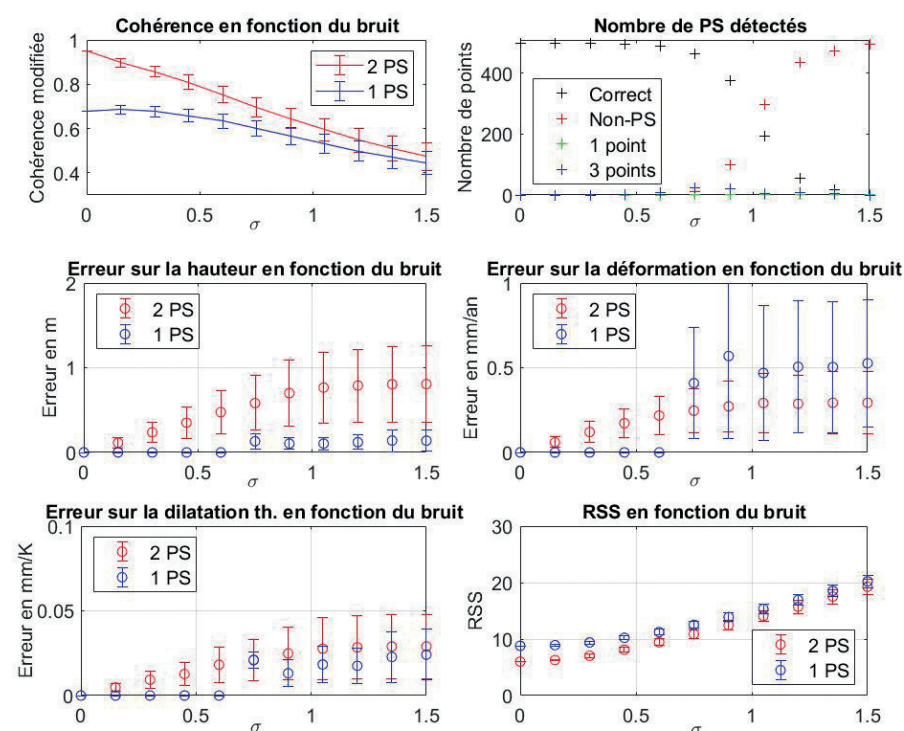


Figure 4. Résultats associés au cas 2.

les figures 3 et 4. Pour chaque sous-figure, l'axe des abscisses représente le module du bruit Gaussien ajouté au signal et correspond à un rapport signal sur bruit (angl. : *Signal to Noise Ratio* – SNR) allant de  $+\infty$  à 0 dB. Pour chaque point d'abscisse, 500 PS ont été simulés avec les mêmes paramètres de déplacement linéaire, hauteur et dilatation thermique. Cela permet d'effectuer des calculs statistiques pour évaluer l'algorithme. Les valeurs numériques sont résumées dans la table 1. La réflectivité n'a pas d'unité et correspond à l'amplitude du signal complexe simulé. Les hauteurs sont données en m, les vitesses de déformation en mm/an et les dilatations thermiques en mm/K. Le premier cas est très classique et concerne un simple PS. L'objectif est de s'assurer qu'un seul réflecteur est détecté et non plusieurs. Le second cas représente deux PS au sein du même pixel.

Sur la figure 3, excepté dans le cadre en haut à droite, les courbes en bleu désignent l'estimation réalisée avec l'OMP seul, alors que les courbes rouges montrent les résultats avec l'utilisation du modèle des moindres carrés (angl. : *Least Squares* - LS) pour affiner la solution. Cela permet de quantifier l'amélioration fournie par cette implémentation.

Premièrement, il est à noter que l'estimation par la méthode des moindres carrés permet de diminuer la valeur des résidus sur les paramètres et d'augmenter légèrement la cohérence. Concernant le nombre de PS détectés, l'algorithme n'a jamais trouvé de PS multiples, ce qui est un objectif primordial. En revanche, lorsque le bruit atteint une amplitude comparable à celle du signal, la cohérence diminue et passe parfois sous la valeur seuil définie, ce qui explique que certains PS ne sont plus valides. Le biais obtenu par l'OMP est clairement visible, notamment lorsque les mesures sont peu bruitées, puisque les valeurs moyennes des paramètres trouvées avec l'OMP seul présentent un décalage, suivant la discrétisation utilisée. L'erreur sur les paramètres est calculée comme la différence entre la valeur vraie et la valeur estimée. L'écart type obtenu sur

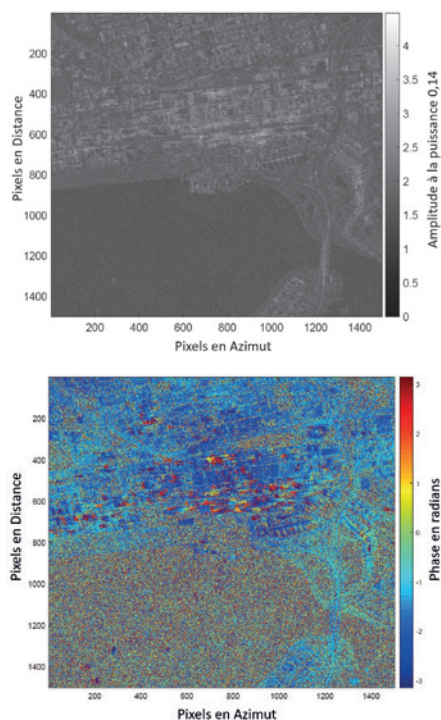


Figure 5. Amplitude et interférogamme du CBD de Perth.

ces erreurs est satisfaisant, puisqu'il ne dépasse pas 1 m pour la hauteur, 0.1 mm/an et 0.07 mm/K pour les déplacements linéaire et thermique respectivement.

Le second cas permet d'analyser la situation d'un pixel contenant 2 PS ayant la même réflectivité. Contrairement au graphique précédent, l'algorithme a été utilisé uniquement dans sa version complète, avec l'utilisation des moindres carrés. Les courbes bleues distinguent les résultats lorsqu'un seul

PS a été trouvé alors que les courbes rouges représentent le cas où deux PS ont été trouvés. On remarque que la cohérence modifiée selon l'équation (8) est nettement supérieure dans le cas de deux PS trouvés. Dans presque 100% des cas, le bon nombre de PS a été détecté. Dans de rares cas, un seul des deux réflecteurs a été trouvé.

Lorsque deux PS ont été détectés, la moyenne du module des erreurs a été calculée. On observe une erreur moyenne de 0.8 m pour la hauteur, 0.3 mm/an pour la déformation linéaire et 0.03 mm/K pour la dilatation thermique, ce qui est satisfaisant.

En conclusion de cette partie, les performances sur ce type de données ont été très convaincantes. D'autres tests sur données simulées ont montré que le ratio des deux réflectivités joue un rôle important dans la capacité de l'algorithme à détecter les deux PS. En effet, pour un bruit moyen et un PS réfléchissant le signal deux fois plus intensément que l'autre, l'algorithme ne détecte les deux PS que dans 30 % des cas.

## Application 2 : le Central Business District (CBD) – Perth, Australia

Le deuxième test a été l'application de la méthode développée sur un ensemble de soixante-dix-neuf scènes acquises au-dessus de la ville de Perth,

en Australie, par le satellite TerraSAR-X entre octobre 2012 et octobre 2015. La scène de référence (angl. : *Master*) pour la consolidation et le calcul des soixante-dix-huit interférogammes est l'acquisition du 15 juin 2014. La résolution en distance est de 1,2 m alors que la résolution en azimuth est de 3,3 m. La figure 5 présente l'amplitude d'une scène à gauche et un interférogamme de douze jours à droite.

L'estimation n'est appliquée qu'aux pixels présentant une faible dispersion d'amplitude  $D_A < 0.42$ , appelés candidats. Cette grandeur est calculée pour chaque pixel comme le quotient de l'écart type des amplitudes par la moyenne des amplitudes sur l'ensemble des scènes. Il a été montré [4] que les points ayant une faible dispersion d'amplitude ont également un faible bruit au niveau de la phase et qu'ils contiennent donc, très probablement, des réflecteurs persistants. Parmi tous les candidats, 92 % présentaient une cohérence temporelle suffisamment grande pour être considérés comme des PS. Cela représente plus que l'algorithme M-SBAS [7] qui a également été utilisé sur cet ensemble de données.

La figure 6 montre deux des paramètres estimés : la hauteur et la dilatation thermique. Le déplacement linéaire ne dépasse pas 2 mm/an sur l'ensemble de l'image et n'est pas présenté. Les immeubles et gratte-ciels sont clairement visibles sur la figure de gauche. Il

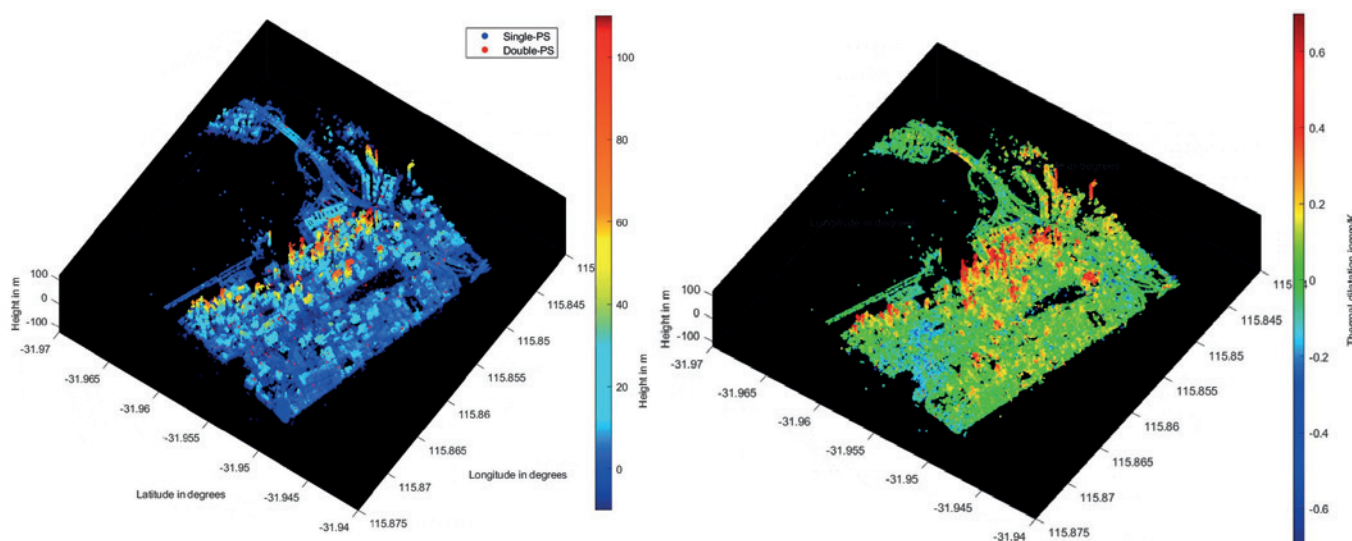


Figure 6. À gauche, hauteur estimée (3D) – À droite, dilatation thermique estimée appliquée sur le modèle 3D (4D).





est intéressant de noter que la dilatation thermique est également corrélée à la hauteur. En effet, les hauts bâtiments contiennent plus de métal qui a un coefficient de dilatation thermique élevé.

La précision des résultats est quantifiable via l'analyse de la matrice de covariance fournie lors de l'application du principe des moindres carrés. Pour chaque inconnue, un histogramme de l'écart type a été tracé et permet de visualiser l'incertitude moyenne pour ce jeu de données. Ces valeurs sont de 0.8 m, 0.4 mm/an et 0.07 mm/K en considérant respectivement la hauteur, le déplacement linéaire et la dilatation thermique. Ces valeurs sont similaires aux valeurs fournies par d'autres algorithmes PSI [7] et sont satisfaisantes.

### Application 3 : L'hôtel Bellagio – Las Vegas, États-Unis

Un deuxième ensemble de données, fourni par le DLR (*Deutsches Zentrum für Luft und Raumfahrt*), a été utilisé pour vérifier les résultats fournis par l'algorithme développé. Il s'agit de trente scènes acquises par le satellite TerraSAR-X au-dessus de la ville de Las Vegas. Seule une zone spécifique

autour de l'hôtel Bellagio est étudiée. Contrairement aux données précédentes, celles-ci ont été acquises à l'aide du mode Spotlight qui permet une résolution de 1,2 m en distance et de 1 m en azimut. L'amplitude et un interférogramme sont représentés via la figure 7.

La température au sol est une donnée manquante et seules la hauteur et la déformation linéaire ont pu être estimées. La zone étudiée étant très réduite, l'atmosphère peut être considérée constante et n'a pas d'influence sur l'estimation.

La figure 8 représente la hauteur estimée. Le gradient de hauteur est clairement visible et traduit la structure du bâtiment sur l'image SAR. La différence entre le point le plus haut et le point le plus bas de l'hôtel est de 160 m, ce qui correspond à la hauteur théorique du bâtiment de 156 m.

Sur l'ensemble de l'image, 95 % des candidats sont considérés comme contenant au moins un PS. Parmi ceux-ci, le nombre de points doubles trouvés est de l'ordre de 13 %, ce qui est moins qu'espéré. À titre de comparaison, l'algorithme SL1MMER [11] permet de détecter 30 % de points doubles. La

différence majeure est que SL1MMER utilise un algorithme de *Compressive Sensing* d'optimisation, plus précis et fiable, mais demandant des ressources de calcul plus importantes.

## Conclusion

Dans cet article, un nouvel algorithme de traitement InSAR a été présenté. La méthode développée permet d'analyser efficacement un ensemble de scènes SAR dans le but de suivre dans le temps des zones urbaines, en estimant la hauteur, la dilatation thermique et la vitesse de déformation linéaire au niveau des pixels contenant des réflecteurs persistants.

La précision des paramètres estimés permet d'affirmer que l'algorithme fournit des résultats de qualité similaire aux algorithmes existants et confirme la pertinence de la méthode développée.

Sur l'ensemble des candidats sélectionnés, plus de 90 % de PS sont détectés, ce qui est supérieur aux méthodes avec lesquelles cet algorithme a été comparé. Le produit de Khatri-Rao fournit une estimation simultanée des trois paramètres et semble adapté à la tomographie SAR. L'avantage est une

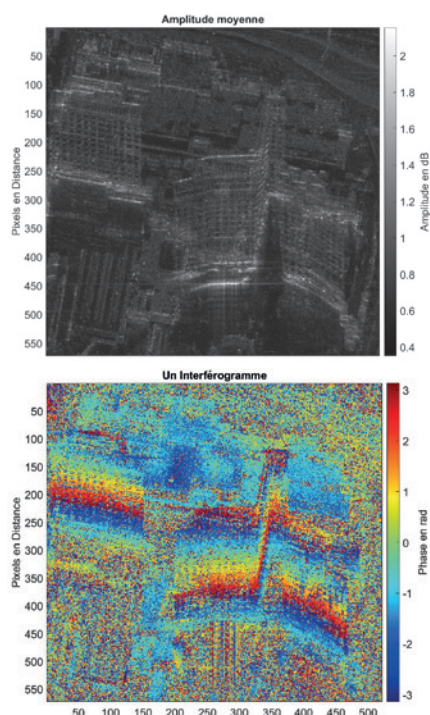


Figure 7. Amplitude et interférogramme de l'hôtel Bellagio.

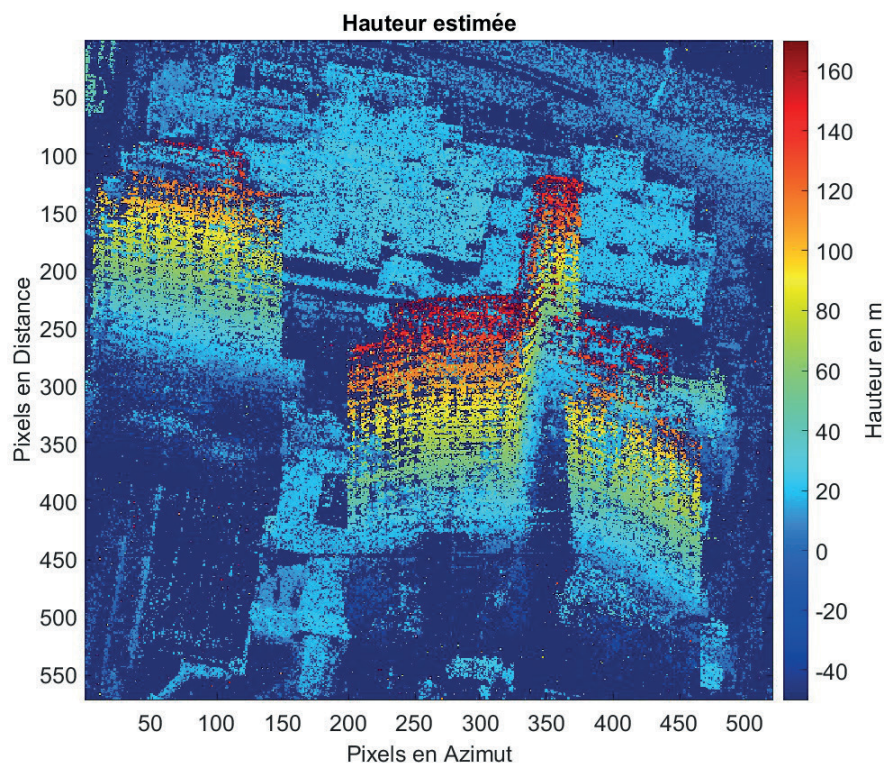


Figure 8. Hauteur estimée – Hôtel Bellagio.



résolution globale du problème, en une seule inversion et évite les estimations fausses. L'étape suivante de ce travail est de chercher à accélérer le processus, puisque pour  $N$  scènes et  $d$  paramètres à estimer, le produit de Khatri-Rao possède une complexité de  $\mathcal{O}(N^d)$ , ce qui est améliorable. ●

## Remerciements

Je souhaite remercier Andreas Schenk et Patrick Erik Bradley de l'IPF (Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, Karlsruher Institut für Technologie) pour la proposition de ce sujet et leurs conseils tout au long de ce travail. Mes remerciements vont également à l'ensemble des enseignants de l'INSA et du KIT ayant contribué à la réussite de ce projet.

## Contact

Matthieu REBMEISTER  
matthieu.rebmeister@kit.edu

## Bibliographie

- [1] Berardino, P., Fornaro, G., Lanari, R. and Sansoti, E. (2002), *A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential SAR interferograms*. IEEE Transactions Geoscience and Remote Sensing, Vol. 40, pp. 2375-2383
- [2] Ferretti, A., Prati, C. and Rocca, F. (2000), *Nonlinear subsidence rate estimation using permanent scatterers in differential SAR Interferometry* IEEE

- Transactions, Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 38, pp. 2202-2212
- [3] Foucart, S. and Rauhut, H. (2013), *A Mathematical Introduction to Compressive Sensing*, Applied and Numerical Harmonic Analysis, Springer, New-York
- [4] Hooper, A. (2006), *Persistent Scatterer Radar Interferometry for Crustal Deformation*, PhD Thesis, Stanford: Stanford University
- [5] Hooper, A., Segall, P. and Zebker, H. (2007) *Persistent Scatterer InSAR for crustal deformation analysis with application to Volcán Alcedo, Galapagos*, Journal of Geophysical Research, Vol.112, Issue B7
- [6] Reigberger, A., Moreira, A. (2000), *First demonstration of Airborne SAR tomography using multibaseline L-band data*, IEEE Transactions Geoscience and Remote Sensing, Vol.38, pp. 2142-2152
- [7] Schenk, A. (2015), *PS-Interferometrie in urbanen Räumen – Optimierte Schätzung von Oberflächenbewegungen mittels Multi-SBAS Verfahren*, PhD Thesis, Karlsruhe Institute of Technology
- [8] Shi, Y., Zhu, X., Yin, W. and Bamler, R. (2018), *A fast and accurate Basis Pursuit denoising algorithm with application to Super-Resolving Tomographic SAR*, IEEE Transactions, Geoscience and Remote Sensing, Vol. 56, pp. 6148-6158
- [9] Tropp, J.A. and Gilbert, A.C. (2007), *Signal Recovery from random measurements via Orthogonal Matching Pursuit*, IEEE Transactions on information theory, Vol. 53, pp. 4655-4666

## ABSTRACT

*Compressive Sensing is a part of the mathematics since the end of the '90s and is dedicated to solve underdetermined linear systems, mainly in the domain of signal treatment. It is possible to apply these algorithms on SAR data, due to their acquisition geometry. With several SAR scenes, it is possible to reconstruct the height of each pixel containing at least one persistent scatterer, with their respective linear displacement and thermal dilation. The problem is an ill-posed one, which means that its resolution via Compressive Sensing algorithms is not enough to provide a robust solution. Some treatments need to be applied to offer a better result. A complete algorithm was developed and is presented in this article. Its efficiency is tested on a stack of 79 TerraSAR-X scenes. The results show that the estimation is coherent with the topographic context and enables to reconstruct the study area in 3D. The monitoring of the thermal dilation and the linear displacement offers a 5D reconstruction.*

- [10] Wang, Y., Zhu, X. and Bamler, R. (2014), *An efficient tomographic inversion approach for urban mapping using meter resolution SAR image stacks* IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, Vol. 11, pp.1250-1254
- [11] Zhu, X. (2011), *Very High Resolution Tomographic SAR Inversion for Urban Infrastructure Monitoring – A sparse and non-linear tour*, PhD Thesis, Technische Universität München

### Olivier Reis

Ingénieur géomètre-topographe  
ENSAI Strasbourg - Diplômé de l'Institut  
de traducteurs et d'interprètes (ITI) de Strasbourg  
9, rue des Champs  
F-57200 SARREGUEMINES  
Téléphone / télécopie : 03 87 98 57 04  
Courriel : o.reis@infonie.fr

### Reinhard Stölzel

Ingénieur géomètre-topographe  
Interprète diplômé  
de la Chambre de commerce et d'industrie de Berlin  
Heinrich-Heine-Straße 17, D-10179 BERLIN  
Téléphone : 00 49 30 97 00 52 60  
Télécopie : 00 49 30 97 00 52 61  
Courriel : stoelzel@aol.com

Pour toutes vos traductions d'allemand  
et d'anglais en français en topographie –  
géodésie – géomatique – GNSS

Pour toutes vos traductions de français  
et d'anglais en allemand en géomatique  
– GNSS – infrastructures de transport

Des topographes traducteurs d'expérience à votre service