

# xyz

*Revue  
de l'Association  
Française  
de Topographie*



N° 24 SEPTEMBRE 1985 7<sup>e</sup> ANNÉE  
ISSN 0290 — 9057

## COUVERTURE

Après les distancemètres électroniques, les théodolites électroniques sont le point de départ d'une nouvelle révolution dans les méthodes de la topographie. Sur notre couverture l'un des plus attendus, le théodolite électronique WILD, le THEOMAT T 1.000.

## TRIMESTRIEL

Le numéro : 95 F  
L'abonnement d'un an  
(4 numéros) : 370 F

Secrétariat de l'AFT  
et Rédaction XYZ  
39 ter, rue Gay-Lussac  
75005 PARIS  
Tél. : (1) 43.54.19.21 pte 310  
Ouverts les mardi et vendredi  
de 10 h à 12 h

Comité de lecture  
PRÉSIDENT

Robert VINCENT  
Ingénieur E.C.P.  
Président de l'A.F.T.

## RAPPORTEUR

Jean PUYCOUYOUL  
Ingénieur E.P.

## MEMBRES

André BAILLY  
Ingénieur ETP  
Jean COMBE  
Ingénieur ESGT  
Guy DUCHER  
Ingénieur Général Géographe  
Jean-Jacques LEVALLOIS  
Ingénieur Général Géographe  
Roger SCHAFFNER  
Géomètre DPLG  
Bernard SCHRUMPF  
Ingénieur en Chef  
de l'Armement

## DIRECTEUR DE LA PUBLICATION

Jean PUYCOUYOUL

## IMPRIMERIE MODERNE

U.S.H.A.  
AURILLAC 15001  
Tél. : 71.63.44.60

L'Association Française de Topographie n'est pas responsable des opinions émises dans les conférences qu'elle organise ou dans les articles qu'elle publie.  
Tous droits de reproduction ou d'adaptation sont strictement réservés.

## sommaire

- Trois cents ans de géodésie française (suite)  
par J.-J. LEVALLOIS ..... 4

## Congrès de Paris

- La topographie du futur. Modèles numériques de terrain  
par G. GROS ..... 18
- Modèles numériques de terrain. Recherche automatique de points et lignes remarquables  
par H.-M. DUFOUR ..... 20
- Constitution des modèles numériques de terrain à l'Institut Géographique National  
par P. JULIEN ..... 26
- Rectification géométrique et restitution photogrammétrique des images SPOT  
par H. GUICHARD ..... 34
- Application pratique du système inertiel  
par Van Den HERREWEGEN ..... 38

## Gazette de l'AFT

- Calendrier ..... 52
- Colloque d'Aix-en-Provence ..... 53
- Nouvelles de partout ..... 53
- Emploi ..... 54
- Bibliographie ..... 55
- Synthèse du 1<sup>er</sup> Congrès International de l'AFT  
"La topographie du futur"  
par G. DUCHER ..... 56



# Trois cents ans de géodésie française (suite)

---

par J.-J. LEVALLOIS  
*Ingénieur Général Géographe*

## IX — Le nivellement

Les travaux de nivellement remontent certainement à la plus haute antiquité historique. A partir du moment où l'homme a fondé la cité et pratiqué l'art de bâtir, le fil à plomb devenait son auxiliaire indispensable, l'adduction d'eau posait les problèmes du nivellement.

L'aqueduc entièrement souterrain de Siloé, construit en 701 Av. J.C. à Jérusalem, sur une longueur de 512 m, qui suit en planimétrie un trajet en forme d'S, pour une dénivellée totale de 10 mètres, le tunnel de Samos construit en 525 Av. J.C. (cf. XYZ n° 4 de janvier 1980), les aqueducs des Romains, leurs égouts etc. témoignent de l'existence de topographes et de niveleurs expérimentés.

Le niveau qu'employaient les Romains — le chorobates — est une poutre de 20 pieds de long, terminée en équerre, munie de fils à plomb aux extrémités et sur les côtés. Dans cette poutre est creusé un canal d'environ 5 pieds de long, large d'un doigt, profond de 6 doigts, qui contient de l'eau. Elle doit affleurer à la surface de la poutre sur toute la longueur du canal pour que l'instrument soit nivelé "... et "si aequaliter aqua canalis summa labra tanget, scietur esse libratum..." (Vitruve)..." On lisait probablement la différence de niveau sur deux règles graduées appliquées aux deux extrémités (35).

Le R.P. Riccioli (vers 1660) décrit quelques instruments en usage à l'époque, en particulier des niveaux à eau plus ou moins perfectionnés.

Mais de nombreux instruments seront étudiés avant que le niveau d'Egault ne devienne le prototype du niveau moderne. Mariotte imagine plusieurs types de niveau à eau, séduisants par leur ingéniosité théorique : un niveau à réflexion sur la surface d'une couche d'eau, une lunette flottante.

La Hire proposera un niveau à flotteurs où l'objectif de la lunette est porté par un premier flotteur, le réticule par un deuxième identique au premier, etc.

Tout cela ne pouvait guère s'accommoder des conditions dans lesquelles évoluent les opérateurs sur le terrain.

Le niveau à eau restera pendant longtemps l'instrument du niveleur ; il est très probable que le canal de Briare, commencé sous le règne de Henri IV, et le canal du Midi, construit par Riquet, furent nivelés de cette manière.

C'est un instrument très simple : deux courts tubes verticaux transparents, ouverts sur l'atmosphère communiquent par un tube horizontal rigide. On y verse un liquide coloré, la ligne des deux affleurements donne l'horizontale. Puissant (36) indique les précautions à prendre pour son usage.

La mire est une mire graduée à voyant mobile que le porte-mire déplace jusqu'à ce que ce voyant soit dans le prolongement de la ligne de visée. On lit alors sa hauteur sur la tige de mire.

Les visées bien que gênées par les ménisques dont la surface de l'eau prend la forme, permettaient d'après Busson-Descars, à condition de ne pas dépasser des distances mire-niveau de 50 m, une précision de l'ordre de + 10 cm pour 10 kilomètres, ce qui paraît bien correspondre à l'idée que l'on peut s'en faire a priori.

**Niveau à bulle - Niveaux automatiques :** dès 1666, Thévenot décrit dans le "Journal des Savants" comme "Machine nouvelle pour la conduite des eaux, pour les bâtiments, pour la navigation et pour la plupart des autres arts", le niveau à bulle. Il ne mentionne point la courbure qu'il faut conférer à la fiole, pour laquelle il prend un tube droit, rempli d'esprit de vin emprisonnant une bulle d'eau, ce "niveau d'air" sera "beaucoup plus juste et plus commode que les niveaux ordinaires...". C'est Chézy, qui beaucoup plus tard, au milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle, indiquera les méthodes de rodage interne conférant la courbure désirée et qui construira un niveau à lunette presque moderne (fig. 29).

Huygens, Picard, Römer préfèrent des niveaux asservis par la pesanteur. La figure 29 reproduit également les niveaux d'Huygens et de Picard. Ce dernier est un niveau à lunette, dont il indique très en détail les réglages pour le corriger de toute erreur de collimation. Le fil à plomb qui mesure 4 pieds, soit environ 1,30 m, se déplace devant une platine portant une graduation permettant d'estimer la minute sexagésimale, donc d'observer des visées très légèrement inclinées, l'appareil repose sur un chevalet de peintre (il ne devait certainement pas être mis facilement en station. Gribbeauval au XVIII<sup>e</sup> siècle l'améliora sous cet aspect).

Finalement c'est Egault, ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées qui, dans la ligne des travaux de Chézy et de Borda, mettra au point un niveau à lunette contrôlable et réglable dans toutes ses parties, qui sera le grand instrument de nivellement de précision du XIX<sup>e</sup> siècle et de la 1<sup>re</sup> moitié du XX<sup>e</sup>.

Mais parallèlement les travaux topographiques et géodésiques de la carte au 1/80 000 avaient développé et appliqué les méthodes du nivellement indirect.

Il y eut donc deux écoles qui poursuivaient des buts différents, dont l'unification fut lente à s'affirmer.

**Les idées et les réalisations de Picard :** Dans son "Traité sur la théorie et la pratique du nivelle-

ment (1768), le capitaine de Lespinasse, du Corps Royal de l'Artillerie écrit "... celui qui le premier a pénétré les secrets de cet art difficile est le célèbre Monsieur Picard". Les enseignements théoriques ainsi que les travaux exécutés sur le terrain par l'illustre astronome sont exposés dans (10) par son disciple La Hire, qui participa aussi, on s'en souvient, aux observations de la méridienne de Cassini.

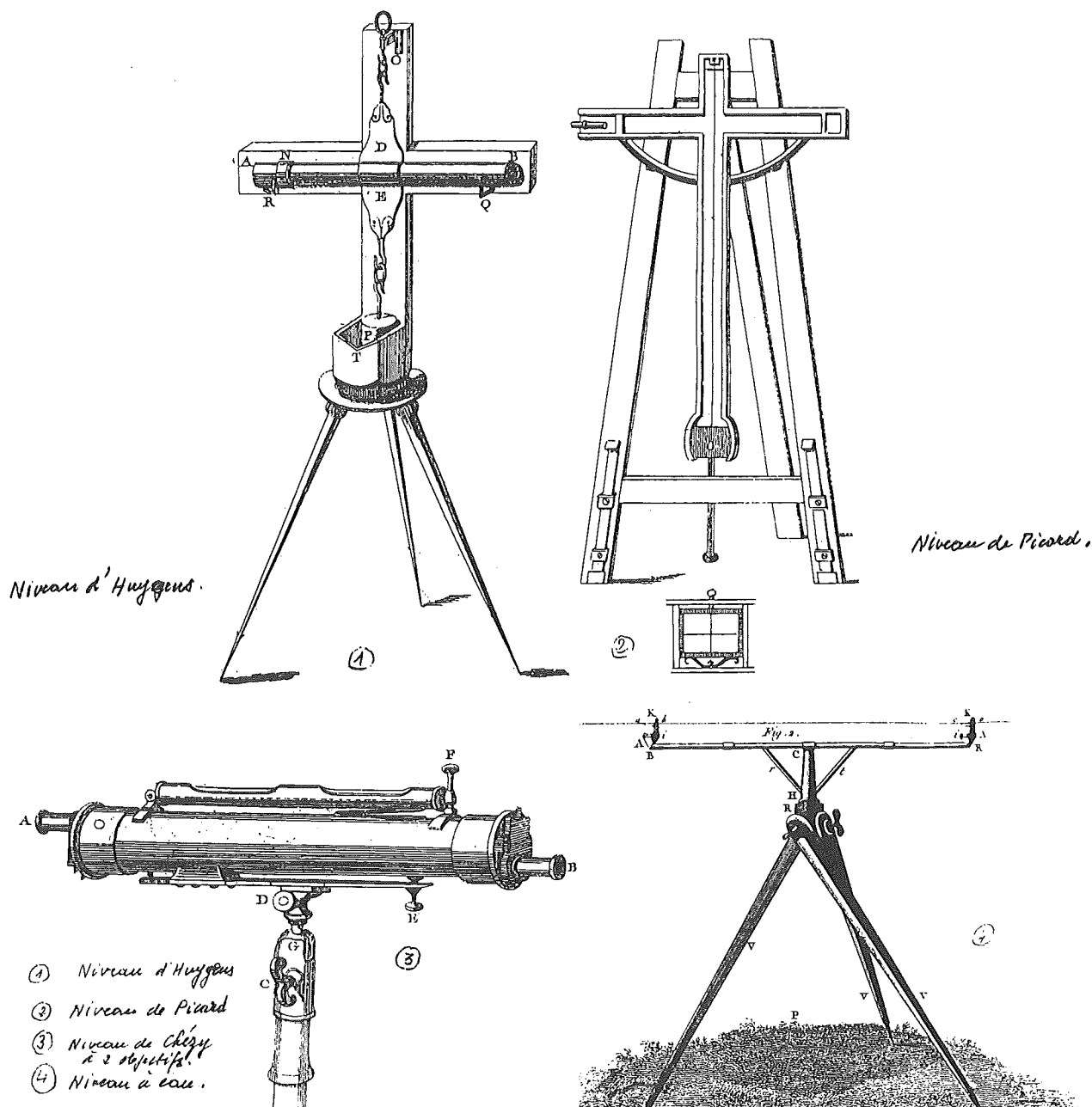


Fig. 29

L'ouvrage est mince et de petit format ; il se termine par un abrégé des résultats de Picard sur la détermination du rayon terrestre, mais contient l'essentiel des conclusions théoriques et pratiques relative au nivellement ainsi qu'un résumé des importants travaux de terrain effectués par Picard, dont La Hire détenait les manuscrits. Il renferme tout l'essentiel de l'art.

Nous reproduisons ci-après, quelques-uns des passages les plus significatifs... "on appelle points de niveau, ceux qui sont également éloignés du centre de la terre..." autrement dit, ce qui est tout à fait dans la ligne des travaux de Picard, les verticales concourent au centre de la terre. La Hire explique alors la distinction entre niveau réel et "niveau apparent" et annonce que pour passer de l'un à l'autre



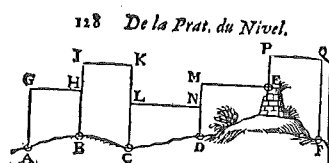
La méthode de travail est le cheminement (cf. la reproduction des pages 128 et 129 du traité de La Hire) ; la mire est une mire à coulisse, dont le voyant, fixé sur la partie coulissante peut être amené au niveau apparent de la lunette par le porte-mire, suivant les ordres de l'opérateur. En fait elle est fixée autant que de besoin au bout d'une perche constituée de "3 ou 4 bâtons, chacun de 6 pieds" formant rallonges qui peuvent s'assembler bout à bout. Seul celui qui repose au sol est gradué ce qui permet à la fois de connaître l'altitude du voyant et de pousser jusqu'à 8 mètres la hauteur de mire. "Pour la marque ou carton qui sert de point de visée et que l'on met au bout de l'un des bâtons, il suffit de prendre deux cartes à jouer, que l'on coud l'une sur l'autre, en sorte que l'on peut les enfiler dans le bout des bâtons ; on en fait une noire et on laisse l'autre blanche..." pour permettre les effets de contraste à l'observation et comme "...il arrive souvent que la distance entre les stations que l'on nivelle est si grande que l'on ne peut pas s'entendre aisément... il faudra convenir de quelques signes que l'on fera avec le chapeau, soit pour faire hausser ou baisser la carte..." Des conseils judicieux et très actuels encore, sont prodigués pour la tenue du carnet.

**Etudes d'adduction d'eau :** "Sa Majesté ayant résolu de faire conduire à Versailles la meilleure eau pour boire que l'on pouvait trouver dans les lieux circonvoisins.." tout le monde s'empresse. On sonde les puits, compare les possibilités d'adduction des rivières voisines sans trouver de solution évidente.

C'est alors que Riquet, le glorieux ingénieur qui vient de finir les travaux du canal du Midi, ayant constaté que la vitesse du courant de la Loire est très supérieure à celle de la Seine, en déduit que les différences d'altitude permettraient d'amener l'eau de Loire à Versailles par un aqueduc - le projet de captation des eaux de Loire on le voit n'est pas nouveau. Picard, est chargé d'en étudier les possibilités de réalisation. Ses nivellements s'étendent sur plusieurs années, les travaux ayant été parfois mis en sommeil. La figure 30 en donne le schéma général dont La Hire (10) publie les dénivelées principales que nous avons reportées parfois en les

\* Mariotte exprime les mêmes idées dans son *Traité de Nivellement* en 1667.

cumulant pour sauter des stations intermédiaires, et transformant en pieds celles qu'il exprime en toises, ainsi que les erreurs de fermeture (en pieds).



ce nivellement en plusieurs opérations, par le moien des autres termes B, C, D, E pris entre deux à volonté suivant la commodité des lieux, chacun desquels est commun à deux nivellemens, comme par exemple B est commun à BH hauteur de GH, & à BI hauteur de IK, & ainsi des autres.

Or la manière la plus sûre dans la suite des nivellemens, est de garder toujours, autant qu'il est possible, une marche alternative entre l'instrument, & les bâtons où est attaché la carte qui sert de point de visée; j'entens que

## Chapitre III. 129

si au premier coup de niveau le bâton est demeuré derrière, & que l'instrument ait été porté devant, l'instrument demeurera à la même place, & le bâton prendra le devant pour le second nivellement, & ainsi toujours de suite par stations, qui soient de deux en deux à distances à peu près égales; je dis à peu près, ce qui fera assez juste, soit par la simple estimation, soit par la moitié de la lunette dans laquelle un même objet occupe certaine partie de l'ouverture, plus ou moins grande, à proportion qu'il est plus ou moins éloigné.

Mais parce que l'on ne pourra toujours garder la marche alternative entre l'instrument & les bâcons, on aura soin de récompenser en-arrière les coups qui auront été faits en avant ; j'entends que si, par exemple, les bâ-

Ces fermetures qui correspondent bien aux discordances qu'annonce Picard (1 toise et demie) sont tout à fait satisfaisantes et tout à l'honneur de l'opérateur.

On peut, mais c'est beaucoup plus conjectural, confronter les altitudes que l'on peut calculer sur les points vraisemblables cotés par Picard au cours de ses travaux.

Partant de l'altitude 142 m pour le rez-de-chaussée de Versailles, son origine, on trouve sur la carte au 1/50 000 les cotes suivantes à comparer aux altitudes de Picard, exprimées en mètres, aux "mêmes" points\*\*.

	Carte	Picard
Versailles	142	142
Etang de Trappes	?	155.7
Les Essars	177-176-174	174.6
Sainville (Orme)	150 (?)	145.7
Angerville	136	135.3
Toury	130-135	132.0
La Monjoie (route)	122*	128.7
Saint-Lyé	126-127	124.8
Laas	117	115.0
Courcy	121 (?)	120.9
Point Haut (forêt sur la route)	139-140* (?)	146.3
Orléans (Loire)	91.3	90.7

Les comparaisons sont les plus sûres, là où le terrain peut avoir été le moins remanié (villages de la Beauce), mais la concordance serait certainement meilleure aux points réels.

**\*\* Certainement remanié depuis Picard (sommet sur une route).**

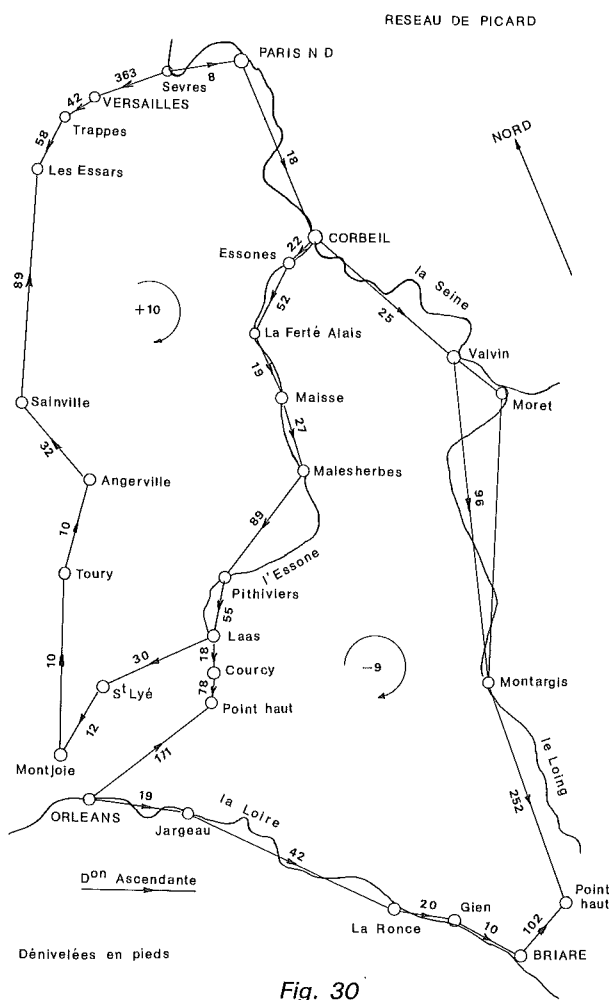


Fig. 30

Le projet de captation des eaux de Loire ne fut pas poursuivi, Riquet qui de son côté avait envoyé ses propres niveleurs confirma les résultats de Picard qui montraient que pour pouvoir amener les eaux à Versailles, il fallait franchir la ligne de partage des eaux, et remonter par conséquent jusqu'à Pouilly-sur-Loire ou même La Charité. Il fallut donc songer à des solutions moins onéreuses, Picard fit merveille et sa Majesté en fut fort satisfaite.

**Nivellement indirect :** Dès la fin du XVI<sup>e</sup> siècle existaient des graphomètres, appareils propres à mesurer (grossièrement) les angles horizontaux, obliques, verticaux, ils seront employés en topographie.

Les quarts de cercle de Picard, des Cassini, de La Caille en sont des adaptations géodésiques. Les observations angulaires s'accompagnaient de mesures de distances zénithales, indispensables parce que, les angles étant observés dans leur plan, le calcul des coordonnées géographiques des sommets exigeait de les ramener au plan horizontal. Il est facile de voir que le problème revient à appliquer la formule fondamentale de la trigonométrie sphérique ; ces réductions étaient loin d'être négligeables comme on peut aisément s'en assurer ; (2) cite pour certains angles de la méridienne du Pérou des corrections de plusieurs minutes d'arc dont certaines atteignent 25', 35' (minutes !) et ajoute que celles de 5 à 6 minutes ne sont pas rares.

— L'idée d'utiliser la mesure des distances zénithales pour calculer des différences d'altitude sur des côtés d'ordre géodésique revient comme de juste à Picard, qui au cours de ses travaux de nivellement mesure la dénivelée de la Seine entre Sèvres et le pied de Notre-Dame en partant des distances zénithales réciproques, observées entre la Tour Sud de N. D. et un point du Clos des Capucins à Sèvres, situé à 64,5 toises au-dessus du niveau du fleuve ; cet essai lui paraît décevant et il ne tient pas compte du résultat, préférant à juste titre son nivellement direct.

— J. Cassini (12) sur sa méridienne procède à "l'Observation de la hauteur de diverses montagnes d'Auvergne, du Languedoc et des Pyrénées, avec quelques observations de la hauteur du baromètre et de la bassesse (sic) apparente de la mer sur quelques-unes de ces montagnes", il explique la nécessité de réduire les bases au niveau zéro.

Il n'applique aucune correction de réfraction à ses mesures, il ne semble pas faire de visées réciproques mais tient compte du niveau apparent. Ses mesures portent parfois sur des distances considérables. Voici quelques-uns de ses résultats : en toises, rapportées au niveau de la mer dans la région de Perpignan, transformées en mètres (1 toise = 1,946 m) et comparées aux valeurs des cartes actuelles.

	J. CASSINI		CARTE
Canigou	1441 T 1442	2803 M 2805	2786 M
Bugarach	650.5	1265	1231
St-Barthélémy	1184.5 1195.0	2304 2324	2348
Montredon	301 *	585 *	565 *
Rieupeyroux	407.5	793	804
Plomb du Cantal	993	1931	1855
Puy Mary	956	1859	1787
Puy Violent	860	1673	1592
Puy de Dôme	817	1589	1464
* En supposant une erreur d'ailleurs peu probable, de 100 toises (301/201) sur les valeurs imprimées et de même au point voisin de Puy-Laurens (197/97) !			

Les résultats sont, on le voit, des plus médiocres. On s'explique assez bien les altitudes surévaluées dans la région d'Auvergne par omission de la réfraction qui élève les visées zénithales ce qui correspondrait à un terme parabolique de dénivelée de  $K^2/12,8$  au lieu de  $K^2/15$ , soit une différence de l'ordre de  $K^2/100$  par portée et si on admet des portées moyennes de 40-50 km, on tombe bien sur des discordances de l'ordre de la centaine de mètres

dans le Massif Central. Il est d'ailleurs probable qu'à l'époque on se souciait peu des altitudes des montagnes.

— La mission du Pérou semble avoir ignoré l'influence de la réfraction pour calculer les dénivelées, cela ressort des formules exposées par Juan et Ulloa, les deux officiers Espagnols désignés pour accompagner l'expédition, dans leurs "Observaciones astronomicas y fisicas hechas de Orden de S. Maj. en los Reynos del Perú" paru en 1748, dont nous reparlerons un peu plus loin.

La Caille et Cassini de Thury, (13), (14) ne se préoccupent pas davantage des altitudes des montagnes, mais effectuent quelques expériences dans la région de la Sainte Victoire, des "Houpies"\*, d'Aigues Mortes, qui auraient pu les amener à la notion de coefficient de la réfraction : ils mesurent des distances zénithales réciproques d'où ils déduisent par considération de la théorie classique du nivellement indirect, la valeur de la réfraction totale entre les deux stations A et B (fig. 31).

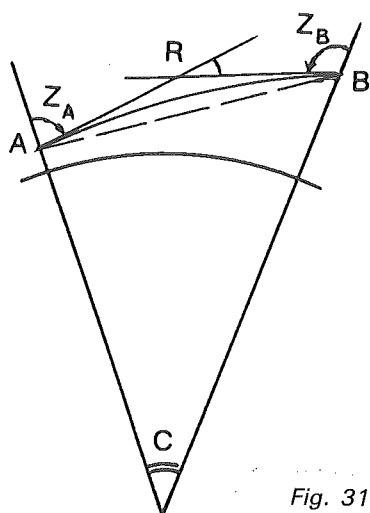


Fig. 31

$$R = 180^\circ + C - (Z_A + Z_B)$$

Ils trouvent ainsi :

C : Longueur d'arc		Réfraction R
35'36''	2136''	297''
28'16''	1695''	200''
12'52''	772''	82''
9'	540''	43''

Que le lecteur trace un graphique ; il se rendra compte qu'en dépit de la dispersion des mesures, une conjecture immédiate et fort naturelle invite l'observateur à considérer en première approximation la réfraction totale comme proportionnelle à l'angle au centre C ou à la longueur du côté géodé-

\* C'est le plus haut sommet des Alpilles. Ce nom est polymorphe, on le trouve sous les formes : Les Opiès, les Houpies, Les Aupies, très probablement les Alpilles, prononcées en patois provençal.

sique - avec un coefficient moyen de l'ordre de 0.12 fort acceptable. Cassini de Thury se borne à expliquer que pour les altitudes, "la réfraction empêche que ce calcul soit exact, mais on peut y avoir égard en quelque façon, en ôtant 2' ou 3' de l'arc de la distance itinéraire, s'il excède 20 minutes... sinon on peut le négliger..."

Delambre par contre sera une fois de plus le grand régulateur (2), (24,2) ; son raisonnement est le suivant "... les distances (zénithales) sont diminuées par la réfraction terrestre ; on la suppose égale pour les deux stations, ce qui pourrait être vrai si les observations... étaient simultanées...". Il déduit (fig. 31), la valeur de R de l'équation générale d'où  $n = R/C$  et arrive à la conclusion que l'angle de réfraction en une station — donc le demi-angle R de notre notation — donne  $n = 0.079$  - au lieu de 0.06 ou 0.07 trouvé par Cassini de Thury. Il ajoute du reste "mais ce rapport est trop variable... les plus petites valeurs positives ont été obtenues en été et les plus fortes en hiver". Il donne enfin l'équation de la dénivelée non réciproque sous la forme :

$$dN = K \cotg Z + 0.0000001284 K^2$$

pour dN et K exprimés en toises, ce qui en transformant en mètre redonne l'expression classique

$$dN = K \cotg Z + (10^{-6}/15) K^2$$

Delambre et Méchain, mesureront les distances zénithales, tout au long de la méridienne et, se basant sur les niveaux de la Mer du Nord à Dunkerque et de la Méditerranée près de Perpignan, calculent les altitudes de leurs sommets, en se rejoignant à Rodez. Delambre écrit à ce sujet : "Nous avons trouvé la même hauteur pour Rodez, au-dessus des deux mers ; ce ne peut être qu'un hasard heureux. Chaque hauteur en particulier a été conclue de plusieurs comparaisons dont les résultats diffèrent quelquefois de 1, 2, 3 et 4 toises et même de 6 : ces deux derniers sont excessivement rares et même celles de 3 toises ; les autres sont plus fréquentes" (2).

En fait, à l'époque des mesures de la méridienne de France, on ne disposait pas assez d'éléments pour pouvoir mener une discussion scientifique correcte de la question.

Dire que le coefficient de la réfraction est constant revient à dire que la courbure de la trajectoire lumineuse est un cercle : écrire qu'il y a proportionnalité entre la réfraction totale R et l'angle au centre, c'est exprimer le rapport du rayon de courbure de cette trajectoire au rayon de courbure terrestre.

Or la connaissance des lois physiques dans l'atmosphère en équilibre

— équation d'état des gaz parfaits p.v. = R.T.  
(p pression, v volume, T température)

— équation barométrique :  $dP = -g.D.dz$   
(d P variation de pression en fonction de l'altitude, g pesanteur, D densité du gaz à l'altitude z sous la pression P et la température T) n'étaient que partiellement dégagées : on connaissait bien la loi de Mariotte,  $p_v = K$ , constante dans une atmosphère isotherme, mais c'est Gay-Lussac qui vers 1800 étudiera la dilatation des gaz parfaits et aboutira à  $p_v = RT$ .



Ces deux lois sont indispensables si on veut rattacher la réfraction terrestre à l'état physique de l'atmosphère le long de la trajectoire lumineuse en y ajoutant une loi de variation de l'indice de réfraction  $N$  en fonction de la densité atmosphérique. Dans ces conditions, on obtient (21,1)

$$R = A \left( 34,15 - \frac{dT}{dz} \right)$$

où  $A$  est une constante parfaitement définie en fonction des constantes physiques.

Si on peut admettre — à condition de n'être pas trop pointilleux — que le facteur  $p/T^2$  varie peu le long du rayon lumineux presque horizontal, le terme  $(- 34,15 - dT/dz)$  ou  $dT/dz$  est le gradient local de température (en degrés par kilomètre) reste insaisissable, parce que trop variable d'un point à un autre.

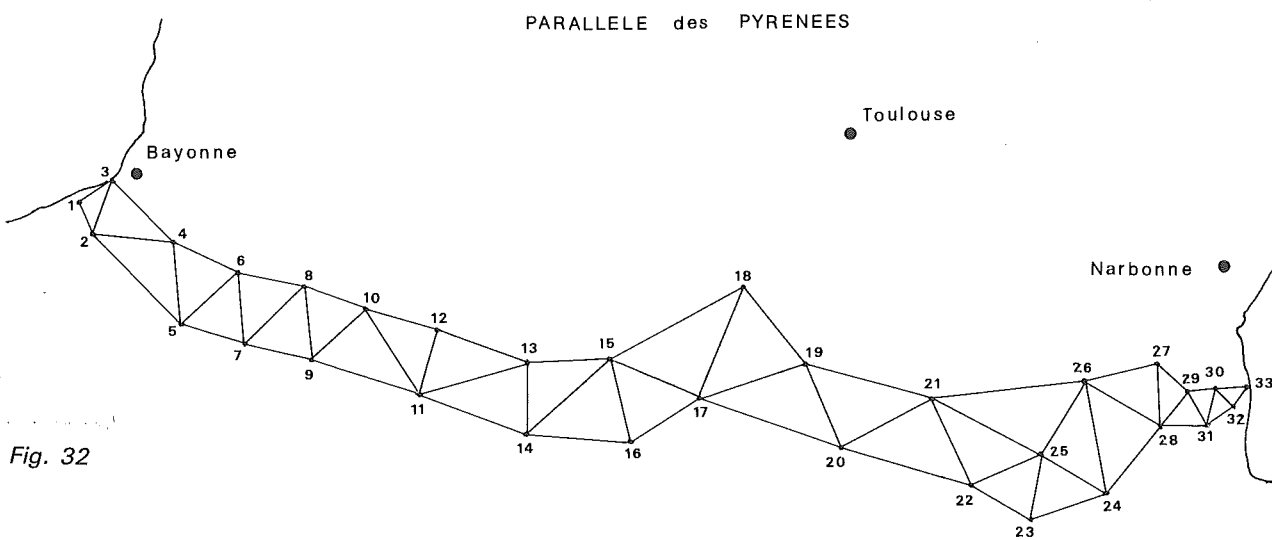


Fig. 32

Au cours d'une ascension en ballon (1804) Gay-Lussac établira que sa valeur moyenne est de l'ordre de  $- 6^\circ$  par kilomètre, mais le long de la trajectoire lumineuse il varie en fonction de la nature du sol, du temps, des circonstances atmosphériques. L'expression théorique de la réfraction ne peut donc être intégrée correctement et ne donne et ne peut donner que des résultats approximatifs, insuffisants ; du moins indique-t-elle les facteurs sensibles.

Lorsque les Ingénieurs Géographes exécuteront à partir de 1818 la description géométrique du pays, ils observeront tant sur le réseau de 1<sup>er</sup> ordre que sur les triangulations secondaires les distances zénithales constituant canevas des altitudes de la carte au 1/80 000, "... les distances zénithales... seront elles-mêmes le résultat de trois séries au moins, prises à des heures différentes et surtout vers le milieu du jour, afin qu'elles puissent donner les différences de niveau avec toute l'exactitude désirable, et, autant qu'il sera possible par le parcours d'observations simultanées... accompagnées d'observations barométriques".

Ce canevas d'altitudes ne pouvait évidemment que procéder du 1<sup>er</sup> ordre aux ordres inférieurs et l'on espérait qu'il suffirait : "... des bornes seront plantées au centre des stations du 1<sup>er</sup> ordre... elles serviront de repères et de point de départ pour les nivellements particuliers que pourront entreprendre les ingénieurs des ponts et chaussées, dans la vue de former une carte hydrographique de la France". Cet espoir devait être déçu.

**Le parallèle des Pyrénées :** L'opération de nivellement géodésique la plus soignée de la triangulation des Ingénieurs géographes est le parallèle des Pyrénées, observé par Corabœuf et Testu (Section Est), Peytier et Hossard (Section Ouest).

Cette opération, dont nous avons plus haut évoqué les difficultés, fut entreprise avec un grand luxe de précautions : on pensait certainement qu'aux altitudes des travaux, les perturbations de réfraction seraient diminuées parce que les visées étaient largement affranchies des rayonnements du sol, et l'on espérait qu'elle permettrait d'évaluer correctement une dénivelée éventuelle entre les eaux de la Méditerranée et celles de l'Océan. Un soin particulier fut donc apporté à la mesure des distances zénithales, aux réductions au centre, etc... (fig. 32).

Les résultats sont publiés en détail dans (30,6). Une importante communication de Corabœuf complète les résultats et conclut à une dénivelée de 0,70 m entre les deux mers, l'Océan étant plus élevé que la Méditerranée. Une lecture attentive du texte suggère des doutes : Corabœuf calcule la dénivelée de 3 ou 4 manières différentes : par l'enchaînement des stations Nord, par celui des stations Sud, par les diagonales, par les altitudes successives résultant d'une moyenne obtenue à partir des stations précédentes et obtient des résultats sensiblement différents dont il écarte certains. Par curiosité, nous avons repris un calcul général plus homogène par moindres carrés, faisant intervenir simultanément toutes les dénivelées, celles que publie Corabœuf, en leur attribuant uniquement le poids unité. Les solutions, partant de l'altitude de Socoa (8,43 m) pour aboutir au Fort St-Ange en Méditerranée, ont été calculées selon deux hypothèses :

- 1) En négligeant la station de Gardan de Montaigu, comme le fit Corabœuf qui la considère comme douteuse, parce qu'elle disperse.
- 2) En introduisant cette station (actuellement Ausseing, point de 1<sup>er</sup> ordre).

Les résultats sont résumés dans le tableau général ci-après, dans lequel sont indiquées les altitudes des sommets. En fait Corabœuf avait effectué la jonction entre Peytiet et lui au Crabère pour lequel il obtient l'altitude 2634,31 m par la Méditerranée, et 2632,64 par l'Océan. Pour rétablir la continuité des altitudes, nous avons retranché la différence, 1,67 m, à toutes ses altitudes Est, pour aboutir en Méditerranée à la vigie du Fort St-Ange dont l'altitude fixée directement, par rapport au niveau marin est de 17,11 m, soit une différence de 1,67 m comme constaté plus haut - ce chiffre est d'ailleurs envisagé par Corabœuf comme une solution possible.

Altitudes du parallèle des Pyrénées

	Nom	Corabœuf	Solution I	Solution II
1	Fort de Socoa	8.43 m	8.43 m	8.43 m
2	La Rhune	904.24 m	904.24 m	904.24 m
3	Biarritz	87.57 m	87.89 m	87.89 m
4	Baigoura	900.95 m	901.60 m	901.60 m
5	Lissératécà	1412.50 m	1412.06 m	1412.06 m
6	Méhalcu	651.74 m	652.61 m	652.61 m
7	Pic d'Ohri	2020.48 m	2019.57 m	2019.57 m
8	Cambeillon	665.10 m	665.67 m	665.67 m
9	Pic d'Anie	2508.25 m	2507.31 m	2507.31 m
10	Escuretz	1444.03 m	1444.36 m	1444.36 m
11	Balaïtous	3149.27 m	3148.72 m	3148.73 m
12	Lestibète	1854.89 m	1854.79 m	1854.80 m
13	Pic du Midi	2881.61 m	2879.96 m	2879.99 m
14	Troumouse	3084.77 m	3089.05 m	3089.09 m
15	Montaspet	1852.16 m	1852.27 m	1852.46 m
16	Maupas	3113.95 m	3113.53 m	3113.61 m
17	Crabère	2632.64 m	2632.02 m	2632.26 m
18	G. de Montaigu	-----	-----	635.79 m
19	Tuc de la Courate	1425.64 m	1424.72 m	1425.29 m
20	Montcalm	3080.34 m	3080.11 m	3080.23 m
21	Pic St-Barthélémy	2349.07 m	2348.29 m	2348.36 m
22	Col Rouge	2807.21 m	2806.81 m	2806.83 m
23	Liouzes	2831.53 m	2830.13 m	2830.12 m
24	Canigou	2785.77 m	2785.20 m	2785.19 m
25	Madres	2472.98 m	2472.04 m	2471.99 m
26	Bugarach	1231.80 m	1230.88 m	1230.89 m
27	Tauch	880.98 m	880.36 m	880.36 m
28	Forceral	510.91 m	509.47 m	509.46 m
29	Espira	458.35 m	457.15 m	457.15 m
30	T.S. Base	38.45 m	37.07 m	37.07 m
31	T.N. Base	19.66 m	19.23 m	19.23 m
32	St-Laurent-de-S.	28.44 m	27.05 m	27.05 m
33	Vigie Fort St-Ange	15.44 m	14.91 m	14.91 m
	(d° mesure directe)	17.11 m	17.11 m	17.11 m
	Différence	1.67 m	2.20 m	2.20 m

La dénivelée telle qu'elle ressort des solutions I ou II est de 2,20 m, le niveau de l'Océan étant plus élevé que celui de la Méditerranée. C'est peu différent du premier résultat de Corabœuf. On sait aujourd'hui que cette dénivelée est de l'ordre d'une trentaine de centimètres, ce qui montre bien le degré d'incertitude qui pèse sur la détermination par voie trigonométrique à longs côtés, même dans des conditions apparemment favorables, avec des

mesures particulièrement soignées ; l'écart type d'une dénivelée de la chaîne des Pyrénées (côtés de 30 à 40 kilomètres ou plus) ressort à  $\pm 1$  m environ.

Concluons que ce nivellement, quels que soient les mérites et les peines des opérateurs ne pouvait pas résoudre le problème des niveaux respectifs des deux mers.

Il a du moins l'avantage de montrer quelles sont les limitations des méthodes géodésiques de détermination des altitudes : on ne pouvait à l'époque déduire le canevas de détail des altitudes que du réseau de premier ordre et l'étendre ensuite aux 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> ordres, donc augmenter les erreurs accidentelles au fur et à mesure de la démultiplication des ordres. Un tel canevas, admissible pour coter des points topographiques plus ou moins précis (mamelons, carrefours, sommets montagneux, etc...), ne pouvait donc convenir à l'exécution des travaux d'art de l'Ingénieur.

**Nivellement barométrique :** On connaît l'histoire de l'expérience de Torricelli - disciple de Galilée, "professeur aux mathématiques" du Duc de Toscane - : les puisatiers du Duc avaient constaté que l'eau aspirée dans un tuyau vertical ne pouvait s'y élever à une hauteur supérieure à 31 pieds. Torricelli eut l'idée de faire l'expérience avec du mercure (densité 13.6) au lieu d'eau et constata que le mercure ne pouvait monter à une hauteur supérieure à 2 pieds 2 pouces. L'expérience fut connue à Paris vers 1644 (37). Pascal venait d'inventer sa machine arithmétique (1642). Il répéta en 1646 cette expérience, et peut-être guidé par une intuition de Torricelli, conçut toute une suite d'expériences qu'il publie en 1647 sous le titre "Expériences nouvelles touchant le vide", il arrive à la certitude que la colonne barométrique dans le vide équilibre le poids de l'atmosphère. Il conçoit alors (novembre 1647) la célèbre expérience du Puy de Dôme et propose à son beau-frère Périer de l'exécuter. Il s'agissait de vérifier que l'épaisseur d'air y étant moindre la colonne de mercure montait moins haut dans le tube, au sommet de la montagne, qu'à son pied à Clermont-Ferrand. L'expérience est tentée le 19 septembre 1648, avec toutes les garanties scientifiques possibles et le résultat donne :

à Clermont..... 26 pouces 3 lignes 1/2.... 71,2 cm  
au sommet..... 23 pouces 2 lignes..... 62,7 cm  
à mi-chemin..... 25 pouces..... 67,7 cm  
la dénivelée est estimée à 500 toises.

Ce résultat, qui bouleversait la philosophie de "l'horreur du vide" était également fondamental pour la physique et son interprétation. Au point de vue du nivellement, Pascal écrit son Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air "... comme nous voyons qu'en tous lieux qui sont à même niveau, l'eau s'élève à pareille hauteur et qu'elle s'élève moins en ceux qui sont plus élevés... on peut juger par cette différence combien l'un est plus élevé que l'autre, ce qui est un moyen de niveler les lieux, quelque éloignés qu'ils soient..., il ne faut que prendre un tuyau de trois à quatre pieds, plein de vif argent... et voir à quelle hauteur il demeure suspendu..." nous sommes malheureusement obligés d'arrêter les citations de ce texte

admirable ; ajoutons seulement que "... toute la mer est précisément du même niveau, c'est-à-dire également distante du centre de la terre en tous points..." c'est bien la définition adoptée par Picard 20 ans plus tard.

Lors des observations de la Méridienne J. Cassini (13) et ses aides font des observations barométriques sur les montagnes qu'ils cherchent à niveler, "pour connaître la pesanteur de l'air à diverses hauteurs sur la surface de la mer".

Ces mesures sont accompagnées de mesures à poste fixe dont la série est observée à Paris dont l'altitude est évaluée à 44 toises au-dessus de la mer. On ne voit pas très bien le but précis poursuivi ; sinon que l'on se rend compte que la différence d'altitude DH n'est pas reliée à la différence de pression DP par une loi linéaire, d'autant plus que les altitudes géométriques sont en elles-mêmes mal connues comme nous l'avons vu : voici ses résultats en pouces, lignes, toises.

Lieu	DP	DH
Bugarach	3 <sup>p</sup> 6 <sup>l</sup> 5	606,5
Rieupeyroux	2 <sup>p</sup> 6 <sup>l</sup>	363
Rodez	2 <sup>p</sup>	247.5
Rodez	20 <sup>l</sup>	239 <sup>r</sup>

	DP	DH
	9.59 cm	1180 m
	6.77 cm	706 m
soit en	5.41 cm	481 m
unités	4.52 cm	465 m
actuelles		

Cassini de Thury entreprend également des expériences barométriques, il a la curiosité de reprendre l'expérience de Pascal et Périer "in situ". Il est amusant de comparer ses résultats avec ceux-là (pouces, lignes).

	Clermont	Font de l'Arbre	Puy de Dôme
Périer	26 <sup>p</sup> 3 <sup>l</sup> ,5	25.0	23 <sup>p</sup> 2,0
Cassini de Thury	27.0,0		23.8,3
		25.7,8	23.9,5
	27.0,5	25.6,7	23.8,9

On notera que la comparaison entre les deux expériences est excellente, Cassini de Thury la complète en observant la dénivelée entre Clermont et le sommet du Puy de Dôme (560 toises au lieu de 500).

Il procède également à des mesures barométriques au Canigou et y fait une expérience d'hypso-

métrie : il constate, avec un thermomètre dont il vérifie par l'épreuve de la glace et de la neige fondante que le zéro n'a pas varié entre Le Canet (plage de Perpignan) et le Canigou, que le point d'ébullition de l'eau au Canigou est à 15° Delille (Réaumur ?) au-dessous de sa valeur au niveau de la mer... mais on ne voit pas qu'il ait cherché à utiliser ces propriétés pour une évaluation des altitudes.

Et pourtant à cette époque d'autres sont sur la bonne piste : les académiciens du Pérou. En 1729 Bouguer a publié un "Essai sur la graduation de la lumière" dans lequel il crée la photométrie. Etudiant l'absorption progressive de la lumière à la traversée des corps transparents, il explique sur une analogie que la loi de Mariotte "fait les condensations de l'air exactement proportionnelles aux pesanteurs" et en déduit que la courbe donnant les différences d'altitude en fonction de la pression est une "logarithmique". Ceci est facile à voir par un raisonnement très simple : considérons une atmosphère constituée de strates de même poids P.

Il s'exerce sur la dernière strate (en bas) une pression nP, (n - 1) P sur la (n - 1)<sup>e</sup>, etc.

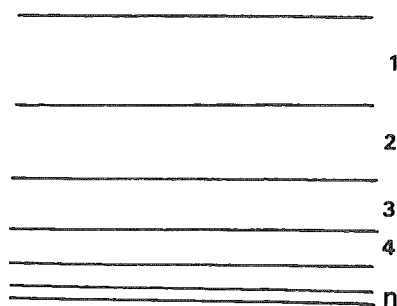


Fig. 33

Si H est l'épaisseur de la strate initiale, en vertu de la loi de Mariotte, la dernière strate aura pour épaisseur H/n et l'altitude totale du système sur la somme des épaisseurs des strates, soit  $(1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n)$  et on sait que la somme de la série harmonique a pour partie principale Logn (H très petit, n très grand) or la pression est de la forme np on a donc bien

$$Z - Z_0 = K \log P$$

Godin et avec lui Juan et Ulloa feront usage du nivellement barométrique, après avoir étalonné la formule dans la région de Quito. Ils ne sont pas très enthousiasmés par les résultats qui leur paraissent cependant suffisants pour leur but (réductions des observations). Bouguer avait donné la règle suivante (2) "... cherchez dans les tables ordinaires les logarithmes des hauteurs du mercure dans le baromètre, exprimées en lignes ; retranchez 1/30 de la différence de ces logarithmes : en prenant la caractéristique suivie de 4 décimales, vous aurez en toises, la hauteur relative des lieux" ce qui revient à dire que la dénivelée, exprimée en toises est égale à  $10\,000 \frac{29}{30} \log (P_2/P_1)$ .

30

Appliquée à l'expérience du Puy de Dôme, elle donnerait H2-H1 = 532 toises et à l'altitude du



Canigou : 1412 toises au lieu de 1441 annoncées par J. Cassini, qui se ramèneraient à 1432 toises environ après correction de réfraction.

Ce qui manquait essentiellement à Bouguer, c'était la loi de Gay-Lussac. C'est Laplace\* qui donnera dans sa Mécanique Céleste une théorie plus satisfaisante en partant de l'équation barométrique, et tenant compte de la température.

L'équation barométrique reprend sous une forme plus précise, le raisonnement précédent ; elle exprime que la variation de pression sur une petite surface découpée dans une couche mince d'atmosphère est égale au poids de cette couche,

$(P + dP - P) ds = - g D ds$  d'où  $dP = - g D dz$  (g pesanteur, D densité, dz épaisseur de la couche) et tenant compte de la loi de Mariotte Gay-Lussac,  $p v = RT$  en déduit par intégration la formule classique plus précise :

$$z_2 - z_1 = 18400 \left( 1 + \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \log \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \frac{g_0}{g_m} \left[ 1 + 0,188 \left( \frac{f_1}{P_1} + \frac{f_2}{P_2} \right) \right]$$

où  $f_1$  et  $f_2$  sont les tensions de vapeur d'eau exprimées dans le même système d'unité que  $P$ .

On sait par ailleurs que, quelles que soient les précautions et les corrections expérimentales, la précision d'une altitude barométrique soignée est de l'ordre de  $\pm 5$  m et que les erreurs d'une dizaine de mètres sont possibles. Le nivellement barométrique est donc essentiellement un nivellement de reconnaissance.

### Le nivellement géométrique de précision

Le système d'altitudes de la carte 1/80 000, rapporté au niveau de la mer couvrait le pays d'un canevas homogène, dont la précision était de l'ordre de un à deux mètres.

Mais il était insuffisant pour les travaux d'art : routes, ponts, canaux, voies ferrées, on rappelle que la première voie ferrée construite en France, de Lyon à Saint-Etienne, fut mise en service en 1832, que c'est en 1842 sous le ministère Guizot que fut votée la loi décidant la construction de neuf lignes de chemin de fer, reliant Paris aux principales villes de province.

Il fallait donc, si on voulait en faire un raccord correct, homogénéiser tout cet ensemble à la précision requise, étudier un autre système et le mettre en œuvre. Bourdalouë appuyé par le service des Ponts et Chaussées en fut le grand moteur.

En 1853 Peytier alors chef de la géodésie au Dépôt de la Guerre écrit (30,9) "... Les Ingénieurs des Ponts et Chaussées exécutent, au moyen d'un niveau à lunette susceptible de toutes les vérifications nécessaires et d'une mire, d'excellents nivellements dont quelques personnes exagèrent un peu le degré de précision. Ils placent leur niveau à peu près au milieu de la distance des deux points dont ils veulent déterminer la différence de niveau et

pointent successivement deux mires placées à ces points ; de cette manière, le résultat est indépendant de toutes les erreurs constantes dont pourrait être affecté chaque coup de niveau. M. Breton de Champ, dans son traité de Nivellement (35) dit que dans les grands nivellements on adopte 120 mètres et quelquefois plus pour la distance entre le niveau et les mires, mais qu'il serait préférable d'adopter 100 mètres et même 75 mètres. M. Breton dit encore que dans un bon nivellement, l'erreur ne doit pas dépasser 0,015 m pour 50 kilomètres. Cette estimation nous paraît fort au-dessous de la réalité et l'erreur probable doit être au moins le triple de cette quantité... Nous pensons qu'un nivellement géodésique effectué avec de petits côtés de 10 000 mètres par exemple, en ayant pour signaux des mires carrées de 0,30 m qui offriraient un excellent pointé, et en prenant des distances zénithales réciproques et simultanées, donnerait des résultats dont le degré d'exactitude pourrait être comparé à celui qu'obtiennent les Ingénieurs des Ponts et Chaussées...". Ce texte montre les cloisons étanches qui existaient alors entre services dont les besoins différents n'avaient pas encore trouvé leur dénominateur commun, et les doutes et illusions d'un géodésien de profession qui avait consacré aux mesures de distances zénithales la meilleure partie de sa jeunesse et de ses travaux d'opérateur sur le terrain.

Le Traité de Nivellement de Breton de Champ (35) auquel Peytier fait allusion parut en 1848 (1<sup>re</sup> édition). C'est un ouvrage excellent, il est même tout à fait curieux que le nom de l'auteur soit pratiquement inconnu de nos jours, éclipsé sans doute par ceux de Bourdalouë, de Goulier, de Lallemant, alors qu'il semble bien que Breton de Champ ait été, sans le crier sur les toits, un des principaux instigateurs du réseau national de nivellement dont l'exécution matérielle fut confiée à Bourdalouë (1798-1868). Bourdalouë était conducteur des Ponts et Chaussées, et à ce titre exécutait les travaux de nivellement nécessaires aux projets. Vers 1840, il est en service dans le midi, où il nivelle les voies ferrées de Nîmes aux mines des Cévennes, sous les ordres de l'Ingénieur en chef Paulin Talabot — que nous retrouverons plus loin. Les premières conclusions de Bourdalouë sont publiées en 1844 dans une brochure intitulée "Notice - Amélioration du niveau cercle Egault et construction de nouvelles mires — par M. Bourdalouë Ingénieur Résident des chemins de fer du Gard, conducteur des Ponts et Chaussées. Il s'exprime en ces termes : "Les grands nivellements qui nous ont été confiés depuis 28 ans pour études de canaux, routes, chemins de fer, dessèchement de marais, nous ont mis à même de pouvoir améliorer, simplifier les instruments employés dans les nivellements, afin d'économiser le temps et de diminuer par conséquent les frais énormes que les grandes opérations entraînent...". Il explique sa préférence pour le niveau cercle de Lenoir construit sur les indications de l'Ingénieur en chef Egault, et surtout il remplace les mires coulissantes, très longues à manœuvrer, causes de fautes ou d'incertitudes, par des mires parlantes - innovation capitale. Quelques années plus tard, il ajoutera à l'attirail du porte-mire une fiche d'acier implantée dans le sol

\* Euler avait fait un calcul très analogue en 1755.

à coups de marteau, pour stabiliser le support de mire (ancêtre du crapaud). Les résultats ne se firent pas attendre, dans sa "Nouvelle notice sur les nivellements" (1847) il cite les fermetures aller-retour de quelques lignes de nivellement observées par lui :

En 1830	Alès - Beaucaire	72 km - 0,020 m
En 1836	La Teste - Bayonne	120 km - 0,080 m
En 1843	Beaucaire - Marseille	90 km - 0,100 m
En 1846	Lyon - Avignon	220 km - 0,017 m

La précision des nivellements observés selon les méthodes de Bourdalouë était essentielle pour les avant-projets des lignes de chemin de fer qui se développaient à l'époque : on sait que la traction à vapeur admet au plus des rampes de 2 à 3 % et les résultats obtenus justifiaient les espoirs les plus audacieux.

Dans son enthousiasme, Bourdalouë écrit (35) : "Enfin si l'on poussait une seule ligne de nivellement à travers la France, passant par Paris, soit environ 750 kilomètres, nous certifions que le premier niveleur venu, pourvu qu'il soit calme, fera avec nos instruments et nos méthodes, cette opération en 45 jours\*, et n'ayant pour toute tolérance que 0,03 m..."

La notice initiale de 1844 est certifiée par Paulin Talabot, qui fut un des grands ingénieurs du siècle, et finira comme Directeur général des chemins de fer Paris, Lyon, Méditerranée.

Son activité ne se borna pas au développement des réseaux ferrés ; il fut désigné pour faire partie des brigades d'études (internationales) chargées d'explorer les possibilités du creusement du canal de l'isthme de Suez ; il y emmena Bourdalouë.

On sait que ce canal remonte à une haute antiquité : Hérodote (L'Enquête - II - 158 - Edition de la Pléiade) dit "... Psammétique eut pour fils et successeur Nécos (Nechao de 609 à 594 Av. J.C.) qui entreprit le percement du canal qui conduit à la mer Erythrée... En longueur ce canal représente quatre jours de navigation, et on le fit assez large pour permettre le passage de deux trières de front ; son eau vient du Nil : il s'en détache un peu au-dessus de Bubastis, passe près de la ville arabe de Patoumos et aboutit à la mer Erythrée (mer Rouge)..." Lors de l'expédition d'Egypte, Bonaparte fit reconnaître l'isthme de Suez, et fit exécuter un nivellement entre Méditerranée et Mer Rouge. Pressés par les circonstances, assaillis par les tribus Arabes hostiles, interrompus à diverses reprises, les ingénieurs niveleurs avaient trouvé une dénivelée de l'ordre de 8 à 9 mètres.

Les travaux de 1847 ont fait l'objet d'un compte-rendu de P. Talabot dans "Société d'Etudes de l'Isthme de Suez - Travaux de la brigade française" qui discute les résultats. La fermeture des mailles qui s'étendent sur l'isthme est de l'ordre du décimètre et Talabot affirme "... le résultat de ce nivellement est que la mer moyenne est un peu plus élevée dans la mer Rouge que dans la Méditerranée, mais que la différence est au maximum de 80 centimètres..."

Il discute les résultats extrêmes (morte eau en Méditerranée - vive eau à Suez) et les compare à ceux de 1799.

	1799	1847
Basse mer (Méditerranée)	0.00	0.00
Haute mer de vive eau (Mer Rouge) . . . . .	9.90	2.27 m
Basses eaux du Nil . . . . .	5.29	13.27 m

Le projet était donc viable sous cet aspect, aucune écluse n'étant à prévoir.

De Lesseps, ancien Consul de France en Egypte obtiendra du Khédive l'autorisation de construction, et le canal sera terminé en 1869.

Le nivellement de Suez établit - à bien juste titre - la gloire de Bourdalouë dont les conclusions étaient sans appel. A son retour, il deviendra pratiquement l'entrepreneur officiel des travaux de nivellement des Ponts et Chaussées, comme en témoigne cette convention passée entre lui et Collin, Ingénieur en chef du Service spécial de la Loire (20/03/1855) : "Je soussigné P.A. Bourdalouë, me charge de faire exécuter le nivellement de précision de la Loire (partie comprise entre la mer et Briare). La précision sera telle qu'une différence dépassant 5 centimètres ne pourra exister d'un point extrême à l'autre. La tolérance pour chaque kilomètre ne pourra excéder cinq millimètres, sans qu'ils viennent s'ajouter... Trois lignes se vérifiant entre elles seront faites avec le plus grand soin : deux remonteront le fleuve en partant de Saint-Nazaire... pour suivre chaque rive... une troisième servant de contrôle aux deux autres sera faite en sens inverse, c'est-à-dire, de Briare à Saint-Nazaire... ces trois lignes devront comme vérification avoir au moins un point commun tous les vingt kilomètres... Tous les frais occasionnés pour les opérations de terrain, la fourniture des instruments et des carnets, la reliure des volumes, l'impression et la brochure des tables, seront à la charge de M. Bourdalouë... L'unité pour le paiement des opérateurs sera le kilomètre de nivellement de chaque ligne, lequel sera payé neuf francs (!!!)... Le niveau moyen de la mer qui doit servir de plan de comparaison... sera fixé à la cote 3.00 m de l'échelle de Saint-Nazaire..."

Prévu pour durer quatre mois, le travail en demanda le double, pour trois opérateurs, Bourdalouë d'ailleurs estime que c'est dû à une confusion entre nivellement principal et travaux de détails.

**Le Nivellement général de la France :** L'adoption de la cote 3.00 m de l'échelle de Saint-Nazaire, montre bien qu'il n'existait pas encore de système unifié des altitudes pour coordonner les projets généraux.

Le problème avait pourtant été évoqué à diverses reprises. En 1802 une commission spéciale de coordination des travaux topographiques des différents services publics avait siégé au Dépôt de la Guerre, sous la présidence du Général Sanson. Elle était d'avis "en ce qui concerne les nivellements, que les services publics qui ne rapportent pas encore leurs nivellements au niveau général de la mer, comme le font ordinairement les géographes et les ingénieurs des mines, soient invités à suivre cet usage et à rattacher autant que possible à ce niveau les plans par-

\* Admirez, opérateurs !

tiels de comparaison des nivellements qu'ils ont faits ou qu'ils feront à l'avenir" (6).

Dans leur projet de 1816, Brossier et Denaix avaient fait valoir que "si les observations de hauteur étaient faites avec plus de soin... elles procureraient de proche en proche un nivellement exact de toute la France... "et qu'une nouvelle description géométrique de la France aurait entre autres avantages, celui de ... fixer des points de repère assez multipliés en tous lieux, pour y rattacher les innombrables nivellements, faits et à faire, si nécessaire à la connaissance plus exacte de notre sol".

L'idée est également émise par P.S. Girard, dans un "Mémoire sur le nivellement général de la France, et les moyens de l'exécuter" (1805, 1825) qui propose de faire exécuter le profil en long des thalwegs et de relier les cotes par des courbes de niveau, de manière à dessiner les bassins des différents cours d'eau qui irriguent le sol français. Ce travail devait être exécuté au niveau à lunette (35).

La proposition n'avait pas alors rencontré beaucoup d'échos puisque les travaux géodésiques et topographiques entrepris à l'échelle nationale depuis 1817 pour l'élaboration de la carte du pays avaient l'ambition de fournir ce canevas. Mais, on s'aperçut vite que les cotes obtenues par nivellement trigonométrique étaient insuffisamment précises pour satisfaire les besoins des Travaux Publics, comme nous l'avons dit plus haut.

Le triomphe des travaux de Suez ouvrait d'autres perspectives. On songea à doter le pays d'un vrai réseau de Nivellement de précision et Bourdalouë, à titre expérimental procéda, à ses frais, au nivellement du département du Cher. Le succès de l'opération le persuada de la viabilité d'un projet plus général dont il proposa la mise en route. Sur avis du Conseil Général des Ponts et Chaussées, le Ministre des travaux publics conclut à l'utilité de l'entreprise, et décida qu'un réseau de base serait établi et observé par Bourdalouë, sur les crédits publics, avec participation des compagnies de chemin de fer.

Le concours des départements serait prévu pour les travaux ultérieurs (juillet 1857). Au point de vue technique, ce réseau se développe sur 15 000 kilomètres environ, formant trente-huit polygones.

Les résultats en ont été publiés en 1864 (trois volumes) mais on ne sait pas très bien comment en ont été effectués les calculs, qui sont très probablement la partie la plus discutable de l'œuvre. Lorsqu'en 1970 l'Institut Géographique National reprit les registres d'observations du réseau de Bourdalouë, précisément pour refaire un calcul aussi correct que possible par la méthode des moindres carrés, on constata que la moyenne de certaines dénivelées était fausse, soit par erreur de calcul de la moyenne, soit parce que l'une des trois ou quatre dénivelées composantes était elle-même erronée. La compensation donna des résultats différant souvent régionalement de plusieurs décimètres de ceux qu'annonçait Bourdalouë ; elle attribua à son réseau un écart-type inférieur à 0.5 cm par kilomètre, ce qui est fort honorable.

**Origine des altitudes :** Picard au cours de ses études avait choisi le rez-de-chaussée du Château de Versailles, ce qui était de bonne cour et de logique.

J. Cassini adoptera le niveau de la mer dans la région de Perpignan imité en cela par Cassini de Thury. Ce choix est intuitif et correspond à une généralisation de la définition de Pascal : les points de même altitude sont équidistants du centre de la terre, autrement dit le relief dont on calcule la hauteur coiffe une terre de forme géométrique précise, et on ramène les mesures, les bases en particulier, au niveau de la mer, origine des altitudes. C'est ce que feront les Ingénieurs géographes. En ce qui concerne les travaux d'ingénierie, on se fixait pour chacun, une origine particulière des altitudes — cf. le choix de cette origine pour le profil de la Loire par Bourdalouë — mais peu à peu, un besoin d'unification se fit sentir, c'est ainsi que l'Ingénieur en Chef Collin, déjà cité, proposait "de rattacher toutes les opérations d'altitude à un plan unique de comparaison qui passerait à 100.0 m au-dessous d'un repère central à établir dans la cour de l'Observatoire de Paris"... Finalement une décision ministérielle fixa en 1860 l'origine des altitudes du réseau Bourdalouë au niveau moyen de la Méditerranée à Marseille, défini par le trait 0.40 m de l'échelle de marée de Fort Saint-Jean. Le zéro actuel du N.G.F. en diffère très peu.



Les grands nivellements qui nous ont été confiés depuis 28 ans pour études de Canaux, Routes, Chemins de fer, des chemins de fer, nous ont mis à même de perfectionner nos instruments, d'employer les instruments employés dans les nivellements, afin d'économiser le temps et de diminuer par conséquent les frais énormes que les grandes opérations entraînent.

Pour atteindre ce but, nous avons d'abord cherché à reconnaître quel était le niveau le plus prompt, le plus sûr, le moins

coûteux, et nous avons cherché à améliorer.

- 1° En quadruplant la portée de sa lunette.
- 2° En augmentant un peu le diamètre de son plateau vertical.
- 3° En fixant plus commodément la bulle sur sa règle ou elle peut être réglée facilement.
- 4° En mettant à l'avant le pignon P qui permet de le faire manœuvrer promptement suivant les besoins de l'opérateur.
- 5° Enfin en mettant pour marquer le retournement de la lunette et de la bulle des chiffres 1 et 2 qui devant toujours se raccorder.

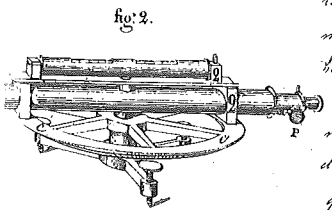
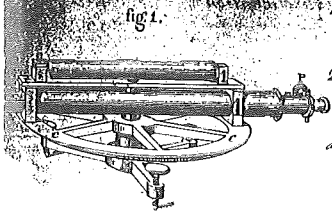
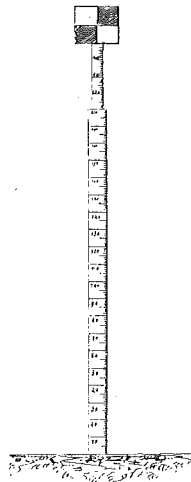


fig. 3.  
Echelle 0 05.



qui avaient bien servi dans le service de l'Armement.

Avec ces nouveaux niveaux qui ont été confectionnés par Touchette, on n'a presque pas de rectifications de bulle et de lunette à faire, et les mises qui n'étaient bien plus qu'à 100 mètres peuvent être jusqu'à 600 et 700 lorsqu'il n'y a pas de folie.

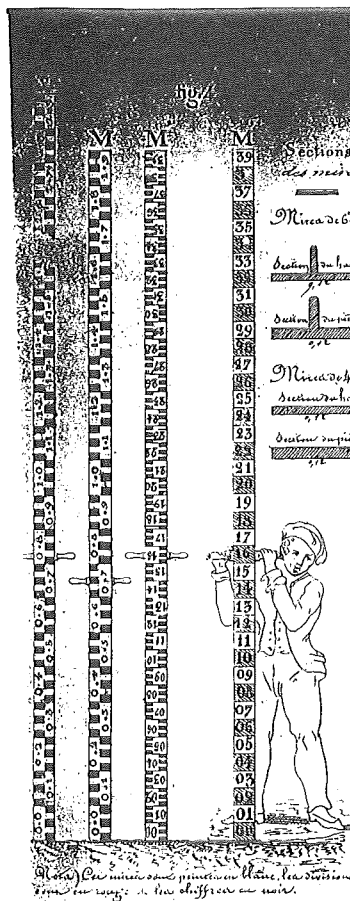
## Mises.

Les mises à l'échelle Figure 3 qui sont généralement employées présentent les mêmes inconvénients.

Elles sont trop longues à manœuvrer.

On n'est qu'à peu près sûr de la mesure.

Composées de plusieurs pièces de bois elles sont sujettes à de fréquents déformations.



La partie inférieure de la mise à l'échelle Figure 4 qui est la partie la plus importante de la mise à l'échelle.

On n'est pas sûr de la mise à l'échelle.

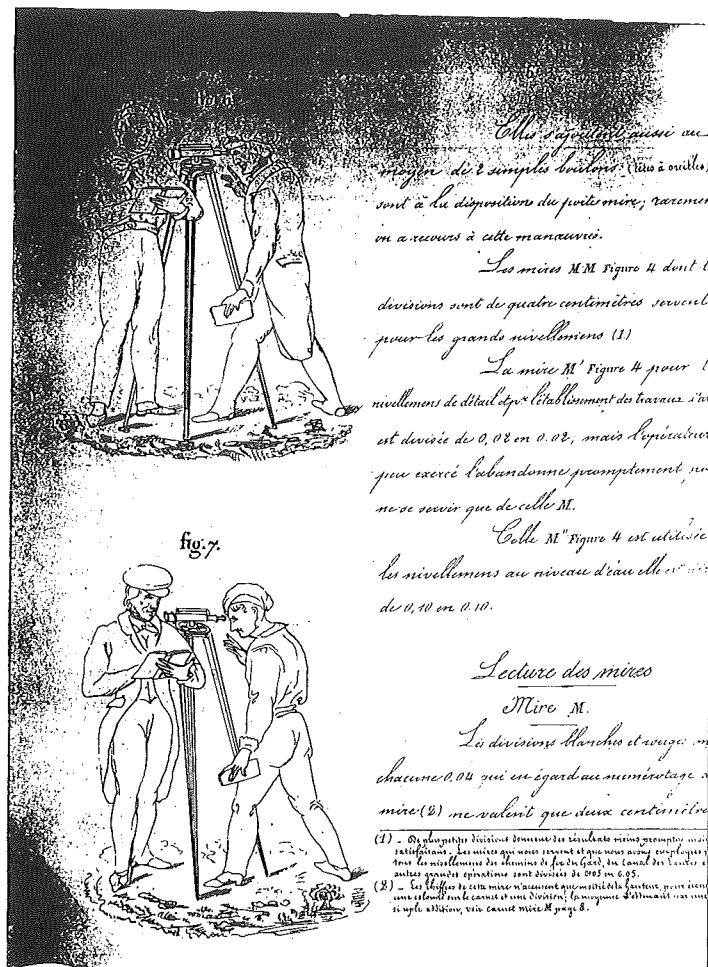
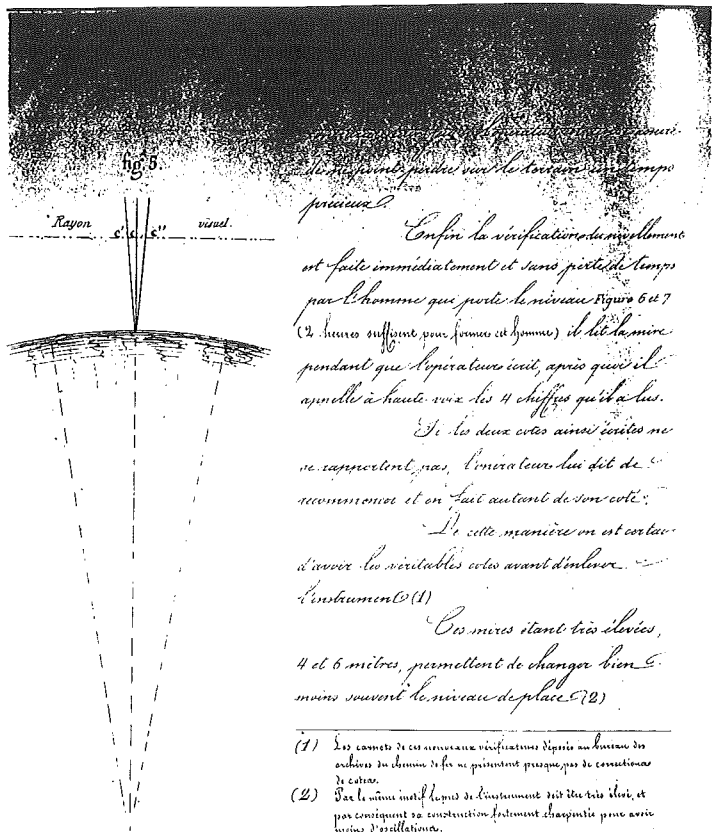
On n'est pas sûr de la mise à l'échelle.

On n'est pas sûr de la mise à l'échelle.

On n'est pas sûr de la mise à l'échelle.

On n'est pas sûr de la mise à l'échelle.

On n'est pas sûr de la mise à l'échelle.



## REPRODUCTION PHOTOGRAPHIQUE

- agrandissements
- réductions
- remises à l'échelle en tous formats
- réductions/assemblages de plans à échelle imposée
- confection
- reproduction
- travaux spéciaux sur mosaïques topographiques
- travaux sur supports polyester
- typons offset
- tramés ou trait

### HAUTE PRECISION

## LART

PHOTO-REPROGRAPHIE PHOTO-CARTOGRAPHIE

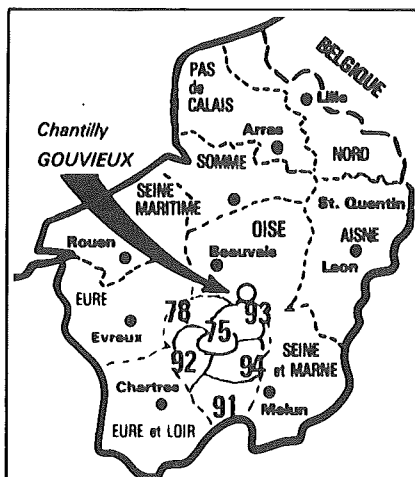
LES APPLICATIONS DE LA REPRODUCTION TECHNIQUE

5, rue de la Véga  
75012 PARIS

☎ 347.15.92



# MESURES ET SYSTEMES



## AGENT REGIONAL DISTRIBUTEUR

distancemètres  **Geodimeter**<sup>®</sup> de Géotronics pour la Région Parisienne et le Nord.

Une gamme complète de distancemètres :

- Intégrés .
- Montables sur théodolites .
- Enregistreurs de données .

**PENSEZ EFFICACITE ET COMPAREZ  
CHEZ NOUS UN GEODIMETRE ADAPTE  
A CHACUN DE VOS BESOINS.**

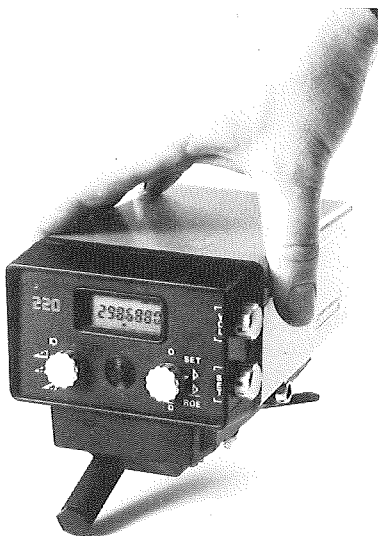


**des distancemètres performants  
qui ont le vent en poupe.**

## Découvrez un nouvel outil rentable

### UN POIDS PLUME...

- Distance horizontale et dénivelée entièrement automatiques.
- Rapidité : Tracking rapide continu.  
"Visez ! La distance horizontale est là".  
On peut suivre une cible mobile à la vitesse de 14 km/h.
- Liaison phonique Unicom intégrée : pour donner des informations au porte-prisme, jusqu'à 1600 m.



Le nouveau Géodimètre  
M 220

- Simplicité d'emploi.
- Tracklight : faisceau guide de lumière clignotante rouge/vert pour les implantations.
- Dénivelée en continu pour implantations altimétriques.
- Portée 1600 m sur 1 prisme.

**... QUI A DU PUNCH !!!**

**nous ne prenons pas de gants pour l'affirmer !**

### MESURES ET SYSTEMES S.A.

12, Allée des Basses Garennes  
60270 GOUVIEUX - FRANCE

\* Tél. : 16 (4) 457.27.97

Télex : MESYST 150.153 F

\* par le 16 obligatoire, sauf depuis l'Oise.

☐ Désire une documentation sur : GDM 220

☐ Désire une démonstration

NOM : \_\_\_\_\_

ADRESSE : \_\_\_\_\_

TÉL. : \_\_\_\_\_

# La topographie du futur

## Modèles numériques de terrain

par G. GROS

*Délégué Général de l'Institut des Sciences et des Techniques  
de l'Équipement et de l'Environnement pour le Développement*

Monsieur le Président,  
Mesdames, Mesdemoiselles, Messieurs et Chers Collègues,

Je tiens tout d'abord à vous dire combien je regrette de ne pouvoir prendre part à ce congrès dont le thème est des plus intéressants. Malheureusement, il m'a été demandé au dernier moment de me joindre à une délégation française se rendant à l'étranger et je vous prie de bien vouloir m'en excuser.

Si les Modules Numériques de Terrain constituent aujourd'hui des outils d'usage courant, il n'en demeure pas moins vrai que leur développement, tant au niveau de la saisie, de l'élaboration, de l'exploitation qu'à celui des applications apparaît, aujourd'hui encore, comme l'une des composantes de la topographie du futur.

Nés dans les années 60 de l'essor de l'informatique et de la mise en œuvre d'importants programmes d'aménagement, les Modèles Numériques de Terrain sont toujours, après plus de 20 ans de développement, l'objet de recherches et d'expérimentations. Des progrès majeurs ont été réalisés mais d'autres sont attendus. Il suffit pour s'en convaincre de parcourir les actes des colloques internationaux. Partout, des groupes se créent en vue de mettre en commun expériences et besoins.

C'est ainsi qu'a été constitué en 1978, dans le cadre du Comité de la Recherche et du Développement de l'Institut Géographique National, un groupe chargé de réfléchir à de nouveaux développements des Modèles Numériques de Terrain.

Ce groupe composé de représentants d'organismes nationaux tels que le Bureau de Recherches Géologiques et Minières, le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, l'Institut de Physique du Globe, le Centre Electronique de l'Armement, la Direction des Télécommunications du Réseau National, l'Institut Géographique National, la SNCF, les Centres d'Etudes Techniques de l'Équipement, le Service Technique de l'Urbanisme, l'EDF, l'Institut d'Aménagement Urbain de la Région Ile-de-France, la Protection des Paysages, le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine a tenté de recenser l'acquis dans ce domaine, d'exprimer les besoins et difficultés ressentis par les services afin de propo-

ser des axes de recherches. En outre, il a procédé à la réalisation d'expérimentations en vue de la promotion de nouvelles applications. A cette occasion, le groupe a notamment abordé les questions relatives à la saisie ainsi que celles se rapportant à l'interpolation ou à l'élaboration de nouveaux types de modèles.

On distingue généralement, parmi les différents modèles, les semis de points, les courbes de niveau, les lignes caractéristiques, les maillages et profils divers. Dans tous les cas la saisie des informations décrivant la surface à "modéliser" constitue naturellement la première des phases dans le processus d'élaboration des modèles numériques de terrain.

Cette saisie peut être effectuée selon les cas et les types de surface à partir de 3 supports :

- la surface elle-même ;
- une image cartographique de la surface ;
- une représentation photographique de cette surface.

Il existe pour chacun de ces supports, des modes spécifiques de saisie appelés respectivement :

- levés directs ;
- numérisation ;
- restitution photogrammétrique.

D'une façon générale, supports et modes de saisie orientent le choix des données, conditionnent les processus d'élaboration et conduisent, in fine, à la production de MNT destinés à des applications privilégiées.

En effet, l'accès aux informations formant le voisinage d'un point nécessite d'organiser différemment les fichiers selon qu'il s'agit d'un semis de points ou de courbes de niveau. L'introduction dans le modèle des lignes caractéristiques (lignes de changement de pente, talweg, crêtes) est propice à la décomposition automatique de la surface en zones morphologiquement homogènes facilitant l'ajustement de la formule d'interpolation utilisée pour le calcul de la cote en un point. Le développement des matériels apporte sur le marché de nouveaux moyens offrant des facilités de plus en plus étendues. Tel est le cas des appareils de levé direct qui permettent, maintenant, au fur et à mesure, de l'exécution des mesures, la génération de modèles numériques et leur archivage sur cassettes autori-

sant leur exploitation directe dès le retour au bureau. En photogrammétrie, les appareils de restitution analytiques du type TRASTER laissent entrevoir un vaste champ d'applications nouvelles, par exemple la saisie à partir d'images géométriquement déformées par diverses causes physiques : lame d'eau des fonds bathymétriques. De même l'apparition de la micro-informatique n'est pas sans incidence sur l'élaboration des modèles numériques.

De l'examen de ces diverses questions, le groupe constatait que la pleine application des modèles numériques de terrain et leur promotion dans les différents domaines de la photogrammétrie, de la cartographie, de l'aménagement, des sciences de la terre était à rechercher au travers d'une réflexion méthodologique visant à déterminer les fonctions d'interpolation capables de fournir à partir d'un MNT l'essentiel de l'information (altimétrie, morphologie) contenue dans les supports de saisie eux-mêmes que sont le terrain, la carte ou la photographie aérienne.

En effet, les différents types de modèles numériques couramment utilisés et les méthodes d'interpolation qui les accompagnent ne répondent pas encore à tous les besoins induits par l'automatisation toujours plus poussée dans les domaines techniques de l'aménagement.

L'estimation des cubatures d'un projet routier est grandement influencée par la répartition des points vis-à-vis des variations du relief. Il peut en résulter sur certains profils en travers des différences de 10 à 50 % et par cumul, de profil en profil, des erreurs importantes de cubature.

De même, la pertinence d'une analyse automatique des composantes visuelles d'un site dépend des modèles capables de discriminer les éléments qui charpentent le paysage dans lequel viendra s'inscrire l'ouvrage.

La confection de modèles en géologie de l'ingénieur ne peut être envisagée sans le support d'un modèle orographique traduisant la configuration et la structure du terrain ainsi que ses relations avec les couches sous-jacentes.

On pourrait encore citer les études d'hydrologie de surface, de ruissellement et, d'une façon générale, de morphométrie.

Intéressé par ces questions, le groupe s'est penché sur l'exploitation des modèles numériques de terrain dans le but d'extraire les éléments morphologiques considérés comme remarquables par la position particulière qu'ils occupent et les propriétés mathématiques qui peuvent leur être attachées. Les résultats obtenus montrent que ceux-ci peuvent rejaillir sur les questions d'échantillonnage des points de mesure et d'élaboration des modèles numériques. Questions qui sont par ailleurs directement liées aux moyens dont dispose la photogrammétrie.

A la suite de ces travaux, il a été créé en octobre 1980 au sein de l'Organisation Européenne d'Etudes de Photogrammétrie Expérimentales (OEEPE) une commission chargée de comparer les méthodes mathématiques existantes ou à créer, susceptibles de livrer en tout point, à la demande, altimé-

trie, pente, lignes de rupture, crêtes, talwegs, etc..., dans un minimum de temps de calcul avec une précision suffisante pour une mémorisation aussi restreinte que possible.

Il s'agissait, sinon d'une approche nouvelle, du moins d'expérimenter, de nouvelles idées.

C'est dans ce cadre que diverses expérimentations ont été conduites avec le concours de l'IGN. Certaines se poursuivent encore, d'autres ont contribué à la mise au point d'outils opérationnels.

N'ayant été que l'animateur de ces travaux, c'est à M. Dufour (Ingénieur Général Géographe, Conseiller Scientifique à la Direction Générale de l'IGN) et à M. Julien (Ingénieur Géographe à l'IGN), qui ont apporté une contribution essentielle à notre réflexion qu'il convient de présenter dans une perspective de développement ce qui est déjà ou sera dans un futur proche, outil ou concept nouveau au service des ingénieurs des sciences géographiques et des spécialistes en charge des projets d'aménagement.

M. Dufour exposera les expérimentations que nous avons menées sur l'échantillonnage des points d'observation, la saisie des lignes caractéristiques et l'extraction automatique des éléments remarquables du terrain. Il abordera à cette occasion les aspects théoriques au travers de la formalisation mathématique de ces questions, ainsi que les aspects pratiques d'expression graphique et de comparaison de la précision des modèles. Il évoquera les produits dérivés et applications que l'on peut attendre des travaux de recherche en cours.

M. Julien présentera des méthodes opérationnelles d'élaboration des modèles numériques de terrain mises au point à l'IGN et aptes à répondre à de multiples besoins de cartographie, d'études de projets et de constitution de bases de données altimétriques et topographiques.

Aujourd'hui les modèles numériques de terrain engendrent de trop nombreuses applications pour qu'il soit possible de toutes les citer.

Qu'il s'agisse de cartographie solarisée des plans d'occupation des sols, de blocs diagrammes du relief avec report automatique et en perspective des principaux objets topographiques, de la reconnaissance d'itinéraires de dégagement des faisceaux radioélectriques de télécommunication, d'études de bassins versants, de l'association au traitement de l'imagerie spatiale, il apparaît très clairement que les modèles numériques de terrain sont devenus le support indispensable à l'étude de bien des phénomènes scientifiques ainsi qu'aux différents stades d'études des projets d'aménagement.

C'est en fait pour de nombreuses applications la nécessité d'une juste expression de la morphologie dans ses traits essentiels et appropriés.

Certes de nombreuses questions restent encore à résoudre. Mais il ne fait nul doute que des progrès technologiques importants seront accomplis dans les prochaines années affirmant ainsi le rôle des modèles numériques de terrain dans la topographie du futur.



# Modèles numériques de terrain (MNT) Recherche automatique de points et lignes remarquables

par H.M. DUFOUR  
Ingénieur Général Géographe

## Résumé

A - Dans le cadre du groupe de travail français sur les MNT, et du groupe européen qui lui a succédé (commission B de l'OEEPE), présidés par M. Gros, un certain nombre de concepts mathématiques simples ont été dégagés, afin de définir les éléments remarquables d'un terrain topographique. Ils conduisent à l'enrichissement du modèle visualisé par apparition de points remarquables (sommets, cuvettes, cols, nœuds de crêtes, confluent, origines de talwegs, fins de crêtes) et de lignes dites caractéristiques, ainsi qu'à la création de cartes dérivées (pente, courbure).

B - On insiste sur le mode pratique de tracé des lignes de pente principales (joignant les cols aux sommets et cuvettes voisins) — qui, sur un modèle d'altitudes, délimitent les grands bassins de ruissellement — mais, sur les cartes dérivées, peuvent conduire à la répartition du domaine en zones homogènes, essentielles pour les rectifications fines du modèle et sa généralisation.

## Introduction

L'exposé qui va suivre a pour but de dégager des formulations mathématiques simples — et des modes opératoires automatiques qui en sont la conséquence — qui se sont révélés intéressants lors des travaux du groupe français sur les MNS (Modèles Numériques de Surfaces), et ceux du groupe européen qui lui a succédé (commission B de l'OEEPE)\* tous les deux présidés par M. Gros de l'ISTED (Institut des Sciences et Techniques de l'Équipement et de l'Environnement pour le Développement).

Les travaux sur les lignes caractéristiques vont se poursuivre, dans le cadre d'un groupe B1 de la même commission, et dont je dois assurer la présidence.

Les aspects mathématiques, et leurs applications pratiques, ont fait l'objet d'un article du Bulletin français de cartographie (Dufour & Abgrall 1983) dans lequel de nombreuses formulations ont été propo-

sées, dont seules quelques-unes peuvent être retenues, comme essentielles dans l'analyse des MNT. Nous allons les rappeler ci-après, en essayant de leur donner une présentation aussi simple que possible.

Avant de passer à l'exposé proprement dit, il paraît bon de donner une idée des problèmes que posent les MNT, et leur exploitation, et de replacer les modes connus de travail dans un cadre général, volontairement abrégé, mais qui nous paraît nécessaire pour une bonne compréhension des travaux de la Commission.

## Problèmes liés aux MNT

On peut distinguer 9 problèmes :

- (I) Représentation mathématique et interpolation.
- (II) Cartes dérivées, pente, courbure.
- (III) Points et lignes remarquables.
- (IV) Acquisition du modèle (notamment à partir d'observations).
- (V) Critères de précision et de comparaisons.
- (VI) Problèmes de visualisation (dessin).
- (VII) Amélioration.
- (VIII) Généralisation.
- (IX) Utilisations.

On notera la séparation **stricte** entre la **représentation** mathématique et l'**acquisition** du modèle. Il paraît hautement souhaitable de ne pas cumuler, au moins dans une première phase, les difficultés des deux problèmes qui sont à résoudre. En particulier, quand on travaillera sur la représentation, on supposera accessibles, avec une bonne précision, toutes les grandeurs mathématiques dont on a besoin. Corrélativement les méthodes d'acquisition pourront être jugées d'après leur aptitude à fournir ces éléments mathématiques nécessaires pour la bonne exploitation du modèle.

Le chapitre IX (utilisations) est donné ici pour mémoire et pourrait être lui-même dissocié en de nombreux chapitres, que l'on ne peut pas aborder ici.

Nous développerons par contre quelque peu les problèmes (I), (II), (III).

\* OEEPE : Organisation Européenne d'Études de Photogrammétrie Expérimentale.

## I) Représentation numérique et interpolation

On peut très facilement distinguer 4 grands types de représentation.

**A) Une formule analytique unique sur tout le domaine :** essentiellement un polynôme à 2 variables ou une série double de Fourier.

Cette représentation est en général jugée insuffisante pour le rendu des détails.

### B) Usage de fonctions à support borné

B1 : maillage régulier rectangulaire (ou carré) : c'est le support habituel des cartes maillées, mais la fonction bilinéaire bien connue peut être remplacée par une autre fonction "basique spline" : fonction biparabolique ou bicubique.

B2 : maillage régulier triangulaire isocèle (ou équilatéral) : c'est une structure peu habituelle mais qui possède des avantages non négociables par rapport à la structure rectangulaire classique. En principe elle se combine avec une distribution linéaire dans chaque triangle (bien que l'usage de fonctions plus complexes ne soit pas exclu).

### C) Formulation dont la structure est liée à celle des observations.

A cette catégorie peuvent être rattachées les méthodes barycentriques, les méthodes à maille triangulaire de dimensions variables reliant les positions planimétriques des observations données, et surtout les méthodes statistiques (appelées "collocation" en géodésie et "Krigage" en géostatistique), mettant en œuvre un processus de corrélation et dont la solution s'énonce à partir des valeurs de l'altitude aux points observés.

### D) Formulation dont la structure dérive de celle du terrain

Dans cette catégorie figurent notamment :

D1 : les courbes de niveau

D2 : la donnée des lignes de pente, plus ou moins sélectionnée.

(La carte d'Etat-Major peut être rattachée à cette catégorie).

D3 : les maillages triangulaires, à distribution linéaire, qui sont construits à partir des lignes caractéristiques, et comprenant notamment les confluent et les nœuds de crêtes.

D4 : la représentation par zones homogènes, avec paramétrisation des coordonnées (X, Y, H) telle qu'on la présentera plus loin.

## II) Cartes dérivées : pente, courbure

Aux cartes d'altitude, il convient de rattacher des cartes dérivées, dans lesquelles la variable cartographie est plus ou moins facile à extraire du MNT initial.

En désignant, en chaque point, par la forme suivante, le développement de l'altitude :

$$H = H_0 + ax + by + \frac{1}{2}(cx^2 + 2dxy + ey^2),$$

On trouvera, essentiellement, comme cartes dérivées :

### A - La carte des pentes

$$p = \sqrt{a^2 + b^2}$$

qui pourra peut-être être remplacée par une fonction de p bien choisie, par exemple :

$$f(p) = 5 \log_{10} \left( p + \frac{1}{100} \right)$$

(variant de - 10 à + 10 quand p varie de 0 à 0,99)

**B) Des cartes de courbure,** dont les définitions les plus importantes sont données ci-après, exprimées dans les axes locaux (c'est-à-dire pour lesquels l'axe des x est porté par la pente au point considéré (b = 0 ; p = a).

$$\gamma_n = \frac{e}{p} = \text{courbure des lignes de niveau}$$

$$\gamma_p = \frac{d}{p} = \text{courbure des lignes de pente}$$

C = courbure longitudinale le long de la ligne de pente.

c + e = laplacien de H (invariant par rotation).

$$I = \sqrt{c^2 + e^2 + 2d^2} = \text{courbure moyenne quadratique (invariant par rotation)}.$$

En principe les cartes ( $\gamma_n$ ,  $\gamma_p$ ) sont limitées à  $\gamma_n = 0$  ;  $\gamma_p = 0$ . Les 3 autres grandeurs peuvent être cartographiées soit non pondérées, soit pondérées par division par une fonction de la pente.

Le calcul des grandeurs qu'on vient de rappeler nécessite une estimation correcte, en chaque sommet d'une grille, des variables (H<sub>0</sub>, a, b, c, d, e). Sans entrer dans le détail, on peut simplement dire que cette estimation peut poser des problèmes et faire intervenir des formulations assez fortement lisses dans l'ensemble du domaine.

## III) Points et lignes remarquables sur les MNT des altitudes

On raisonnera en principe sur un maillage triangulaire, à distribution linéaire, système auquel on peut toujours se ramener en pratique. Une petite digression nous permet de dire que le maillage bilinéaire classique pose un problème : on peut appliquer la définition mathématique rigoureuse : l'altitude est une fonction de 1<sup>er</sup> degré (paraboloïde hyperbolique) dans le domaine ; ou bien adopter un clivage qui permet la division du carré en 2 triangles : on a finalement opté pour cette 2<sup>e</sup> solution, en admettant comme ligne de clivage celle qui est la plus proche angulairement du vecteur de la pente.

### A) Les points V (sommets, cuvettes, cols)

Le sommet est évidemment un point haut isolé, la cuvette un point bas isolé, faciles à détecter numériquement ; la structure du col est plus nuancée, mais au demeurant évidente : un point est un col s'il est l'origine d'au moins 2 ruissellements divergents, ce qui se détecte facilement parce que l'analyse des pentes autour de ce point montre au moins 2 alternances de signe (les cas de triple alternance étant de probabilité nulle) : l'application de cette règle se fait sans difficulté dans un maillage triangulaire mais mérite d'être spécifiée dans un

maillage bilinéaire : il y a alors 2 sortes de cols : cols de nœuds (+) apparaissant par application de la définition autour d'un nœud, cols de facettes (x), apparaissant comme centres des paraboloïdes hyperboliques locaux ; le remplacement du maillage bilinéaire par le maillage triangulaire (par clivage forcé de chaque facette rectangulaire) a pour effet pratique d'annuler un certain nombre de cols "parasites", en même temps que disparaissent le même nombre de cuvettes ou sommets "parasites". On constate ainsi un "assainissement" du modèle, qui est un préalable à une correction de ce modèle vers un document de rigueur topographique irréprochable.

Il peut paraître exagéré de discuter ainsi sur les propriétés des cols, mais comme on va le voir la recherche de ces points remarquables est la clé vers un tracé bien défini de lignes remarquables.

En principe le col fait partie de la courbe  $\Upsilon_n = 0$  (ensemble des points d'inflexion des lignes de niveau).

## B) Les lignes principales d'un modèle

Partant d'un col, il est facile de tracer les **lignes principales** :

- 2 lignes de crêtes, joignant le col aux 2 sommets connexes, en suivant la plus grande pente ascendante,
- 2 talwegs, partant du col dans 2 directions opposées, chaque fois en suivant la plus grande pente descendante.

Ces lignes délimitent évidemment les ruissellements principaux et les grands bassins hydrographiques.

[En pratique on leur ajoute, dans un domaine fini, des lignes supplémentaires tracées à partir des points hauts du cadre du MNT en montant, et des points bas en descendant].

Elles forment une première partition du domaine, claire et d'importance hydrographique capitale.

L'exemple donné par la planche 4 indique en supplément que la succession hétéroclite de cuvettes et cols dans le grand talweg à fond plat (au nord de la carte) a été remplacée par une ligne de ruissellement acceptable, sauf à régulariser le système des altitudes sur cette ligne...

## C) La ligne $\Upsilon_n = 0$

Pour continuer à travailler, il faut tracer cette ligne, qui sépare les zones convexes du terrain des zones concaves.

Une fois calculé  $\Upsilon_n$  en tous les points d'une maille régulière, on peut tracer la ligne  $\Upsilon_n = 0$  et — au moment du filage de cette ligne — il est possible de garder en mémoire les **points hauts** et les **points bas** de cette courbe : ces points, dits points origines C et B, ont une importance topographique majeure, les premiers constituent les **origines de talwegs** (début des affouillements) et les deuxièmes par analogie, sont des **fins de crêtes**.

## D) Lignes de pente des versants

A partir des points C, vers le bas, on peut tracer les lignes de courant en direction des talwegs collecteurs, et de même, à partir des points B, vers le haut, on peut dessiner les crêtes vers les sommets.

On sait mémoriser le passage d'une ligne (par exemple en mode booléen, chaque case de la carte maillée ayant pour image 1 bit en mémoire centrale) et l'on pourra ainsi obtenir :

- le tracé des lignes de ruissellement sélectionnées, avec apparition des confluent,
- le tracé des lignes de crêtes sélectionnées, avec apparition des nœuds de crêtes.

Ce processus a été appliqué dans un document déjà publié (planche 2) en prenant comme fonctions fondamentales des cubiques splines ; il est en fait parfaitement généralisable à des modèles bilinéaires classiques.

On peut compléter ces lignes de versants par des tracés complémentaires :

- lignes de pente à partir de B vers le haut
- lignes de pente à partir de C vers le bas.

On obtient ainsi une partition du domaine en "fuseaux", limités par des lignes de pente, qui pourraient être pris à leur tour comme éléments basiques de la topographie : c'est un peu l'idée directrice de la Carte d'Etat-Major.

Dans cette optique, les lignes caractéristiques ne sont que des **lignes de pente sélectionnées**, solution parfaitement acceptable, qui présente les avantages et inconvénients suivants :

**Avantages** : c'est un document dérivé directement des cartes d'altitude, et qui donne la description détaillée du domaine en termes de bassins de ruissellements avec la possibilité de distinguer le trajet de l'eau en zones convexes et zones concaves (ruissellement interne ou externe).

**Inconvénients** : le tracé de la courbe  $\Upsilon_n = 0$  et la recherche des points origines B et C reste une opération assez lourde.

La partition réalisée pour le domaine est à la fois trop détaillée (certains petits talwegs sont des ondulations mineures susceptibles d'être représentées par des formules analytiques locales), et incomplète : les ruptures de pente, longitudinales, transverses ou obliques ne sont pratiquement pas mises en valeur.

Enfin le tracé des lignes de niveau, tenté expérimentalement, se fait mal à partir du dessin des lignes de pente sélectionnées : il apparaît tout de suite qu'il faut avoir non seulement la loi de l'altitude le long de lignes données, mais aussi dans la totalité du domaine.

Assez vite se dégage la nécessité de trouver un moyen de partition du domaine en zones triangulaires ou quadrangulaires, s'appuyant sur des lignes séparatrices correspondant en général à des singularités de la fonction altitude et à l'intérieur desquelles la représentation de l'altitude pourrait être faite par un polynôme à 2 variables de degré peu élevé.

Cette délimitation de "zones homogènes" est en fait une finalité recherchée par tous les topographes

et peut être la base d'une correction fine du modèle et surtout d'une généralisation rationnelle. Nous allons présenter 2 possibilités, l'une déjà mise en application, l'autre qui constitue une amélioration importante à tous points de vue mais dont la réalisation posera certainement des problèmes informatiques.

### E) Une autre définition des lignes caractéristiques

Au passage, on signale la possibilité de définir les lignes caractéristiques comme l'ensemble des points où la courbure des lignes de niveau est stationnaire dans un déplacement le long de ces lignes de niveau (maximale = point de crête, minimale = point de talweg). Cette définition est parfaitement acceptable mais fait intervenir les dérivées troisièmes de l'altitude : elle est assez difficile à mettre en œuvre pratiquement.

### F) Les zones homogènes à base de triangles

Une solution possible pour les zones homogènes est de réaliser un réseau de triangles dont les sommets sont des points remarquables (points V, nœuds de crêtes, confluent) et les côtés des segments rectilignes de lignes caractéristiques ou des segments supplémentaires quelconques destinés à compléter le maillage. Le document final est relativement facile à exploiter, cohérent, mais nécessairement très détaillé. La solution qui va être présentée ci-dessous présente a priori un certain nombre de perfectionnements importants.

### G) Les zones homogènes curvilignes

Par rapport au modèle précédent, on introduit essentiellement 3 perfectionnements importants :

G1 : la structure planimétrique des cellules de base n'est plus en triangle à côtés rectilignes, mais à côtés curvilignes, ce qui permet facilement d'agrandir considérablement les dimensions de ces cellules.

G2 : à côté des triangles curvilignes, on peut utiliser des quadrilatères curvilignes.

G3 : les résultats précédents peuvent être obtenus grâce à une **représentation paramétrique** du modèle :

au lieu de

$$X = f(H) ; Y = g(H)$$

on se donne :

$$X = X(u,v) ; Y = Y(u,v) ; H = Z(u,v)$$

(u,v) étant des paramètres barycentriques (triangle) ou cartésiens classiques (quadrilatère).

Les fonctions X, Y, Z sont en principe du 3<sup>e</sup> degré au maximum. La valeur prise par les fonctions (X, Y) en bordure de zone permet de retrouver le caractère curviligne des lignes de séparation.

Il est un peu tôt pour donner les performances d'une telle représentation, mais on peut dire brièvement :

a - Que la formulation paramétrique permet d'insérer très simplement dans le modèle des structures complexes telles que : cours d'eau sinueux ou côte rocheuse dentelée.

b - Qu'il est pratiquement certain que les tracés de courbes de niveau à partir du modèle seront un peu caricaturés, mais complètement cohérents et d'une généralisation facile.

On admet en principe qu'à la limite de 2 zones adjacentes, le modèle assurera la continuité simple des altitudes mais que 2 autres possibilités sont réalisables facilement :

- la discontinuité sur une ligne (talus, falaise)
- la continuité du plan tangent.

c - Que le nombre de paramètres nécessaires pour représenter le modèle est tout à fait compétitif par rapport aux cartes maillées à pas fin.

d - Que les problèmes logiques à résoudre, tels que :

- tracé des courbes de niveau
- recherche de l'altitude en un point donné par (X, Y)
- mémorisation rationnelle du modèle

ne sont pas très simples, mais paraissent tout à fait solubles.

e - Que le seul gros problème, difficile mais d'un gros intérêt morphologique, est de **trouver par voie automatique les lignes de séparation des zones homogènes**.

### H) Délimitation des zones homogènes

L'opérateur confronté à ce problème le résout sans trop de difficultés en traçant :

- les lignes principales
- les lignes caractéristiques de versant les plus brutales (créant une cassure pratique de la pente)
- les lignes de rupture de pente
- des lignes complémentaires de remplissage, en principe des isoclines entre nœuds du maillage, de façon à créer partout des triangles ou quadrilatères assez bien conformés.

Pour une détermination automatique de ces lignes, on peut s'adresser à 3 types de documents numérisés.

**H1 : Carte des altitudes** : les lignes principales de ce modèle font partie des lignes à retenir, on peut ainsi y inclure des lignes de pente fortement structurées, mais les lignes de rupture de pente sont difficiles à appréhender.

**H2 : Carte des pentes** : la fonction pente  $p(X,Y)$  (ou  $f(p)$ ) fait apparaître un modèle beaucoup plus irrégulier que le modèle initial des altitudes, dans lequel apparaissent comme "cuvettes" tous les points V de la fonction altitude, mais où apparaissent aussi comme points V tous les points de pente stationnaire de cette même fonction. On peut tracer les lignes principales de cette carte des pentes, par recherche préalable des **cols de pente** et tracé des lignes de gradient de la pente à partir de ces cols vers les sommets et cuvettes de la pente.

**H3 : Carte des courbures** : pour un algorithme plus sophistiqué, on peut rechercher les "crêtes principales" de la fonction.

$$I = \sqrt{c^2 + e^2 + 2d^2}$$

ou encore de la fonction

$$J = \frac{1}{f(p)}$$

Là encore la recherche des cols de I (ou de J) est fondamentale, et la vectorialisation sera effectuée par tracé depuis ces cols jusqu'aux sommets les plus voisins de la fonction utilisée.

Il n'est pas indifférent d'indiquer ici que la fonction  $I^2$  correspond à l'**énergie mécanique de tension d'une plaque mince** dont la déformation est donnée par le modèle des altitudes H. La fonction  $I^2$  n'est d'ailleurs que la généralisation, à 2 dimensions, de la fonction unidimensionnelle

$$\left(\frac{d^2Y}{dX^2}\right)^2$$

qui, comme on le sait, est essentielle dans la théorie des cubiques splines  $Y(X)$ .

La recherche des lignes caractéristiques à partir des cartes de pente ou de courbure peut conduire à des résultats intéressants, mais nécessite un modèle numérique fortement lissé, si l'on désire éviter l'effet perturbateur de hautes fréquences parasites.

## Conclusion

Dans un survol sans doute un peu rapide des problèmes impliqués par les MNT, nous avons voulu faire apparaître des aspects remarquables qui peuvent retenir l'attention. Dans la topographie du futur, que peut-on prédire raisonnablement ?

**A) Les courbes de niveau** resteront certainement une forme privilégiée de la visualisation, mais pas forcément de la mémorisation.

**B) Les lignes de pente sélectionnées** sont l'instrument le plus précis pour une détermination des bassins de réception, combinées aux notions de zones convexes et concaves.

**C) Les cartes maillées régulières** seront une méthode privilégiée de mémorisation, mais on peut poser 2 grandes alternatives :

- maillage carré ou maillage triangulaire
- distribution linéaire de H ou usage de fonctions plus sophistiquées (fonctions biparaboliques, ou bicubiques, ou autres...).

**D) La séparation en zones homogènes**, en dépit de ses difficultés de mise au point, est probablement une des formes les plus séduisantes des modèles numériques de terrain, capable de relier les concepts plus ou moins intuitifs du topographe d'antan, qui construisait son modèle à partir de points et lignes remarquables, et ceux de l'informaticien de demain, qui cherchera à quantifier ces concepts pour la réalisation de modèles à la fois rigoureux topographiquement et utilisables pour la généralisation aux diverses échelles.

## Références bibliographiques

**Dufour et Abgrall 1983** : *Eléments remarquables du relief. Définitions numériques utilisables. Bulletin du Comité Français de Cartographie, fascicule 95 ; 1/1983 (page 57 à 79 + 7 cartes hors texte).*

**G. Gros** : *Report of the working group on "digital terrain models" An approach to the automatic calculation of Conspicuous terrain elements. Rapport de groupe d'études sur les MNS, dans le cadre du Comité de Recherche et Développement de l'Institut Géographique National.*

**G. Gros** : *Rapport du groupe de travail de la Commission B de l'OEEPE (à paraître).*

## Planches annexes

**Planche n° 1** : Carte des altitudes d'un terrain au 1/5000 (feuille de Noiretable) ; Altitudes formulées par une somme de fonctions bicubiques splines. Détermination des points V (points à plan tangent horizontal). Dessin des lignes  $Y_n = 0$ , lieu des points d'inflexion des lignes de niveau. Trame portée sur les zones convexes ( $Y_n > 0$ ).

**Planche n° 2** : Lignes de pente sélectionnées. Tracé des lignes de crêtes et des lignes de talwegs à partir des points "ORIGINE".

**Point C** : point d'altitude maximale sur la courbe  $Y_n = 0$  (début d'affouillement par érosion).

**Point B** : point d'altitude minimale sur la courbe  $Y_n = 0$  (fin de crête).

**Planche n° 3** : Courbes de niveau tracées dans un modèle "bilinéaire".

Clivage forcé de chaque facette dans le sens de la pente.

Détermination et dessin des points V (sommets  $\nabla$ , col +, cuvette 0).

On note les anomalies de ruissellement dans le grand talweg au nord de la carte.

**Planche n° 4** : Tracé (manuel) des lignes principales dans le modèle précédent, selon le principe général des trajets :

col  $\rightarrow$  2 vallées ; col  $\rightarrow$  2 sommets convexes  
Revoir la planche n° 2 comme exemple de tracé de toutes les lignes de courant et de crêtes à partir des points origines situés sur la courbe  $Y_n = 0$

**Planche n° 5** : Exemple de décomposition possible du terrain en zones homogènes constituées par des triangles ou des quadrilatères curvilignes. La décomposition est ici manuelle ; tout le problème est de réaliser une décomposition analogue par voie automatique !



# Kern DM 502

## Télémètre électro-optique

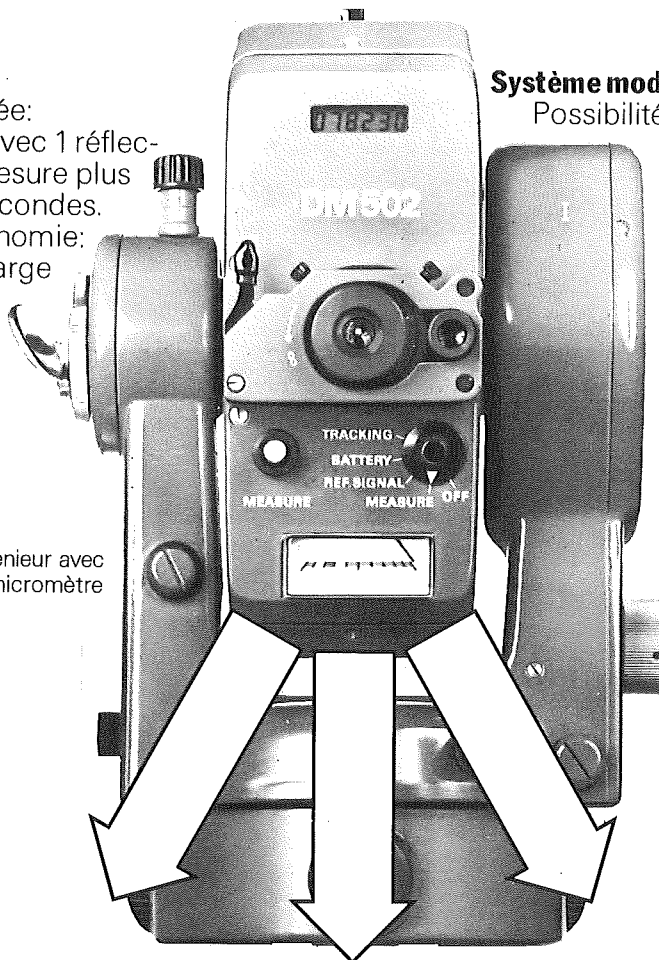
### Nouveau:

Plus grande portée:  
plus de 1200 m avec 1 réflec-  
teur. Durée de mesure plus  
courte: 8 ou 4 secondes.  
Plus longue autonomie:  
10 heures par charge  
de batterie. Affi-  
chage à cristaux  
liquides (LCD).

### Système modulaire d'appareils Kern:

Possibilités universelles de com-  
binaison du DM 502  
avec les théodolites  
optiques et électroni-  
ques Kern. Possibilité  
d'extension avec enre-  
gistreur électronique  
pour la mémorisation  
des données avec  
compatibilité  
d'ordinateur.

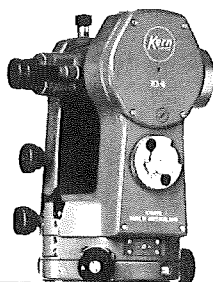
Kern DKM 2A  
Théodolite d'ingénieur avec  
lecture sur micromètre



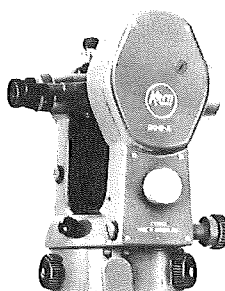
Système  
modulaire  
d'appareils Kern



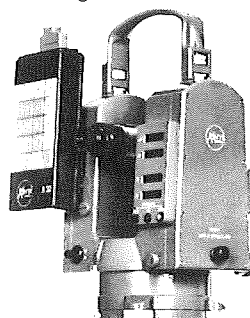
Kern K1-S. Théodolite d'ingénieur  
avec lecture sur échelles



Kern DKM 2-A.  
Théodolite à secondes



Kern E1. Théodolite électronique  
avec enregistreur



**thormann**

35, rue Fondary, 75015 Paris  
Téléphone 578 61 11, Télex 202 453

### Coupon

Le nouveau DM 502 m'intéresse. Je désire le prospectus détaillé en cou-  
leurs ☐, une offre ☐, une démonstration ☐.

Nom \_\_\_\_\_

Profession \_\_\_\_\_

Adresse \_\_\_\_\_

Téléphone \_\_\_\_\_

# Constitution des modèles numériques de terrain à moyenne échelle à l'Institut Géographique National (Paris)

## Applications cartographiques

par Patrick JULIEN  
Ingénieur géographe

### 1. Introduction

Cet article expose la méthode développée et utilisée en production courante à l'Institut Géographique National (Paris) pour calculer des modèles numériques de terrain à partir des courbes de niveau numériques qui décrivent l'ensemble du relief français.

Par modèle numérique de terrain, ou M.N.T., on désignera toujours une grille régulière d'altitudes, c'est-à-dire un tableau, noté :

$[z] = [z_{11} \ z_{21} \ ... \ z_{N1} \ z_{12} \ z_{22} \ ... \ z_{N2} \ ... \ z_{1M} \ z_{2M} \ ... \ z_{NM}]$

des altitudes du sol aux nœuds d'un réseau de lignes orthogonales défini dans un système de référence donné (représentation cartographique ou coordonnées géographiques), et composé de mailles identiques. Les longueurs  $h$  et  $k$  des côtés d'une maille élémentaire s'appellent les pas du M.N.T. (figure 1).

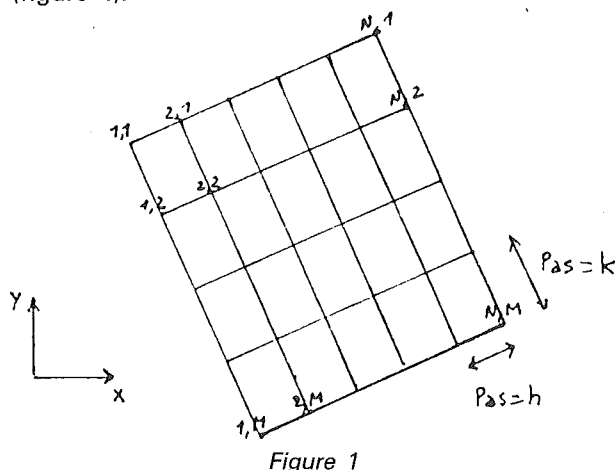


Figure 1

### 2. Modèle physique utilisé

Le problème à résoudre est donc de construire un M.N.T. qui s'appuie sur des courbes de niveau données. Pour être satisfaisante, la méthode de calcul

adoptée doit d'abord fournir un M.N.T. compatible avec ces courbes. Concrètement, cela veut dire que si l'on trace, à l'aide d'un programme convenable, les courbes de niveau d'une surface (suffisamment régulière) définie par le M.N.T., celles-ci doivent être identiques aux courbes d'origine.

Cette condition est toutefois insuffisante : il existe une infinité de surfaces s'appuyant sur des courbes de niveau données. Pour lever l'indétermination, on doit imposer au M.N.T. à calculer une condition supplémentaire. Cette condition peut être fournie par le modèle de la "grille élastique" (G. de Masson d'Autume [1]).

Il est commode, pour décrire ce modèle, d'imaginer que le M.N.T. est matérialisé par un assemblage de tringles qui s'articulent entre elles aux nœuds du M.N.T. Les nœuds peuvent coulisser dans le sens vertical. Certains nœuds, proches d'une courbe de niveau, peuvent être immédiatement placés à l'altitude de cette courbe, ou à une altitude voisine. Tel quel cet assemblage ne résout pas le problème posé. Mais, si l'on suppose (condition supplémentaire cherchée) que les articulations entre les tringles sont élastiques, alors l'assemblage se tend, et se place de lui-même en position d'équilibre. Nous conviendrons que cette position d'équilibre définit le M.N.T. cherché.

Précisons ce qu'on entend par "articulation élastique" : cela signifie que l'articulation reliant deux tringles placées bout à bout comporte un ressort qui, en l'absence d'effort extérieur, les maintient alignées. En chaque nœud, il y a deux ressorts, puisqu'il y a une articulation dans le sens longitudinal et une dans le sens transversal.

Lorsque l'assemblage est en position d'équilibre, les tringles qui le composent sont aussi alignées que possible. Par conséquent, le M.N.T. construit, tout en rendant compte des courbes de niveau de départ, sera aussi lisse que possible entre les courbes de niveau, ce qui, en l'absence d'informations sur l'allure du terrain entre les courbes, peut être légitimement admis.

### 3. Formulation mathématique

#### 3.1. Expression de l'énergie potentielle totale

Il a été dit que certains nœuds étaient placés à des altitudes déterminées ; en réalité, comme ces altitudes ne sont que des estimations affectées chacune d'une incertitude, il vaut mieux, plutôt que d'immobiliser ces nœuds à cette position estimée,

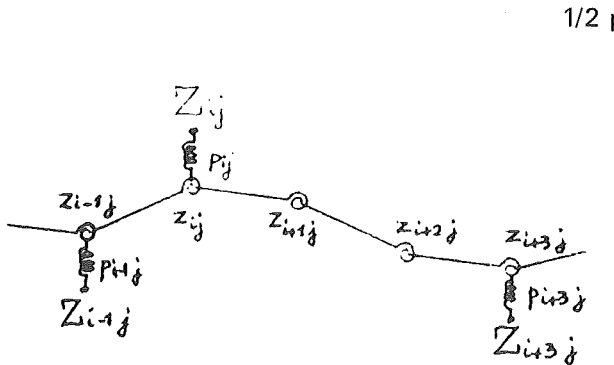


Figure 2

$$1/2 p (z - Z)^2$$

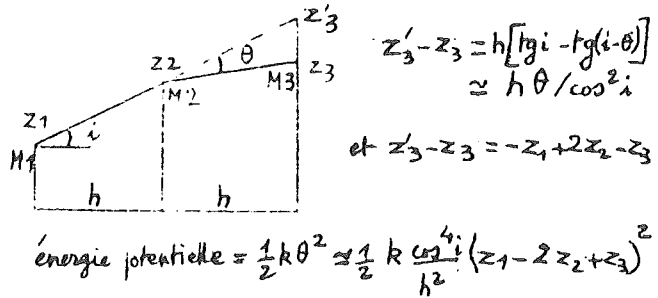


Figure 3

Considérons par ailleurs l'articulation reliant deux tringles M1 M2 et M2 M3. Si M2 M3 pivote légèrement autour de M2, le ressort gagne l'énergie potentielle (figure 3) :

$$1/2 q (z_1 - 2 z_2 + z_3)^2 / h^2$$

ou q est un coefficient positif proportionnel à la raideur de l'articulation.

Pour chaque position définie par un tableau [z], l'assemblage possède une énergie potentielle totale :

$$E(z) = 1/(2h^2) \sum_{j=1}^M \sum_{i=2}^{N-1} q_{ij} (z_{i-1,j} - 2 z_{ij} + z_{i+1,j})^2$$

$$+ 1/(2k^2) \sum_{j=2}^{M-1} \sum_{i=1}^N r_{ij} (z_{i,j+1} - 2 z_{ij} + z_{i,j-1})^2$$

$$+ 1/2 \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N p_{ij} (z_{ij} - Z_{ij})^2$$

Les coefficients  $q_{ij}$  et  $r_{ij}$  sont proportionnels aux raideurs des articulations respectivement longitudinales et transversales ; les coefficients  $p_{ij}$  sont les raideurs des ressorts reliant certains nœuds à une position initiale  $Z_{ij}$  ; on convient en outre que  $p_{ij} = 0$  si le nœud  $ij$  n'est pas placé à une altitude initiale, et  $Z_{ij}$  est alors quelconque.

Définissons les matrices suivantes :

[Q], [R] et [P] sont des matrices diagonales, dont les suites des coefficients diagonaux sont respectivement :

$$q_{21}/h^2 \dots q_{N-1,1}/h^2 \quad q_{22}/h^2 \dots q_{N-1,2}/h^2 \dots q_{2M}/h^2 \dots q_{N-1,M}/h^2$$

$$r_{12}/k^2 \dots r_{N2}/k^2 \quad r_{13}/k^2 \dots r_{N3}/k^2 \dots r_{1,M-1}/k^2 \dots r_{N,M-1}/k^2$$

$$p_{11} p_{21} \dots p_{N1} \quad p_{12} p_{22} \dots p_{N2} \dots p_{1M} p_{2M} \dots p_{NM}$$

[Z] est le tableau [Z<sub>11</sub> Z<sub>21</sub>... Z<sub>N1</sub> Z<sub>12</sub> Z<sub>22</sub>... Z<sub>N2</sub> ... Z<sub>NM</sub>] des altitudes initiales.

seulement les astreindre à en rester proches ; il suffit d'imaginer qu'ils sont reliés à cette position par un ressort (figure 2), dont la raideur p sera d'ailleurs d'autant plus forte que l'altitude initiale sera considérée comme exacte. Si un tel nœud passe de l'altitude Z initiale à l'altitude z, le ressort gagne l'énergie potentielle :

$$[C] = \begin{bmatrix} [J] & & \\ & [J] & \\ & & \dots \\ & & & [J] \end{bmatrix} \quad \text{avec } [J] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ & 1 & -2 & 1 \\ & & \dots & \\ & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(M blocs diagonaux) (N-2 lignes, N colonnes)

$$[D] = \begin{bmatrix} [I] & [-2I] & [I] & & \\ & [I] & [-2I] & [I] & \\ & & \dots & & \\ & & & [I] & [-2I] & [I] \end{bmatrix}$$

(M blocs par ligne, M-2 lignes de blocs)

$$\text{avec } [I] = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \dots \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

(matrice N x N)

Avec ces définitions, on peut écrire la valeur de l'énergie totale sous la forme matricielle :

$$E(z) = 1/2 [z]^T [C]^T [Q] [C] [z] + 1/2 [z]^T [D]^T [R] [D] [z] + 1/2 [z]^T [P] [z] - [z]^T [P] [Z] + 1/2 [Z]^T [P] [Z]$$

soit en posant

$$[A] = [C]^T [Q] [C] + [D]^T [R] [D] + [P] :$$

$$E(z)$$

$$= 1/2 [z]^T [A] [z] - [Z]^T [P] [z] + 1/2 [Z]^T [P] [Z]$$

La position d'équilibre de l'assemblage est celle pour laquelle l'énergie  $E(z)$  est minimale.

#### 3.2. Introduction

##### de conditions supplémentaires

On sait que si le nœud  $ij$  se trouve dans la région limitée par deux courbes d'altitudes  $H$  et  $H \pm e$ , ou dans l'intérieur d'une courbe fermée d'altitude  $H$ , l'altitude  $z_{ij}$  doit vérifier :

$$H \leq z_{ij} \leq H + e \quad \text{ou} \quad H - e \leq z_{ij} \leq H$$

Pour chaque nœud  $ij$ , il existe donc un intervalle  $[a_{ij}, b_{ij}]$  dont l'altitude  $z_{ij}$  ne doit pas sortir.

### 3.3. Conclusion

La position d'équilibre cherchée est définie par le tableau  $[z]$ , solution du problème :

$$\text{minimiser } E(z) = e \frac{1}{2} [z]^T [A] [z] - [Z]^T [P] [z] + \frac{1}{2} [Z]^T [P] [Z]$$

sous les contraintes  $a_{ij} \leq z_{ij} \leq b_{ij}$  pour chaque nœud  $ij$

Le degré de lissage du M.N.T.  $[z]$  obtenu dépend de la valeur des  $p_{ij}$  par rapport à celle des  $q_{ij}$  et  $r_{ij}$  : diminuer les  $p_{ij}$  revient à augmenter la rigidité relative des articulations, donc à lisser le M.N.T.

### 4. Choix des $p_{ij}$ et des $z_{ij}$

Signalons d'abord que les courbes de niveau utilisées comme point de départ sont mémorisées en "mode vecteur" : chaque courbe est représentée par une altitude et une suite de points sélectionnés de telle sorte que la ligne polygonale qu'ils définissent soit assimilable à la courbe.

4.1. Les nœuds dont on peut évaluer l'altitude sont ceux qui sont très proches des courbes de niveau, disons ceux qui font partie d'une maille coupée par une courbe. Plus précisément, si  $d_{ij}$  désigne la distance du nœud  $ij$  à la courbe de niveau la plus proche, selon une des directions du réseau, on choisira (figure 4) :

$$p_{ij} = 0 \quad \text{si } d_{ij} \geq \text{pas}$$

$$0 < p_{ij} \leq p_{\max} \quad \text{si } d_{ij} < \text{pas} \quad (p_{ij} \text{ d'autant plus grand que } d_{ij} \text{ est petit}).$$

4.2. Les valeurs initiales  $Z_{ij}$  sont obtenues en cherchant les intersections des courbes de niveau avec les axes longitudinaux et transversaux du réseau. Sur chaque axe longitudinal  $j$ , on obtient une suite d'intersections

$$(x_1, H_1), (x_2, H_2), (x_3, H_3), \dots$$

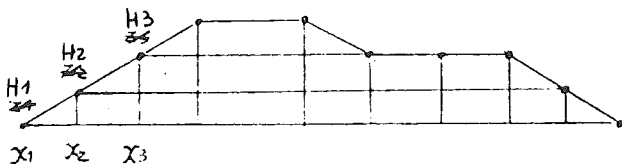


Figure 5

De la même façon, on obtient sur chaque axe transversal des altitudes

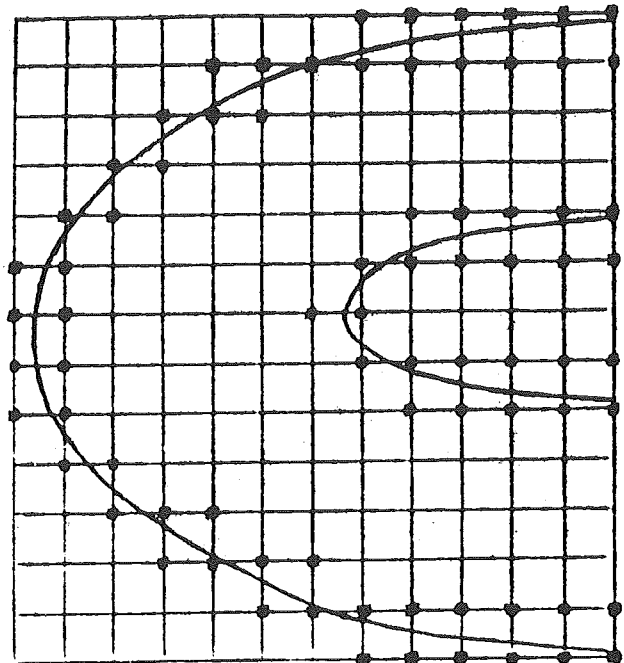
$$Z''_{i1}, Z''_{i2}, Z''_{i3}, \dots \text{ par les nœuds } i1, i2, i3, \dots$$

Pour chaque nœud  $ij$  où cela est nécessaire, c'est-à-dire tel que  $p_{ij} > 0$ , l'altitude  $Z_{ij}$  est déduite de  $Z'_{ij}$  et  $Z''_{ij}$  d'après plusieurs critères (proximité des intersections et valeur des pentes selon les deux directions).

### 5. Résolution du problème posé en 3.3

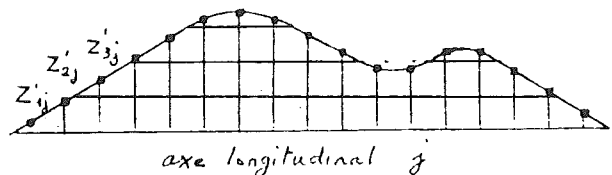
Bien qu'il existe des méthodes pour résoudre des problèmes de minimisation avec contraintes (méthode de relaxation, méthode de gradient avec projection à pas variable, voir [21], on a jusqu'à présent dissocié le problème de la minimisation de  $E(z)$  de la prise en compte des contraintes, en procédant de la façon qui va être décrite.

que l'on classe par abscisses  $x_i$  croissantes, et à partir desquelles une interpolation (linéaire ou cubique selon le cas, voir figure 5) fournit des altitudes  $Z'_{1j}, Z'_{2j}, Z'_{3j}, \dots$  pour les nœuds  $1j, 2j, 3j, \dots$



Les nœuds signalés sont ceux pour lesquels le coefficient  $p_{ij}$  n'est pas nul.

Figure 4



#### 5.1. Minimisation de $E(z)$

Posons  $[b] = [P] [Z]$ . L'identité suivante, facilement vérifiable en tenant compte que  $[A]^T = [A]$ .

$$2 E(z) = ([z] - [A]^{-1} [b])^T [A] ([z] - [A]^{-1} [b]) - [b]^T [A]^{-1} [b] + [b]^T [Z]$$

montre que  $E(z)$  atteint sa valeur minimale  $- [b]^T [A]^{-1} [b] + [b]^T [Z]$  lorsque  $[z] - [A]^{-1} [b] = 0$ , autrement dit si  $[z]$  est solution du système linéaire

$$[A] [z] = [b]$$

Ceci suppose que la matrice  $[A]$  soit positive, ce qu'on vérifie immédiatement, mais aussi définie positive, pour que  $[A]^{-1}$  existe : une discussion de ce point est ébauchée au paragraphe 7.

On résout actuellement le système linéaire ci-dessus par la méthode du gradient conjugué (réf. [2]), décrite par l'algorithme itératif suivant :

$[X_0] = [Z]$  initial,  $[V_0] = [A] [X_0] - [b]$ ,  $[F_0] = [V_0]$ ,  $a_0 = [V_0]^T [V_0]$

puis

$[X_{k+1}] = [X_k] - s [F_k]$ ,  $[V_{k+1}] = [V_k] - s [A] [F_k]$  avec  $s = a_k / [F_k]^T [A] [F_k]$   $[F_{k+1}] = [V_k] + a_k + 1/a_k [F_k]$  avec  $a_{k+1} = [V_{k+1}]^T [V_{k+1}]$

La solution cherchée est la limite de la suite  $[X_k]$ . Si  $[A]$  est définie positive, la solution est atteinte en théorie au bout de  $N \times M$  itérations au plus ; en pratique on arrête l'algorithme dès que la différence  $[X_{k+1}] - [X_k]$  est négligeable.

Cette simple méthode peut être programmée sur un calculateur vectoriel, et c'est ce qui la fait préférer ici aux méthodes de Gauss-Seidel et de sur-relaxation (réf. [2]). La matrice  $[A]$  n'y apparaît que pour le calcul des vecteurs

$[A] [F_k] = [C]^T [Q] [C] [F_k] + [D]^T [R] [D] [F_k] + [P] [F_k]$

dans lequel les multiplications par les matrices  $[C]$ ,  $[C]^T$ ,  $[D]$ ,  $[D]^T$  se ramènent à des produits scalaires par des vecteurs de la forme

$[0 \dots 0 \ 1 \ -2 \ 1 \ 0 \dots 0]$  pour  $[C]$  et  $[C]^T$   
ou  $[0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0 \ -2 \ 0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]$  pour  $[D]$  et  $[D]^T$ .

Il n'est donc jamais nécessaire de former la matrice  $[A]$  en mémoire. En outre, ces produits scalaires peuvent être effectués de façon efficace à l'aide de la fonction "convolution" du calculateur vectoriel.

## 5.2. Introduction des contraintes

$$a_{ij} < z_{ij} < b_{ij}$$

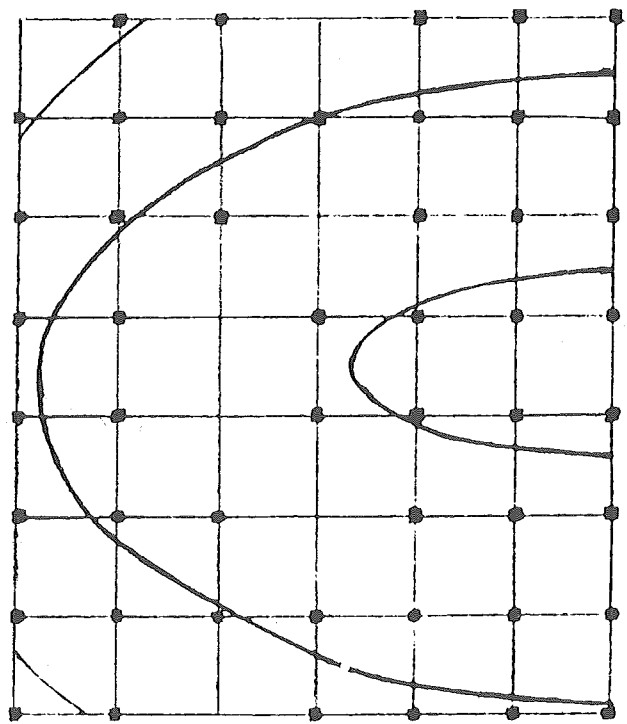
Elle consiste à réinitialiser les tableaux  $[P]$  et  $[Z]$  en donnant à chaque nœud  $ij$ , dont l'altitude  $z_{ij}$  à l'issue du calcul (a) se révèle en dehors de  $[a_{ij}, b_{ij}]$ , une nouvelle altitude initiale  $Z_{ij}$ , comprise entre  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$ , avec un coefficient  $p_{ij}$  non nul.

On répète alors la phase (a) avec la nouvelle matrice  $[A]$  et le nouveau tableau  $[b]$ , puis la phase (b), etc... autant de fois qu'il faut pour obtenir un M.N.T. correct. Une seule fois suffit en pratique.

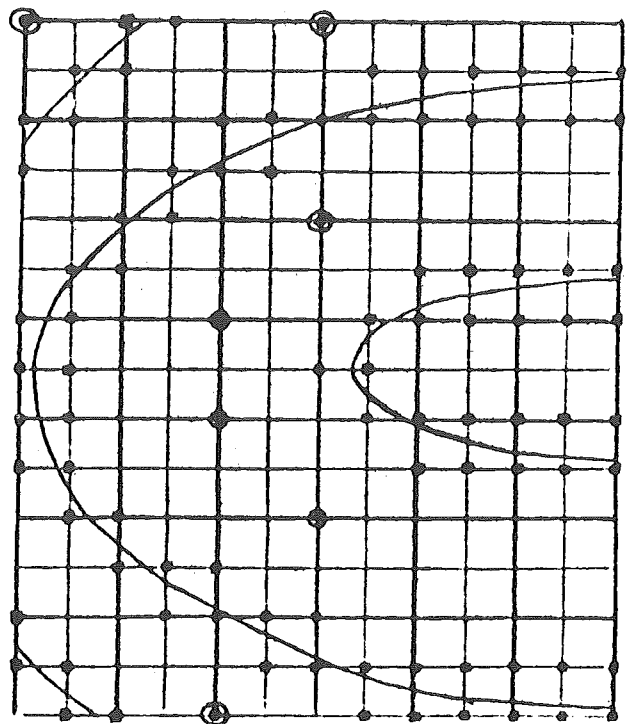
## 6. Accélération des calculs par l'emploi de maillages emboîtés

Il apparaît à l'expérience que le nombre d'itérations nécessaires pour résoudre le système  $[A] [z] = [b]$  peut être très élevé dans le cas où la proportion de nœuds avec altitude initiale est faible ; cela se produit si la répartition des courbes de niveau est trop hétérogène, ou si le pas choisi est petit devant la distance moyenne entre les courbes.

On évite cet inconvénient en calculant d'abord un M.N.T. à mailles larges dont les altitudes servent de valeurs initiales pour le M.N.T. plus fin. Pour une raison de simplification, les pas de ce M.N.T. sont choisis égaux à  $2h$  et  $2k$ , et ses axes coïncident avec des axes du M.N.T. plus fin. Il se peut d'ailleurs que pour le calcul du M.N.T. de pas  $2h$  et  $2k$  lui-même, on ait intérêt à utiliser un M.N.T. de pas  $4h$  et  $4k$ , etc... Bref, on est amené à calculer une succession de M.N.T.,  $[z_1]$ ,  $[z_2]$ ,...  $[z_s]$ , dont les pas sont chaque fois divisés par deux, jusqu'à l'obtention des pas  $h$  et  $k$ .



MNT  $[z_p]$



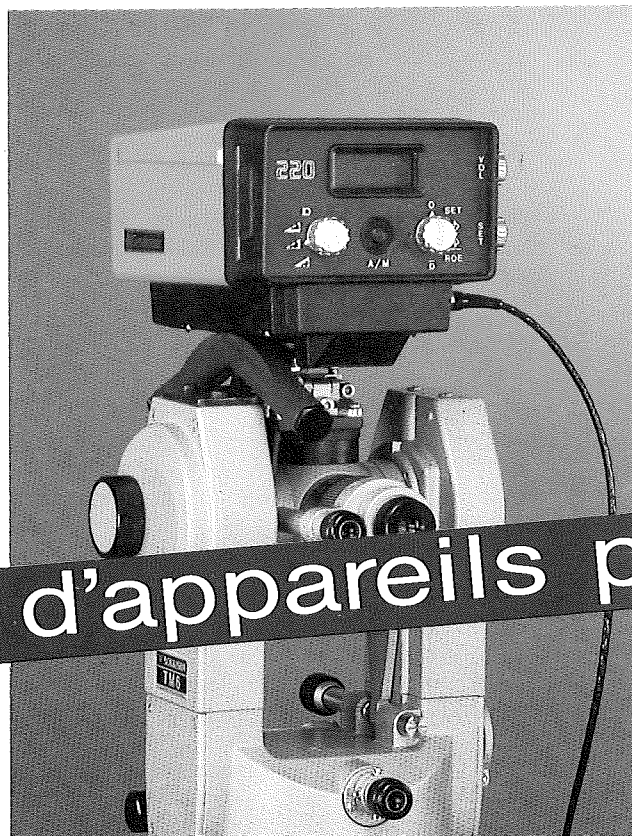
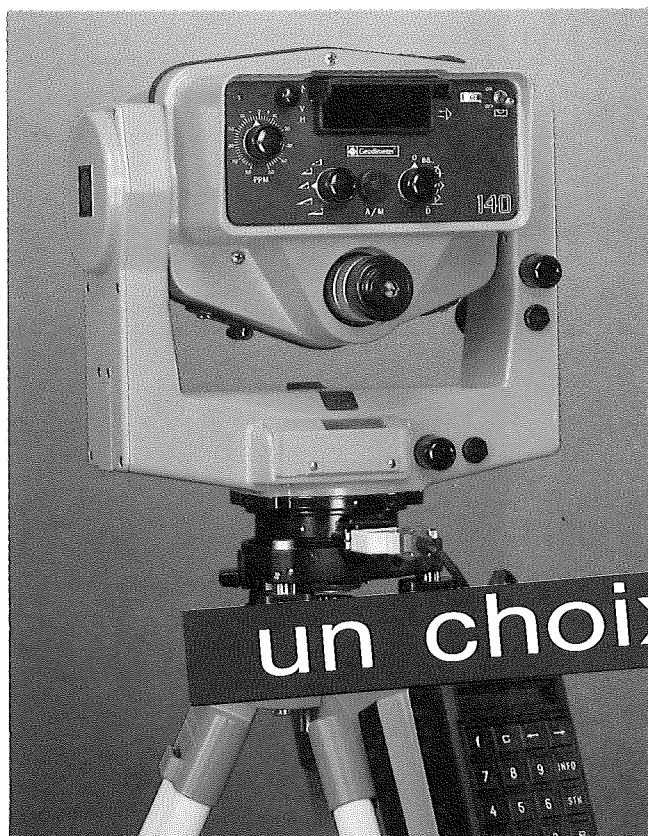
MNT  $[z_{p+1}]$

nœuds initialisés en raison de leur proximité d'une courbe. nœuds du M.N.T.  $[z_{p+1}]$  initialisés à l'aide du M.N.T.  $[z_p]$  : ce sont précisément ceux qui n'ont pas été initialisés pour le calcul du M.N.T.  $[z_p]$ .

Figure 6



# LA MESURE E à la mesure d



un choix d'appareils p

## STATIONS COMPLÈTES :

Toute une gamme de stations complètes, robustes et fonctionnelles :

- les mesures d'angles et de distances sont effectuées d'une manière entièrement automatique et instantanée.
- les erreurs dues aux cercles classiques sont éliminées et une lecture unique sans retournement de la lunette garantit la précision maximum.
- le couplage avec l'enregistreur Geodat constitue un ensemble très efficace et augmente la rentabilité sur le terrain.

## GEODIMETER 136 :

Appareil intégré de base, proposant différentes options capables de répondre à vos besoins particuliers.

## GEODIMETER 140 :

Appareil intégré de précision dont la grande souplesse d'utilisation permet de faire face à des applications très diverses.

## GEODIMETER 142 :

Appareil intégré de haute précision.

## GEODIMETER 140H :

Appareil intégré constituant la base de systèmes bathymétriques performants.

GEODIMETER	portée sur 1 prisme	précision de la distance (emq)	précision des angles (emq)	durée d'une mesure (tracking)	Largeur du faisceau	poids
<b>136</b>	1 000 m (2 300 sur option)	± (5 mm + 5 ppm)	± 10 cc	0,4 s	25 cm à 100 m	8,5 kg
<b>140 &amp; 140 H</b>	2 500 m	± (5 mm + 5 ppm)	± 6 cc	0,4 s	25 cm à 100 m	8,5 kg
<b>142</b>	2 500 m	± (2 mm + 3 ppm)	± 4 cc	0,4 s	25 cm à 100 m	9,5 kg

## GEODIMETER 220 :

Un télémètre léger et compact qui vous étonnera par ses performances :

- grâce à son capteur d'angle vertical et à un micro ordinateur incorporé, il calcule et affiche en 0,4 s la distance horizontale et la dénivelée.
- les distances étant affichées 2,5 fois par seconde, il est possible de suivre un réflecteur se déplaçant à 4 m/s.
- en implantation, son efficacité se trouve encore accrue à l'aide du tracklight (faisceau clignotant vert rouge guidant le porte prisme) et de l'Unicom (transmission à la voix de l'opérateur par modulation du faisceau de mesure) et sa batterie interne.
- il peut se raccorder au Géodat permettant d'une part d'enregistrer les données tachéométriques, et d'autre part, de recevoir des informations envoyées par le Géodat (distance d'implantation, par exemple).
- principales caractéristiques techniques :

D = ± (3 mm + 3ppm) < 1 000 m

D = ± (5 mm + 3ppm) > 1 000 m

- précision de la distance (emq) portée sur 1 prisme 2 300 m

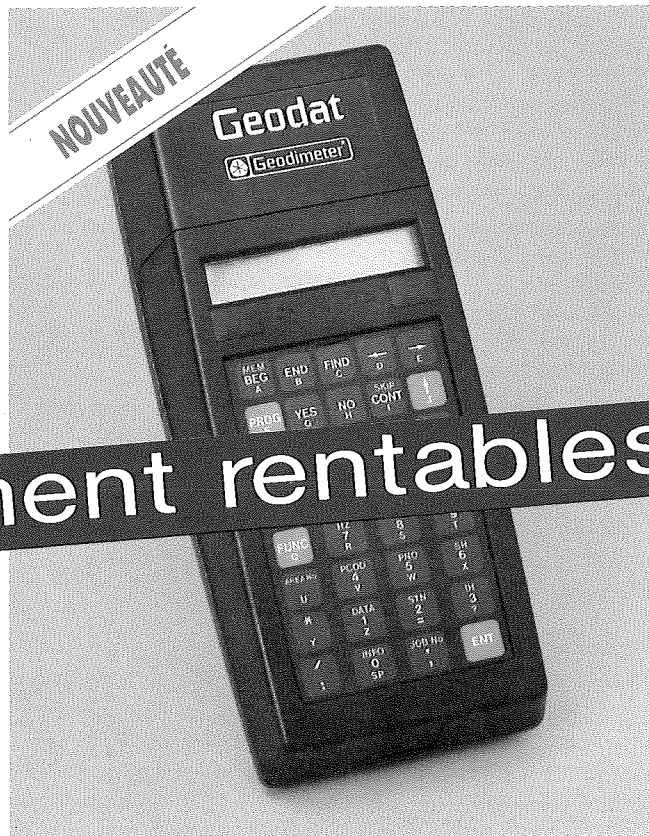
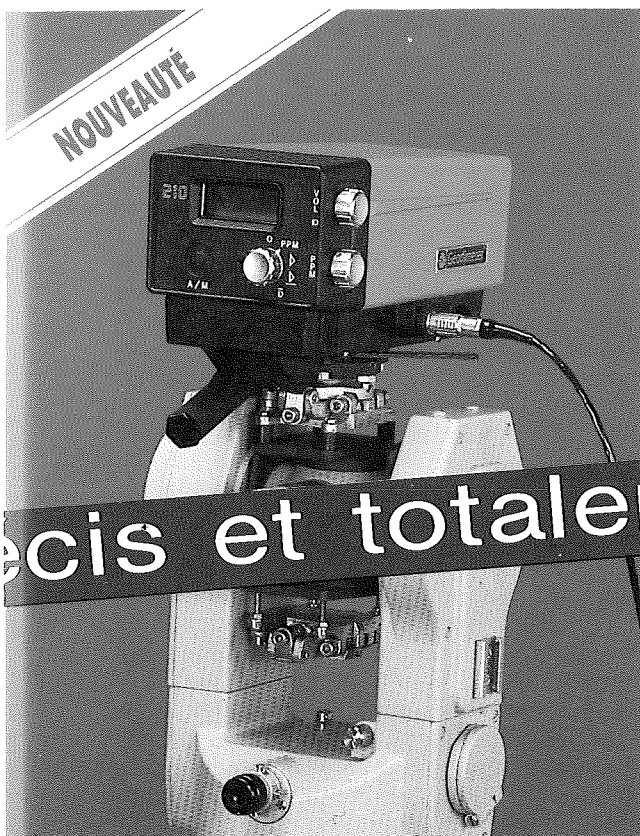
- précision de l'angle verticale (emq) = ± 60 cc dans une plage de plus ± 20 grades

- basculement : ± 50 grades

- poids : 1,3 kg



# ELECTRONIQUE à vos besoins



Précis et totalement rentables.

## GEODIMETER 210 :

Le télémètre le plus simple de la gamme, à dimensions poids et prix encore plus réduits : mais avec longue portée !!

- sa miniaturation et son affichage à cristaux liquides n'exigent qu'une consommation d'énergie minime assurée par une petite batterie interne.
- comme le GEODIMETER 220, il présente la possibilité d'être équipé du Tracklight et de l'Unicom, et peut se raccorder à l'enregistreur de données Géodat.
- il offre la possibilité de compléter à moindres frais un théodolite déjà existant pour vous constituer un équipement capable de traiter d'une manière efficace et rentable tous vos travaux quotidiens courants.

### principes caractéristiques techniques :

- porté sur 1 prisme 2 300 m
- précision de la distance (emq)  $D \pm (5 \text{ mm} + 3 \text{ ppm})$
- poids 1,1 kg

## GEODAT :

3 versions du carnet électronique de terrain Géodat :

- pour gagner du temps à la fois sur le terrain et au bureau tout en éliminant les erreurs de transcription.
- le traitement peut se faire sur tous les systèmes informatiques équipés d'interfaces standard V24/RS 232 C
- la capacité mémoire est de 32 K soit environ 1000 points terrain ; la conservation des données est assurée pendant 2000 heures et une batterie interne permet de travailler 80 à 100 heures sur le terrain.

**GEODAT 126** nouveauté dans notre gamme d'enregistreurs ; le Géodat 126 est un terminal de terrain, intelligent, programmable depuis son clavier. D'une souplesse totale, il permet saisies, stockages et traitement d'informations selon des programmes intégrés ou écrits par l'utilisateur (version française disponible).

**GEODAT 122** est un enregistreur à données numériques

**GEODAT 124** est un enregistreur à données numériques et alphabétiques.

Coupon à retourner à



Notez notre nouvelle adresse :

Parc d'activité  
Les Portes de la Forêt  
Allée du Clos des Charmes  
77400 COLLEGIEN  
Marne la Vallée)

Tél. : (6) 005.13.14.

Nom .....

Société .....

Adresse .....

désire recevoir une documentation sur

le ou les Geodimeter 136 ☐ 140 ☐ 142 ☐ 140H ☐ 220 ☐ 210 ☐  
le ou les Geodat 122 ☐ 124 ☐ 126 ☐

Les altitudes du M.N.T. [zp] ne sont pas toutes utilisées comme valeurs initiales du M.N.T. [zp + 1], mais seulement celles correspondant à des nœuds éloignés des courbes. Cela est illustré par la figure 6. Le fait de ménager une "zone-tampon" entre les nœuds initialisés en raison de leur proximité d'une courbe et ceux initialisés à l'aide du M.N.T. plus grossier garantit la bonne régularité de la surface.

## 7. Introduction de ruptures

Ce qui a été dit jusqu'ici peut rester vrai même si l'on autorise certains qij et rij à être nuls. En reprenant l'image de la grille élastique, annuler un coefficient qij ou rij revient à supprimer un ressort de l'articulation ij, c'est-à-dire à ne plus supposer le terrain régulier au voisinage du nœud ij. Cela est par exemple utile si l'on sait que le nœud est placé au fond d'un thalweg ou sur une ligne de crête.

Il est clair toutefois qu'on ne peut pas supprimer n'importe comment les coefficients qij et rij sans retomber dans l'indétermination signalée au début. La condition pour que le problème continue à admettre une solution unique est que la matrice [A] soit définie positive. On peut à ce propos faire les remarques suivantes.

a) Supposons d'abord tous les coefficients qij et rij non nuls. Si  $[z]^T [A] [z] = 0$  pour un vecteur [z], alors :

$([C] [z])^T [Q] [C] [z] = 0$ ,  $([D] [z])^T [R] [D] [z] = 0$ ,  $[z]^T [P] [z] = 0$ ,  
d'où :  $[C] [z] = 0$  et  $[D] [z] = 0$  ([R] et [Q] étant définies positives).

Or :

$$[C] [z] = \begin{bmatrix} [C1] & [z1j] - 2z2j + z3j \\ [C2] & [z2j] - 2z3j + z4j \\ \dots & \dots \\ [CM] & [zN-2,j] - 2zN-1,j + zNj \end{bmatrix}$$

Puisque  $[C] [z] = 0$ , les nœuds 1j, 2j, ..., Nj de chaque ligne j sont alignés :

$$z_{ij} = z_{1j} + (i-1)(z_{2j}-z_{1j}) \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, N$$

De même :

$$[D] [z] = \begin{bmatrix} [D1] & [z1i] - 2z2i + z3i \\ [D2] & [z2i] - 2z3i + z4i \\ \dots & \dots \\ [DN] & [zi, M-2] - 2zi, M-1 + zi, M \end{bmatrix}$$

Puisque  $[D] [z] = 0$ , les nœuds i1, i2, ..., iM de chaque colonne i sont alignés :

$$z_{ij} = z_{i1} + (j-1)(z_{i2}-z_{i1}) \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, M$$

On en déduit la relation :

$$z_{ij} = z_{11} + (j-1)(z_{12}-z_{11}) + (i-1)(z_{21}-z_{11}) + (j-1)(i-1)(z_{22}-z_{12}-z_{21}+z_{11})$$

qui montre que les nœuds sont tous placés sur un paraboloïde hyperbolique.

D'autre part, on a  $p_{ij} z_{ij} = 0$  pour tout nœud ij, et en particulier  $z_{ij} = 0$  pour tout nœud tel que  $p_{ij} > 0$ . Pour être sûr que [A] est définie positive, il faut pouvoir conclure que  $[z] = 0$ , c'est-à-dire que  $z_{ij} = 0$  pour tous les nœuds. Cela se produira s'il existe, par exemple, quatre nœuds formant un rectangle à bords parallèles aux axes du réseau et où  $p_{ij} > 0$ , donc  $z_{ij} = 0$ . Dans ce cas en effet, le paraboloïde

hyperbolique qui contient tous les nœuds ne peut être que le plan de cote 0.

Remarque : le cas où tous les qij et rij sont choisis tous non nuls et égaux à 1 est fréquent dans la pratique. On a alors :

$$[A] = [C]^T [C] + [D]^T [D] + [P]$$

La matrice  $[C]^T [C] + [D]^T [D]$  est reproduite sur la figure 7.

b) Dans le cas où le réseau est partagé en domaines par des lignes le long desquelles  $q_{ij} = 0$  et  $rij = 0$ , il suffit, pour que [A] soit encore définie positive, que la condition indiquée plus haut soit vraie à l'intérieur de chaque domaine.

## 8. Utilisation des M.N.T. en cartographie

### 8.1. Estompage des cartes

Il s'agit de l'apposition sur la carte d'ombres destinées à faire ressortir le modèle du terrain. Pour cela, on donne à chaque maille du réseau sous-jacent au M.N.T. une valeur de gris fonction de l'orientation et de la partie de la facette construite sur la maille. Comme le calcul des pentes met particulièrement en évidence les petites irrégularités du M.N.T., il est indispensable que celui-ci soit parfaitement lisse. La méthode décrite précédemment trouve ici son intérêt.

### 8.2. Généralisation des courbes de niveau

On a signalé qu'en agissant sur la valeur des pij, on pouvait obtenir un M.N.T. ayant un degré de lissage voulu. Les courbes de niveau tracées à partir d'un M.N.T. fortement lissé seront dépourvues de petits accidents non significatifs, et par suite automatiquement généralisées. Si en outre on veut éviter que les courbes obtenues soient trop émoussées en leurs points de passage dans un thalweg ou sur une crête, il est toujours possible d'introduire dans le calcul du M.N.T. des lignes de rupture le long desquelles aucun lissage n'aura lieu.

Cette dernière possibilité reste toutefois purement théorique si les lignes de rupture ne sont pas fournies a priori (cela nécessiterait qu'elles soient saisies en même temps que les courbes de niveau), ou si l'on n'a aucun moyen de les déterminer automatiquement dans le M.N.T. en cours de calcul.

Ce dernier point a d'ailleurs été abordé par G. de Masson d'Autume [1], dont la méthode est de rechercher les lignes le long desquelles le M.N.T. présente une courbure supérieure de façon significative à la moyenne.

Plus généralement, la recherche de l'ensemble des lignes caractéristiques d'un terrain a été envisagé par H.M. Dufour [3], qui en propose des définitions mathématiques précises, et en indique le mode de tracé.

## 9. Développements en cours ou futurs

Il convient en terminant de préciser que les courbes de niveau qui servent de point de départ au calcul des M.N.T. proviennent soit de la numérisation des planches de courbes de niveau de la carte à

# Matrice $[C]^T [C] + [D]^T [D]$

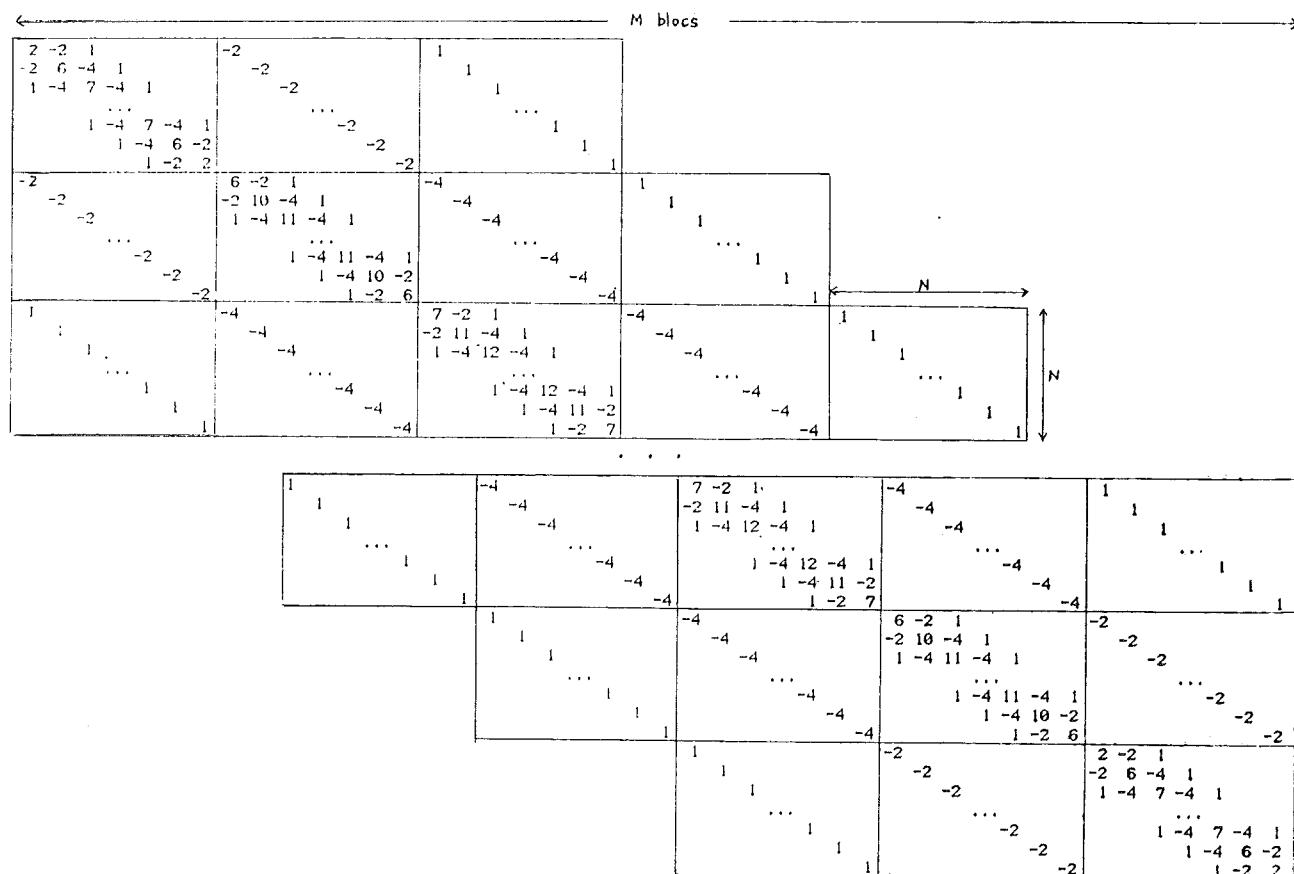


Figure 7

1:25000, soit de la restitution photogrammétrique de photographies aériennes à l'échelle 1:60000. C'est pourquoi les M.N.T. qui en découlent sont dits à "moyenne échelle".

Ces courbes de niveau numériques couvrent à ce jour la quasi-totalité de la France métropolitaine, et l'ensemble des fichiers est en cours de réorganisation en une base de données accessible en permanence depuis tout terminal de l'ordinateur qui gère cette base. La base sera assortie d'un ensemble de logiciels destinés à la mettre à jour et, bien entendu, à constituer les M.N.T.

Un autre développement important est la recherche automatique dans un M.N.T. des éléments caractéristiques, points ou lignes, du terrain. Ces éléments, une fois réintroduits dans le M.N.T.,

devraient le rendre plus représentatif de la morphologie réelle.

## Références :

- [1] G. De Masson d'Autume - Construction du modèle numérique d'une surface par approximations successives. Application aux modèles numériques de terrain (M.N.T.). Bulletin de la Société française de photogrammétrie et de télédétection, n° 71-72, 1978 (3/4).
- [2] P.G. Ciarlet - Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation - Masson, 1982.
- [3] H.M. Dufour - Modèles numériques de terrain. Recherche automatique de points et lignes remarquables. Congrès international de l'Association française de topographie, décembre 1984.



# Rectification géométrique et restitution photogrammétrique des images SPOT

par H. GUICHARD - SPOT Image

## 1 — Produit cartographique

### 1.1 Utilisation en cartographie topographique

La possibilité d'utiliser les données SPOT en cartographie dépend de deux facteurs qui déterminent en particulier l'échelle utile des cartes à réaliser.

Tout d'abord, la précision géométrique. La conception de SPOT et notamment la stabilité de l'attitude du satellite et la connaissance de ses variations par les enregistrements à bord, fait que les résultats de précision en planimétrie et altimétrie de la restitution de deux images avec un B/H suffisant restent compatibles avec les spécifications les plus sévères de la cartographie au 1/50 000 et peut-être celles du 1/25 000 dans certains cas.

Le second facteur est la possibilité de reconnaître les détails du terrain et la taille du pixel (10 m) ne permet pas dans beaucoup de cas de les reconnaître ; ce fait obligera à un complètement qui pourra être assez important selon les cas et les normes cartographiques de chaque pays. Mais, joue alors un facteur économique et le coût de la restitution par SPOT étant bien plus bas que celui d'une prise de vue aérienne et d'une restitution classique, la restitution à base d'images SPOT, ne serait-ce que des courbes de niveaux, sera déjà très rentable. Par ailleurs, bien des pays ne disposent pas encore de cartographie de base et seront très heureux de pouvoir disposer très rapidement et à bas prix, d'orthophotographies établies à partir des images SPOT et des planches de courbes de niveau correspondantes. Il faut signaler aussi que la spatiotriangulation peut fournir très simplement une chaîne de points d'appui de précision dans des zones sans géodésie.

### 1.2 Rectification d'images à usage thématique - produits géocodés

Dans bien des cas, et notamment dans celui d'études multitemporelles, la rectification, c'est-à-dire la transformation d'une image en un produit superposable à une carte avec une précision meilleure qu'un pixel, sera nécessaire. Cette rectification repose sur l'existence d'un MNT (modèle numérique de terrain) qui provient de la numérisation des courbes de niveau d'une carte (si la cartographie existe) ou de la restitution de données photogrammétriques et notamment de données SPOT. Comme nous le verrons, avec 6 points d'appui, la rectification est immédiate. La rectification systématique des images prises sur la même zone pourra se faire

automatiquement par corrélation numérique avec les points d'appui dont l'image élémentaire aura été enregistrée.

De telles rectifications correspondent à la notion de produits géocodés dont le développement paraît, dès à présent, prometteur.

### 1.3 Traitements cartographiques liés aux produits précédents

Pour répondre aux besoins d'un maximum d'utilisateurs, le traitement permettant d'obtenir de tels produits doit avoir les caractéristiques suivantes :

- précision en rapport avec les normes cartographiques ou précision recherchée pour répondre à un besoin thématique ;
- rentabilité et faible coût du traitement (par exemple nombre réduit de points d'appui, traitement par segment) ;
- simplicité : possibilité d'exploitation par des organismes dotés de moyens habituels de traitement numérique et photogrammétrique (ainsi que le personnel).

## 2 — SPOT en tant qu'outil cartographique

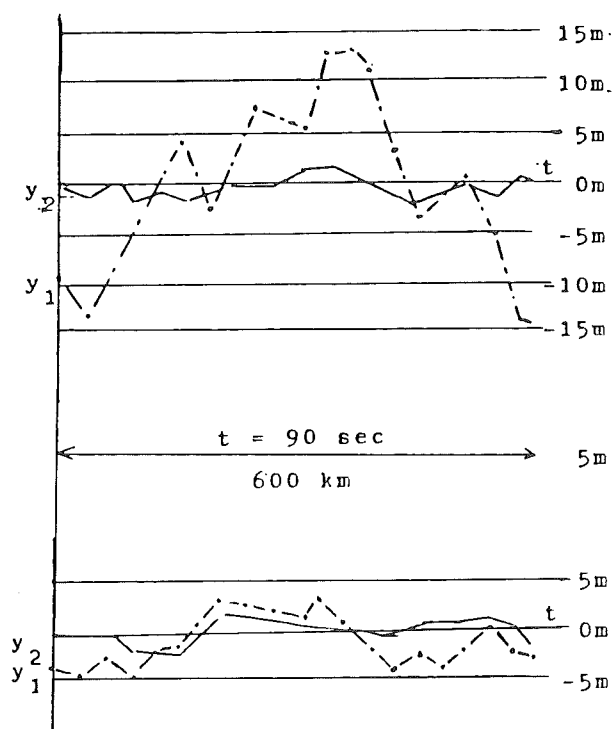
SPOT a des caractéristiques qui permettent une utilisation cartographique :

- une orbite rigide comme tout satellite d'observation de la Terre par rapport à un vol d'avion ;
- une variation d'attitude plus faible que pour un satellite à miroir de balayage mobile ;
- enregistrement des variations d'attitude ;
- et évidemment, la taille du pixel (10 m en panchromatique).

La variation faible de l'attitude et l'enregistrement de cette dernière sont les facteurs importants de la précision géométrique des vues SPOT ; les résultats d'une simulation d'attitude sont donnés page suivante.

Nous pouvons voir que sur 10 scènes, l'effet au sol est surtout linéaire en temps, cette part linéaire n'affecte pas la précision de restitution ou de rectification car elle s'intègre dans les paramètres de la modélisation ou des lois d'évolution (voir plus loin). Sans mesure à bord, les résidus restent compris dans cet exemple entre - 13 et + 13 m (cas de tangage)\* et avec mesures à bord restent inférieurs à 2 m. Pour une scène, ces résultats deviennent  $\pm 3,5$  m et 0,7 m.





Pour une scène : résidu  $Y_1$  3,5 m ; résidu  $Y_2$  0,7 m

### Exemple de variation d'attitude

#### En haut : tangage \*

Tangage\* = tangage - lacet  $\times$  tg (angle de visée)

$$Y_1 = \text{tangage}^* \text{ vrai} - \delta_1 T_1 \cdot t$$

$$Y_2 = \text{tangage}^* \text{ vrai} - \text{tangage mesuré à bord} - \delta_1 T_2 \cdot t$$

$$\delta_1 T_1 = -4,16 \cdot 10^{-6}$$

$$\delta_1 T_2 = -2,78 \cdot 10^{-7}$$

effet au sol linéaire en temps ( $\pm 45$  sec)

$$Y_1 = \pm 155 \text{ m}, Y_2 = \pm 10,1 \text{ m}$$

#### En bas : roulis

$$Y_1 = \text{roulis vrai} - \delta_1 R_1 \cdot t$$

$$Y_2 = \text{roulis vrai} - \text{roulis mesuré à bord} - \delta_1 R_2 \cdot t$$

$$\delta_1 R_1 = -2,26 \cdot 10^{-6}$$

$$\delta_1 R_2 = -3,70 \cdot 10^{-7}$$

effet au sol linéaire en temps ( $\pm 45$  sec)

$$Y_1 = \pm 111 \text{ m}, Y_2 = \pm 18,5 \text{ m}$$

## 3 — Traitements cartographiques (restitution et rectification)

Une prise de vues, de quelque nature qu'elle soit, peut toujours être analysée et traitée de manière à obtenir des résultats finaux de précision géométrique acceptable : par exemple une image prise d'avion, avec un scanneur peut être rectifiée avec suffisamment de points d'appui, en général en nombre assez élevé. Le prix du produit final sera trop coûteux pour une utilisation régulière. De manière identique, si le traitement oblige à des programmes compliqués et de nombreuses données extérieures, le coût final sera également élevé. Il faut donc

s'efforcer d'utiliser des traitements simples avec le minimum de données extérieures (points d'appui, données exactes d'orbites, données d'attitude...).

Nous verrons dans ce sens, sans entrer dans les détails qui sont développés dans d'autres publications, deux traitements qui rentrent dans cette définition.

### 3.1 Modélisation d'une scène

Entre les coordonnées  $p, q$  d'une image de satellite et les coordonnées  $X, Y, h$  dans une projection donnée du même point de terrain, existe naturellement une correspondance. Si  $x, y, h$  représentent les coordonnées dans une projection conforme particulière (celle d'ailleurs du niveau 1B) centrée sur le centre de la scène et dont l'axe  $Mx$  est tangent au balayage central, nous pouvons donner une correspondance  $(X, Y) \Rightarrow (x, y)$  si nous connaissons la position du centre  $M_0$  et l'orientation  $\gamma$  de  $Mx$  dans le système  $X, Y$ .

Si  $X, Y$  est une projection conforme (cas quasi général) :

$$Z = Z_0 + E(z + k \cdot z^2) \text{ avec } E = |E| e^{i\gamma}$$

$|E|$  = échelle locale très voisine de 1

$|kz^2| < 8 \text{ m}$  dans les projections cartographiques usuelles.

$$P \cdot p + y \cdot (1 + \delta \gamma \cdot X_1) - H_1 - H_0 \cdot |V_{T^*}| = 0$$

$$X_1 + \frac{\theta \cdot a \cdot q}{1 + \theta \cdot a \cdot q} \cdot H_1 + \frac{a \cdot q}{1 + \theta \cdot a \cdot q} \cdot Q - Q \cdot |V_R| = 0$$

$$X_1 = (x - a \cdot y) \cdot \left(1 + \frac{h}{N_0}\right) + b \cdot y^2 + c \cdot x \cdot y$$

$$H_1 = h - \frac{x^2}{2N_0} \quad \alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ (SPOT P)}$$

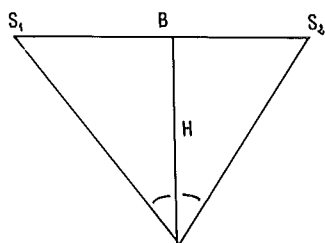
$V_{T^*}$  et  $V_R$  représentent les variations d'attitude dont il suffit de prendre les termes non linéaires en temps (les termes linéaires sont intégrés en  $P \cdot p$  et  $a \cdot y$ ) ce qui fait que les erreurs résiduelles correspondront aux valeurs indiquées dans la page précédente (de l'ordre de 0,7 m ou 3,5 m suivant qu'on utilise ou non les mesures à bord). Les termes  $\delta \gamma$ ,  $b$ ,  $c$  de second ordre et  $N_0$  sont déterminés facilement à partir de la latitude de la scène,  $|E|$  peut être intégré en  $P$  et  $Q$ . Il reste seulement 8 inconnues et celles-ci peuvent être déterminées avec 4 points d'appui mais il est raisonnable d'en prendre 6 pour mieux assurer la détermination par moindres carrés.

La modélisation d'une scène est très intéressante par la possibilité qu'elle offre de déterminer immédiatement les effets de chaque paramètre résultant de l'orbite de la Terre, de la prise de vues, de l'attitude, connaissant le développement de chaque terme des équations en fonction desdits paramètres.

#### 3.1.1 Rectification d'une scène

Avec un modèle numérique de terrain, il est clair qu'on obtient immédiatement pour chaque point du maillage (où  $h$  est connue) les coordonnées  $p, q$  correspondantes, ce qui permet la rectification finale par simple interpolation.

### 3.1.2 Restitution de deux scènes de B/H suffisant



Comme en photogrammétrie classique, si le B/H (de l'ordre de  $\theta_1 - \theta_2$ ) des équations précédentes) est suffisant, il y a possibilité de déterminer les altitudes de la zone commune à deux scènes. Avec des points d'appui et en piquant (numériquement ou photogrammétriquement) les coordonnées d'un certain nombre de points homologues, on peut déterminer également les coefficients de la modélisation de chacune des deux scènes par moindres carrés.

— Restitution par appareil analytique.

Les pointés se font dans l'appareil et la détermination des coefficients de modélisation est faite par le calculateur associé à l'appareil. La restitution se fait comme en photogrammétrie classique en utilisant les lois de modélisation pour piloter l'appareil (au lieu des lois de la photogrammétrie classique). Cette restitution peut fournir soit directement une carte (exploitation habituelle) ou seulement les courbes de niveau qu'on transforme en un MNT qui permettra ainsi la rectification (orthophotographie) d'une des deux images.

— Corrélation automatique.

En utilisant le fait qu'on peut transformer chaque image en lignes quasi-équipoles (dans le cas de SPOT, "quasi" est presque de trop), la comparaison des lignes homologues peut donner lieu à une corrélation numérique ligne par ligne qui fournira directement un modèle numérique de terrain.

### 3.2 Spatiotriangulation

En général, il est rare qu'une scène soit prise de façon indépendante : plusieurs scènes consécutives sont prises avec le même angle du miroir, ce qui constitue un segment - ensemble de scènes successives.

Il peut être plus intéressant et économique d'utiliser dans ce cas un nombre plus bas de points d'appui pour chaque scène, pour faire la rectification de l'image.

Egalement, dans le cas de zones sans géodésie, il sera possible de donner les modélisations des scènes prises sur ces régions s'il existe des points d'appui au Nord et au Sud du segment.

Le principe général est le suivant :

— traitement en coordonnées géographiques  $\lambda, \psi$  (latitude géocentrée),  $h$  qui fait que le même programme peut être utilisé pour un ou plusieurs segments ayant une zone commune ;

— fixation des paramètres d'attitude : nous écrivons par exemple :  $\text{roulis} = \text{constante} + a_R \cdot t + (\text{mesures à bord})$ ,  $t$  étant le temps,  $a_R$  un paramètre constant ;

— orbite "réelle" d'où "rigide" : les paramètres ne varient pas de manière quelconque mais obéissent aux lois de la mécanique céleste qui s'expriment très simplement pour un segment de 600 km ;

— avantage de :

- élimination aisée des points faux
- valeur géodésique quelconque des points
- simplicité
- possibilité de traiter beaucoup de segments en même temps avec peu d'inconnues.

Méthode :

1) Pose des lois d'évolution des paramètres d'orbite ( $\rho, w, l, \Omega'$ ) et de la prise de vues (angle de prise de vue, attitude) en fonction du temps  $t$  et du rang  $q$ , au pixel dans la ligne de balayage.

2) Pour chaque point, calcul des coordonnées  $\lambda_c, \psi_c$  à partir des lois d'évolution (équations très simples).

3) Equations d'observation : les différences  $\cos \psi (\lambda - \lambda_c)$  et  $\psi - \psi_c$  ( $\lambda, \psi$  étant les coordonnées vraies) peuvent s'exprimer en fonction des variations de certains paramètres (jouant ainsi le rôle d'inconnues) des lois d'évolution et dans le cas de points homologues (où  $\lambda, \psi, h$  sont inconnues de  $\Delta h$ , différence d'altitude avec une latitude approchée).

Il y a deux cas :

- points d'appui (pour 2 segments) : 2 fois 2 équations sans changement en  $\lambda$  et  $\psi$
- points homologues : élimination de  $\lambda$  et  $\psi$  entre les équations en  $\lambda$  et  $\psi$  de deux segments, ensuite de  $\Delta h$  pour obtenir finalement une seule équation. Le résidu de cette dernière donne à chaque itération une valeur approchée de  $\Delta h$  ;

— équations complémentaires : ces équations fixent les variations extrêmes des paramètres dans les limites des spécifications (réalité et connaissance de l'orbite, limite des paramètres d'attitude). Elles servent à l'élimination des points faux et d'un autre côté permettent d'employer des points de valeur géodésique médiocre.

4) Normalisation et résolution par moindres carrés.

5) Amélioration des paramètres inconnus des lois d'évolution (ainsi que des altitudes  $h$  des points homologues) par les résultats précédents.

6) Itération à partir de la phase 2.

7) Après itérations en nombre suffisant, résultats finaux :

- paramètres connus des lois d'évolution
- coordonnées  $\lambda, \psi, h$  des points homologues.

Il faut signaler que :

— la description des lois d'évolution est très simple ainsi que la forme mathématique des coefficients des équations d'observation ce qui fait que la mise au point d'un programme informatique ne pose pas de problèmes ;

— il y a 11 inconnues au maximum par segment et de ce fait le problème de spatiotriangulation est bien plus simple et aisé que le problème d'aérottriangulation photogrammétrique.

## 4 — Résultats

L'étude menée à l'IGN France par M. Th. Toutin se poursuit avec des simulations CNES (orbite et prises de vues) et Matra (attitude).

	attitude vraie (vérification)	mesures à bord (cas réel)	sans mesures à bord
Erreur sur le centre de scène	0	<3,5 m	<23 m
Cohérence d'une scène (erreur moyenne des points par rapport au centre)	0	<1,4 m e.m.q. 0,8 m	<5 m e.m.q. 2,7 m

2 - 11 points répartis sur un segment de 600 km mais avec des erreurs aléatoires sur les points de l'ordre de 100 m (allant jusqu'à 200 m) ; mesures à bord. Résultat : cohérence des points d'une scène meilleure que 10 m.

3 - 2 segments de 600 km, 5 points au Nord, 5 points au Sud, B/H = 1 erreur moyenne de pointé monoscopique 5 m, 83 points homologues, erreur relative de pointé stéréoscopique : 2 m ; mesures à bord. Résultats (sur des points de maillage de vérification et les points homologues). Erreur de centre de scène : 5 m. Cohérence en x,y dans une scène : 2 m. Détermination de h sur les points homologues : 3 m en h.

1 - Segment isolé, 10 points d'appui (5 au Nord, 5 au Sud), longueur du segment 600 km (10 scènes).

4 - Il faut signaler que des simulations SPOT sur l'Équateur d'un contrat Clirsen/CNES furent étudiées sur l'appareil analytique Traster de l'IGN (clichés restitués au Vizir au 1/200 000, angles  $\pm 24^\circ$ , 14 points d'appui valeur moyenne 5 m, 80 points homologues pointés).

En x,y le résidu moyen sur les points d'appui est de l'ordre de 0,7 pixel : l'erreur moyenne de la détermination des altitudes des points homologues est de 5,6 m.

Ces résultats sont très prometteurs et en plein accord avec les résultats précédents, étant donné que les restitutions Vizir sur film utilisées pouvaient avoir des résidus non linéaires de distorsions allant jusqu'à 25  $\mu$  m.

# Application pratique du système inertiel

par Van Den HERREWEGEN  
Institut Géographique National de Belgique

## 1 — Description générale

### 1.1 - La plate-forme inertielle

Le cœur d'un système inertiel est constitué par la plate-forme inertielle. La plate-forme inertielle comporte essentiellement trois accéléromètres et deux ou trois gyroscopes (fig. 1). Les axes sensi-

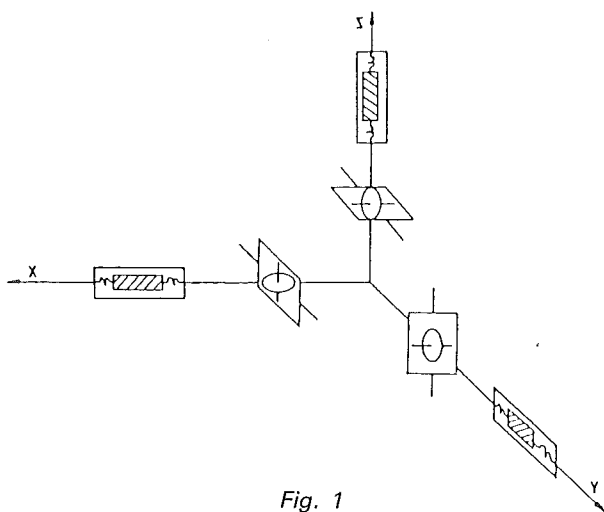


Fig. 1

bles de ces trois accéléromètres forment un trièdre accélérométrique. L'orientation de ce trièdre vis-à-vis d'un système de référence choisi est assuré par l'asservissement à trois gyroscopes. Le principe de fonctionnement est très simple. Toute accélération imprimée à la plate-forme est détectée par les accéléromètres, puis intégrée deux fois par rapport au temps pour fournir le déplacement suivant chacun des trois axes. Les constantes d'intégration correspondent aux coordonnées du point de départ.

En pratique, il y a deux grandes catégories de systèmes : ceux à plate-forme liée (strap-down system) et ceux à plate-forme stabilisée (gimballed system). Dans le premier cas (système lié), la plate-forme inertielle est totalement solidaire du véhicule et en suit les mouvements.

Les gyroscopes mesurent les vitesses de rotation absolues des axes du trièdre accélérométrique mais l'orientation de la plate-forme reste inchangée. Les signaux détectés par les gyroscopes sont envoyés à l'ordinateur qui calcule l'orientation du trièdre accélérométrique vis-à-vis du système de référence et qui répartit les accélérations ressenties en trois composantes pour en déduire la position du véhicule. Il est évident qu'un système lié a besoin d'un plus grand ordinateur mais la construction de la

plate-forme est nettement plus simple que dans le cas d'une plate-forme stabilisée. Des composantes délicates, telles par exemple les anneaux de cardan, offrant beaucoup de risques de défauts mécaniques, ne sont pas indispensables.

Dans le cas d'une plate-forme stabilisée, les senseurs (accéléromètres et gyroscopes) sont montés dans un ensemble de trois anneaux de cardan (fig. 2). A l'aide de gyroscopes, qui peuvent activer des servo-moteurs, ces anneaux peuvent être mis en rotation de façon telle que la plate-forme inertielle puisse être maintenue dans une orientation souhaitée.

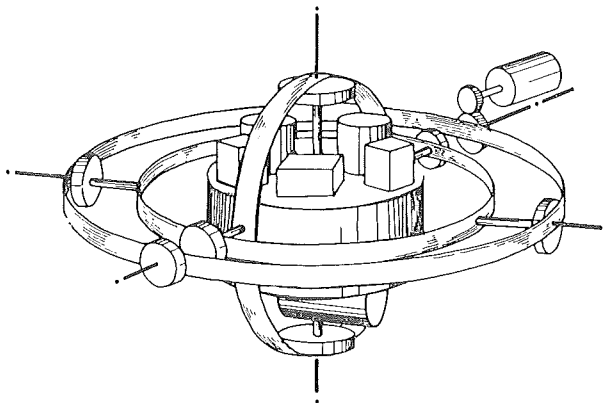


Fig. 2

Les plates-formes stabilisées peuvent être subdivisées en deux groupes :

1) Un premier groupe (Ferranti - Litton) travaille dans un système local d'axes géographiques (local-level system). L'axe vertical du trièdre accélérométrique est maintenu selon la direction de la verticale locale et un des axes horizontaux est dirigé vers la direction du Nord.

2) Un deuxième groupe (Honeywell) travaille dans un système de référence qui reste stable dans l'espace (space-stabilized system). Dans ce cas, l'axe vertical de la plate-forme reste parallèle à l'axe de rotation de la Terre.

Le système inertiel qui a été acquis par l'Institut géographique national de Belgique est le Ferranti Fils II. Il est du type "plate-forme stabilisée" et le système de référence choisi est défini par un système local d'axes géographiques. Dans ce qui suit nous allons décrire plus en détail le système Fils II.

### 1.2 - Les gyroscopes

Les gyroscopes utilisés dans le système Fils II sont des gyroscopes à un degré de liberté. Ils ne

peuvent détecter une rotation qu'autour d'un seul axe et il en faut donc trois pour fixer l'attitude du trièdre accélérométrique. Pour une description détaillée des gyroscopes qui sont employés dans différents systèmes inertiels nous nous référons à une excellente publication de M. J.-M. Rueger (1). Il suffit de savoir que si un couple perturbateur est appliqué autour de l'axe d'entrée d'un gyroscope (par exemple suite à une friction dans un des anneaux de cardan), celui-ci réagira par une précession autour de son axe de sortie.

Cette rotation est détectée par un capteur qui envoie un signal à un servo-moteur afin de rétablir l'orientation initiale (fig. 3).

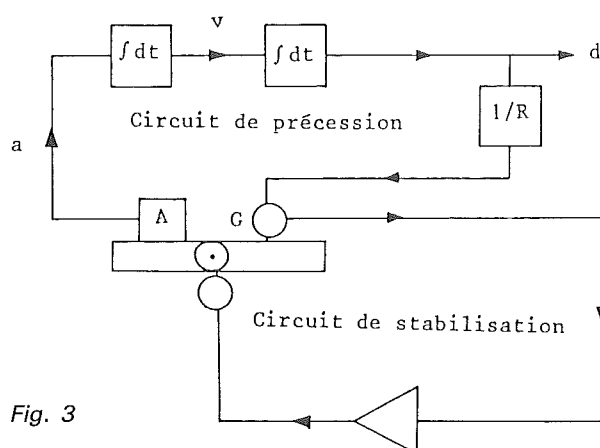


Fig. 3

De plus, et afin que la plate-forme demeure horizontale, il convient que des signaux de commande soient envoyés aux gyroscopes en fonction du déplacement du système inertiel sur la surface terrestre. Pour cette raison, la distance parcourue est calculée à partir du signal de sortie de l'accéléromètre et l'angle de précession correspondant est envoyé comme signal de commande vers le gyroscope. Le servo-moteur modifie ensuite l'attitude de la plate-forme de la même valeur. La même procédure est employée pour éliminer les effets de la rotation de la Terre.

### 1.3 - La période de Schuler

Un aspect important du système inertiel est le caractère oscillatoire que possèdent les canaux de navigation. Comme déjà expliqué plus haut, le signal de sortie de l'accéléromètre est intégré deux fois dans le temps avant d'être envoyé comme angle de précession au gyroscope correspondant. L'accéléromètre et le gyroscope étant montés sur la même plate-forme, constituent un circuit fermé. Nous allons maintenant déterminer la période de ce circuit.

Afin que les axes sensibles des accéléromètres restent horizontaux, il faut que l'accélération angulaire  $\ddot{\theta}$  de la plate-forme soit égale à l'accélération angulaire  $\ddot{\varphi}$  du véhicule autour du centre de la Terre (fig. 4).

$$\text{Donc : } \ddot{\theta} = \ddot{\varphi}$$

$$\text{Mais } \ddot{\varphi} = \frac{a}{R}$$

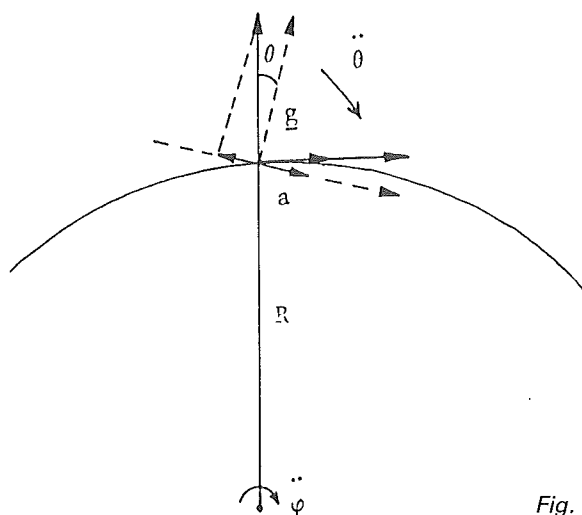


Fig. 4

avec "a", l'accélération linéaire à la surface de la Terre.

Si la plate-forme est maintenant inclinée d'un angle de pente  $\theta$ , la composante  $g \sin \theta$  de la pesanteur sera détectée par l'accéléromètre.

On peut donc écrire :

$$a \cos \theta = -g \sin \theta$$

Comme angle de pente  $\theta$  est généralement petit.

$$a = -g \theta$$

et nous obtenons l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \theta = 0$$

La solution de cette équation admet comme période

$$T = \frac{2\pi}{\omega S} = 2\pi \sqrt{R/g} \approx 84 \text{ min.}$$

Cette période est appelée la période de Schuler. C'est la période d'un pendule simple dont la masse est concentrée au centre de la Terre et dont la longueur du bras pendulaire est égale au rayon de la Terre. On peut en tirer une conclusion importante : beaucoup d'erreurs qui sont associées au système inertiel suivront cette loi périodique. Il en résulte que la propagation des erreurs en positionnement restera restreinte, c'est-à-dire que les erreurs de positionnement n'augmenteront pas dans le temps.

### 1.4 - Les accéléromètres

Les accéléromètres qui sont employés dans le système Fils II sont du type pendulaire. Un chan-

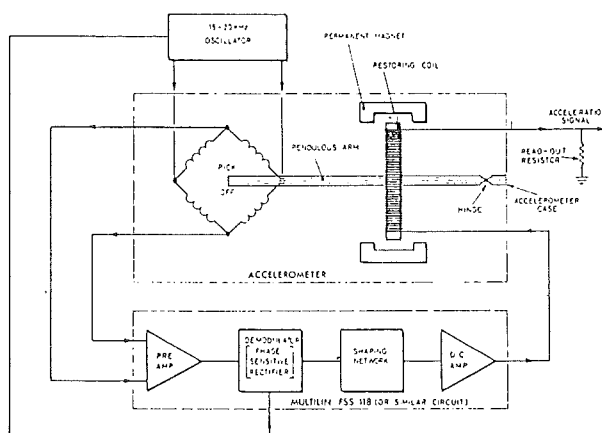


Fig. 5

gement dans la vitesse du véhicule ou un changement dans la valeur gravimétrique provoque une déviation du bras du pendule. Cette déviation est détectée par un capteur formé par un pont électrique alimenté par un oscillateur à 15 - 20 kHz (fig. 5).

Après amplification, le signal détecté (généré par le déséquilibre dans le pont électrique) est comparé en tension et en phase avec le signal d'origine dans un démodulateur. La différence en tension est proportionnelle à l'amplitude de la déviation tandis que le déphasage permet de déterminer la direction de la déviation.

Ensuite, un courant de correction est envoyé à une bobine d'induction, fixée au bras du pendule et placée entre deux aimants permanents. L'interaction entre le courant de correction et le champ magnétique des deux aimants permanents produit une force qui rétablit le pendule dans sa position d'origine. Comme cette force est proportionnelle au courant de correction, celui-ci est une mesure de l'accélération subie par le véhicule. La vitesse du véhicule est obtenue en intégrant le courant à l'aide d'un condensateur (intégration physique).

### 1.5 - Alimentation

Le système Fils II opère normalement à partir de toute source d'alimentation en courant continu capable de fournir une tension de 20 V à 32 V. Cette source d'alimentation doit opérer en continu bien que des interruptions momentanées (<50 msec) n'influenceront pas le fonctionnement normal de l'équipement.

La consommation varie selon le mode opératoire (chauffage, alignement ou navigation, stand-by), la température ambiante et la tension disponible. En mode "chauffage", le système exige un courant de 55 A durant environ 10 min. En alignement ou en navigation, le système ne requiert que 9 A et en stand-by seulement 2.5 A. Les courants mentionnés ci-dessus varient approximativement avec l'inverse de la tension disponible. De ce qui précède, il ressort qu'il est pratiquement impossible d'opérer un système inertiel pour une longue période à partir d'une batterie simple. Les batteries doivent être rechargées périodiquement par une autre source d'alimentation externe telle que par exemple la génératrice du moteur du véhicule.

### 1.6 - Unité de contrôle et d'affichage

L'Unité de Contrôle et d'Affichage (UCA) permet de vérifier le fonctionnement normal du système inertiel, de modifier des paramètres, d'introduire des observations et d'afficher des résultats. Elle permet également de contrôler si le système est en chauffage, en alignement ou en navigation.

#### 1.6.1 - Alignement initial

Après chauffage, le système passe en mode de fonctionnement "Alignement". On introduit ensuite les valeurs approximatives des coordonnées, de l'altitude et de l'azimut du véhicule. Le système ainsi initialisé procède alors à un nivellement et à une orientation automatiques de la plate-forme.

Le nivellement se fait en réduisant à zéro les erreurs de vitesse détectées le long des deux axes

horizontaux de la plate-forme. Il est à remarquer qu'au point d'alignement la plate-forme est orientée selon la verticale vraie du lieu et non selon la normale à l'ellipsoïde. L'orientation de l'axe N vers le Nord géographique est réalisée selon la procédure classique d'orientation au gyro-compas. L'alignement se réalise selon différentes phases (analogique et numérique), chaque phase étant caractérisée par plusieurs cycles. Pendant le déroulement de l'alignement, l'opérateur peut afficher, pour contrôle ou pour correction, une vingtaine de paramètres. Ces paramètres lui permettent de suivre l'évolution et la qualité de l'alignement initial.

#### 1.6.2 - La détermination des erreurs de vitesse (update)

A la fin de l'alignement, le système inertiel passe en mode de fonctionnement "navigation". Afin de limiter la propagation des erreurs de positionnement en temps réel et d'assurer la linéarité des équations de navigation, le véhicule doit être arrêté toutes les trois ou cinq minutes pour mesurer les erreurs de vitesse le long des trois axes de la plate-forme. Cette procédure est appelée "update". Le principe du update et de son emploi dans la correction des observations seront expliqués dans le chapitre 3. L'opérateur peut voir sur l'écran d'affichage soit le temps écoulé depuis que le système est passé en navigation, soit le temps écoulé depuis le dernier update. L'exécution d'un update se fait manuellement et dure environ 20 secondes.

#### 1.6.3 - Détermination d'un point topographique (fig. 6)

Il n'est pas pratique, même si c'était théoriquement possible, de stationner le point de référence (IPR) de la plate-forme exactement à l'aplomb du point topographique (SP).

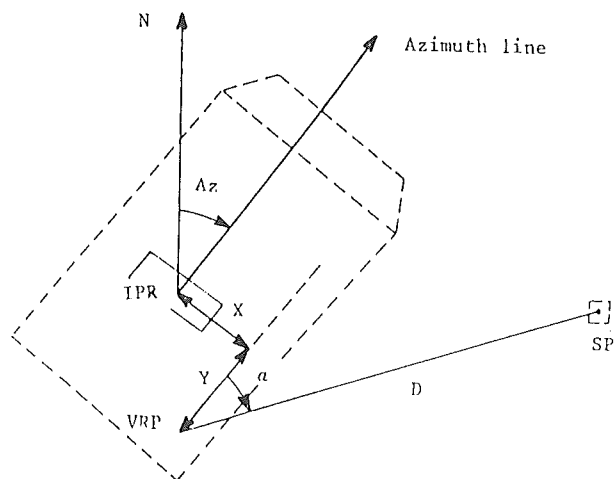


Fig. 6

Pour déterminer les coordonnées du point SP, les coordonnées du point de référence (IPR) de la plate-forme sont d'abord transférées vers le point de référence du véhicule (VRP). Cette transformation peut être calculée à partir des "off-sets" fixes (X, Y, Z) et des attitudes de la plate-forme, c'est-à-dire l'azimut Az, l'angle de roulis R et l'angle de tangage P. Ces données sont fournies en permanence par le système inertiel. Les "off-sets" (X, Y, Z) restent constants tant que la plate-forme n'est pas dépla-



cée vis-à-vis du point VRP ou vice-versa. Ils peuvent être introduits dans la mémoire du système par le clavier de commande. Finalement, il suffit de mesurer au point VRP l'angle horizontal  $\alpha$ , la distance horizontale D et la différence d'altitude  $\Delta H$  vers le point SP. Selon que ces observations sont exécutées à l'aide d'un rapporteur et un ruban ou avec un théodolite électronique, elles peuvent être introduites manuellement ou automatiquement dans la mémoire du système.

Le micro-ordinateur incorporé calcule directement les coordonnées du point SP, qui peuvent être affichées sur l'écran de l'UCA.

Au point de départ d'un cheminement d'un point inertiel, l'opération inverse est exécutée, c'est-à-dire que les coordonnées du point connu sont alors transférées vers le point de référence de la plate-forme.

L'UCA permet également de caractériser le cheminement inertiel (en général par la date de l'observation) et de codifier les points observés par leur matricule.

### 1.7 - Le système d'enregistrement

Le système inertiel Fils II dispose d'une sortie RS-232 et d'une sortie V-24. A l'Institut Géographique National de Belgique, nous n'employons que la sortie RS-232 pour enregistrer les données en temps réel sur des cassettes magnétiques. Ces données peuvent être utilisées pour un calcul a posteriori des données enregistrées sur un ordinateur plus puissant. Quatre types de données, chacune spécifiée par un code caractéristique, sont disponibles à la sortie du système inertiel.

#### 1.7.1 - Code 44

L'update est caractérisé par un code 44. Toutes les trois ou cinq minutes, environ trente échantillons des erreurs de vitesses le long des axes de la plate-forme sont enregistrés. Un code 44 comprend essentiellement :

- les erreurs de vitesses ( $V_E, V_N, V_H$ ) le long des trois axes ;
- l'époque  $t$  ;
- la position brute  $(\psi, \lambda, H)_b$  du véhicule.

#### 1.7.2 - Code 31

Ce code est employé chaque fois que les coordonnées d'un point topographique doivent être déterminées. Le code 31 contient essentiellement :

- les coordonnées prédites  $(\psi, \lambda, H)_p$  ;
- l'époque  $t$  ;
- deux paramètres d'identification ;
- les coordonnées brutes ;
- les "off-sets" mesurés ( $D, \alpha, \Delta H$ ) ;
- les attitudes de la plate-forme ( $A_Z, R, P$ ) ;
- les paramètres de l'ellipsoïde utilisé ;
- les "off-sets" fixes ( $X, Y, Z$ ) ;

Un code 41 est automatiquement couplé à un code 31.

#### 1.7.3 - Code 81

Le contenu du code 81 n'est pas rigoureusement défini et peut être modifié en fonction des besoins du client. Il permet, par exemple, d'enregistrer, sans aucune intervention de l'opérateur, la position et

les attitudes de la plate-forme toutes les 0.64 secondes ou des multiples.

#### 1.7.4 - Code 01

Toutes les opérations exécutées par l'opérateur sur le clavier de commande sont enregistrées dans le code 01. Ces informations peuvent être utiles pour corriger les erreurs commises lors de l'introduction de données dans le système (erreurs d'identification, erreurs dans les "off-sets" mesurés... etc.).

### 1.8 - Programme d'exécution d'un cheminement

Le programme d'exécution que nous allons décrire est celui qui est employé à l'IGNB. Il n'est donné qu'à titre d'illustration et peut évidemment être adapté aux exigences de la mission. Nous supposons que :

- l'équipe inertielle (2 personnes) part de l'IGN (Bruxelles) ;
- deux points de contrôle, non identiques, sont disponibles ;
- le cheminement est observé dans les deux sens.

La procédure normale se déroule comme suit :

1) A l'IGN, le système est chauffé et un alignement préliminaire est exécuté. Durée : 30 minutes.

2) L'équipe se rend ensuite vers le lieu de travail mais sans pratiquer d'updates. Cette procédure est employée parce que la plate-forme inertielle est mieux protégée contre les chocs quand elle est libre que lorsqu'elle est bloquée. Au point de départ, les coordonnées connues sont introduites et un alignement complet est exécuté.

3) A la fin de l'alignement, le système inertiel passe en navigation.

Deux codes 44 sont exécutés avant de démarrer les observations.

4) Toutes les trois ou cinq minutes le véhicule est arrêté pour exécuter un update. Durée : 20 secondes/update.

5) Arrivé à un point inconnu (code 31) ; les off-sets sont mesurés et introduits par l'opérateur dans le système. Durée : 3 minutes/point.

6) Cette procédure est continuée jusqu'au point de fermeture. En ce point, deux codes 31 consécutifs sont exécutés.

7) La même procédure est d'application sur le chemin de retour.

Pour un cheminement d'une longueur de 15 km avec une quinzaine de points inconnus situés le long de la route, la durée totale de la mission (aller-retour) peut être estimée à 1,5 Hr.

## 2 — Les équations de navigation

Le point de départ est la deuxième loi de Newton.

$$F = M \ddot{a}$$

avec :  $F$  = la force agissant sur la masse  $M$ .

$\ddot{a}$  = l'accélération provoquée par la force.

$M$  = la masse.

Mais le déplacement d'une masse dans un accéléromètre peut être aussi bien provoqué par l'accélération du véhicule que par une accélération gravimétrique. A la sortie de l'accéléromètre, nous

trouverons donc la force spécifique  $f = F/M$  qui est la composante de l'accélération  $\underline{A}$  du véhicule dans l'espace inertiel et de l'accélération gravimétrique  $\underline{G}$ .

$$\underline{f} = \underline{A} - \underline{G} \quad (2.1)$$

Dans un système local d'axes géographiques, l'accélération gravimétrique est égale à la différence de la pesanteur  $\underline{g}$  et de l'accélération centrifuge  $\underline{C}$ .

$$\underline{G} = \underline{g} - \underline{C} \quad (2.2)$$

Des équations (2.1) et (2.2) on déduit :

$$\underline{A} = \underline{f} + \underline{g} - \underline{C}$$

$$\begin{bmatrix} A_E \\ A_N \\ A_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_E \\ f_N \\ f_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega^2 (R+h) \cos \varphi \sin \varphi \\ \Omega^2 (R+h) \cos^2 \varphi \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

avec

$A_E, A_N, A_H$  : les accélérations du véhicule dans l'espace inertiel.

$f_E, f_N, f_H$  : les forces spécifiques mesurées.

$R$  : le rayon de la Terre.

$\Omega$  : la vitesse de rotation de la Terre.

**Remarque :** pour établir les équations de navigation, nous supposerons une Terre sphérique. Cette approximation ne nuit aucunement au principe tout en simplifiant considérablement les équations.

La deuxième loi de Newton n'est valable que dans un espace inertiel, c'est-à-dire un espace qui reste invariant dans le temps. Comme le système local est en rotation vis-à-vis de l'espace inertiel, nous devons introduire deux systèmes de coordonnées (fig. 7).

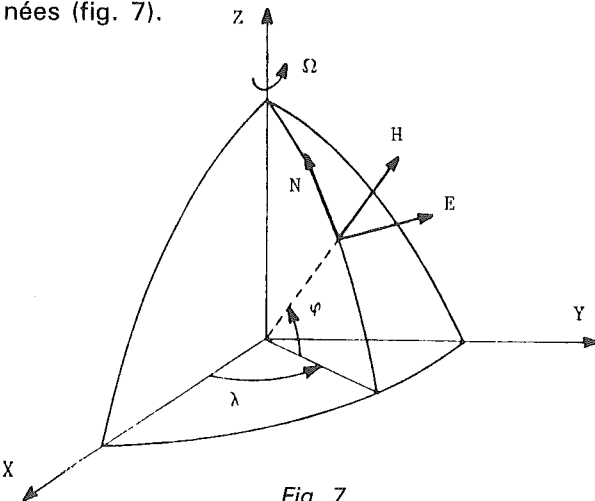


Fig. 7

1) Un système local d'axes géographiques lié à la surface de la Terre :

- latitude  $\varphi$
- longitude  $\lambda$
- altitude  $R + H$

2) Un système "quasi-inertiel" dont les axes sont définis comme suit :

- l'axe X est situé dans le plan équatorial et passe

par le méridien de Greenwich au moment  $t = 0$  ;  
— l'axe Y est également situé dans le plan équatorial et est perpendiculaire à l'axe X ;  
— l'axe Z est orienté le long de l'axe de rotation de la Terre.

Il est à noter que le système "quasi-inertiel" ne diffère que peu du système inertiel idéal. Les éléments perturbateurs telles que le mouvement du pôle, la précession et la nutation de l'axe de rotation de la Terre peuvent être négligés vis-à-vis des précisions pouvant être atteintes par les accéléromètres et les gyroscopes.

Les accélérations dans les deux systèmes de référence définis plus haut sont liées par l'équation :

$$\underline{A} = \ddot{\underline{R}}_P + (\dot{\underline{\omega}} \times \underline{R}_P) + (2 \underline{\omega} \times \dot{\underline{R}}_P) + (\underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{R}_P)) \quad (2.4)$$

avec :

$\underline{A}$  = le vecteur d'accélération du véhicule dans l'espace "quasi-inertiel".

$\underline{R}_P$  = le vecteur de positionnement du véhicule.

$\underline{\omega}$  = le vecteur de l'accélération angulaire de la plate-forme vis-à-vis de l'espace "quasi-inertiel". Il vient aisément :

$$\begin{aligned} \omega_E &= -\dot{\varphi} \\ \omega_N &= (\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi \\ \omega_H &= (\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dans l'équation (2.4) nous reconnaissons aisément l'apport de l'accélération complémentaire de Coriolis et de l'accélération centrifuge. Après substitution de (2.5) dans (2.4) et sachant que  $\underline{R}_P = R + h$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} A_E &= \ddot{\varphi} (R+h) + 2\omega_N \dot{h} + \omega_E \omega_H (R+h) \\ A_N &= -\dot{\varphi} (R+h) - 2\omega_E \dot{h} + \omega_N \omega_H (R+h) \\ A_H &= \ddot{h} - \omega_E^2 (R+h) - \omega_N^2 (R+h) \end{aligned}$$

ou :

$$\begin{aligned} A_E &= \ddot{\lambda} (R+h) \cos \varphi + 2(\Omega + \dot{\lambda}) \dot{h} \cos \varphi - 2\dot{\varphi} (\Omega + \dot{\lambda}) (R+h) \sin \varphi \\ A_N &= \dot{\varphi} (R+h) + 2\dot{\varphi} \dot{h} + (\Omega + \dot{\lambda})^2 (R+h) \sin \varphi \cos \varphi \\ A_H &= \ddot{h} - \dot{\varphi}^2 (R+h) - (\Omega + \dot{\lambda})^2 (R+h) \cos^2 \varphi \end{aligned} \quad (2.6)$$

Des équations (2.4) et (2.6) nous obtenons :

$$\begin{aligned} f_E &= \ddot{\lambda} (R+h) \cos \varphi + 2(\Omega + \dot{\lambda}) \dot{h} \cos \varphi - 2\dot{\varphi} (\Omega + \dot{\lambda}) (R+h) \sin \varphi \\ f_N &+ \Omega^2 (R+h) \cos \varphi \sin \varphi = \ddot{\varphi} (R+h) + 2\dot{\varphi} \dot{h} + (\Omega + \dot{\lambda})^2 (R+h) \sin \varphi \cos \varphi \\ f_H &- g - \Omega^2 (R+h) \cos^2 \varphi = \ddot{h} - \dot{\varphi}^2 (R+h) - (\Omega + \dot{\lambda})^2 (R+h) \cos^2 \varphi \end{aligned}$$

Ces équations peuvent être simplifiées en utilisant les notations :

$$\begin{aligned} v_E &= \dot{\lambda} (R+h) \cos \varphi \\ v_N &= \dot{\varphi} (R+h) \\ v_H &= \dot{h} \end{aligned}$$

Après substitution nous obtenons les équations de mécanisation :

$$\begin{aligned}\dot{v}_E &= f_E + (2\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi v_N - (2\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi v_H \\ \dot{v}_N &= f_N - \dot{\varphi} v_H - (2\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi v_E \\ \dot{v}_H &= f_H + \dot{\varphi} v_N + (2\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi v_E - g\end{aligned}\quad (2.7)$$

Ces équations démontrent comment les différentes accélérations subies (accélération du véhicule, accélération gravimétrique, accélération complémentaire de Coriolis, accélération centrifuge) peuvent être transformées en accélérations du véhicule ( $v_E, v_N, v_H$ ) dans un système lié à la surface de la Terre.

### 3 — Correction et précision des observations inertielles

#### 3.1 - Introduction

La correction des observations inertielles est faite en deux phases. Dans une première phase les erreurs de vitesses, mesurées pendant les "updates" sont employées pour calculer les corrections aux coordonnées brutes. Cette correction est calculée en temps réel par le micro-ordinateur incorporé mais comme toutes les données enregistrées sur cassette, elle peut également être calculée a posteriori sur un ordinateur plus puissant. Ce deuxième calcul donne généralement de meilleurs résultats. En temps réel, le système inertiel fait de la prédiction (il ne connaît que le passé), dans le calcul a posteriori on fait du lissage des observations (aussi bien le passé que le futur sont connus).

Dans une deuxième phase, les coordonnées inertielles doivent encore être corrigées d'un nombre de paramètres qui sont essentiellement fonction de la distance parcourue et du temps écoulé. Les paramètres les plus employés sont :

- les facteurs d'échelles  $S\varphi$  et  $S\lambda$  ;
- les erreurs d'orientation initiales  $A\varphi$  et  $A\lambda$  ;
- les dérives de gyroscopes  $B\varphi$  et  $B\lambda$ .

La détermination de ces paramètres n'est possible que si des points de contrôle sont disponibles. Dans le cas d'un cheminement simple, le rôle du système inertiel est donc limité à un outil d'interpolation de coordonnées entre deux points connus. Pour un réseau inertiel, ce raisonnement n'est plus tout à fait correct.

#### 3.2 - Correction des erreurs de vitesses

##### 3.2.1 - Principe du "update"

Le principe du "update" est illustré dans la figure 8. Après la première intégration, nous obtenons la vitesse  $v_V$  du véhicule et l'erreur de vitesse  $v_e$ .

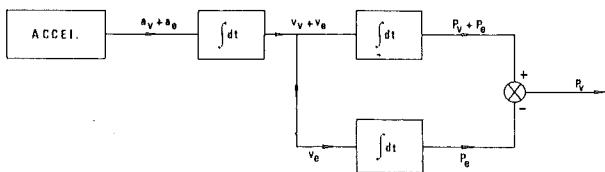


Fig. 8

Cette erreur de vitesse peut provenir par exemple, comme suite à une erreur dans la position estimée,

que les couples de torsion pour les gyroscopes sont mal calculés et que, par conséquence, la plateforme est mal orientée.

Elle peut provenir aussi du fait que la normale à l'ellipsoïde ne coïncide pas avec la verticale vraie du lieu, etc... La deuxième intégration donne la position du véhicule  $P_V$  et son erreur de position  $P_e$ .

Quand le véhicule s'arrête, sa vitesse  $v_V$  est nulle et le seul signal détecté est l'erreur de vitesse  $v_e$ . L'intégration de cette dernière donne l'erreur de position  $P_e$ . Après soustraction nous obtenons la position "vraie" du véhicule.

Actuellement, deux méthodes sont employées pour exploiter les informations données par les updates :

- a) l'emploi d'un filtre de Kalman ;
- b) l'intégration de la courbe des erreurs de vitesses.

La méthode qui est basée sur l'emploi d'un filtre de Kalman offre indiscutablement, du point de vue théorique tout au moins, des avantages vis-à-vis de la méthode simple d'intégration de la courbe des erreurs de vitesses. Elle est basée sur un modèle d'erreur, déduit des équations de navigation (et décrit donc le comportement dynamique de la plateforme) et permet de calculer la matrice variance-covariance des coordonnées corrigées. A son désavantage, il faut dire qu'elle a besoin d'un ordinateur en temps réel très rapide et qu'elle peut donner de mauvaises surprises si les erreurs vraies diffèrent sensiblement de celles prévues par les modèles théoriques.

Pour plus d'informations sur l'emploi du filtre de Kalman, nous nous référons à plusieurs publications de Schwartz (2-3-4), Wong (5) et Gonthier (6).

A l'IGNB nous avons opté pour la méthode simple de l'intégration de la courbe des erreurs de vitesses.

##### 3.2.2 - Intégration de la courbe des erreurs de vitesses

Pendant chaque update, les erreurs de vitesses  $v_e = (v_N, v_E, v_H)$  le long de chaque axe de la plateforme sont mesurées une trentaine de fois. Après plusieurs updates, la courbe des erreurs de vitesses peut être établie (fig. 9). Cette courbe doit être lisse.

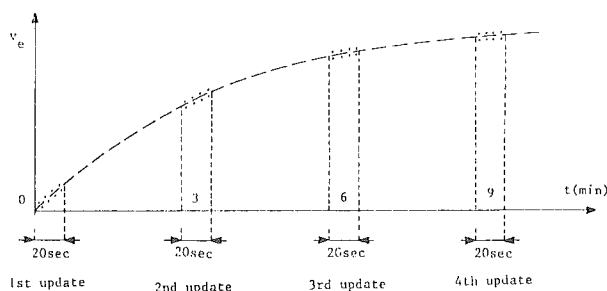


Fig. 9

Toute discontinuité dans la courbe trahit un comportement anormal de la plateforme. Dans le pro-

gramme, développé à l'IGNB, nous avons choisi une fonction quadratique simple comme outil d'interpolation.

$$v_e = A + B t + C t^2$$

Au lieu de cette fonction quadratique simple, des fonctions plus complexes telles que les "cubic spline functions" peuvent être choisies. Tant que les updates sont exécutés toutes les trois ou cinq minutes, le choix de la fonction d'interpolation n'a pas beaucoup d'importance. Si les updates ne sont exécutés que toutes les dix minutes, les fonctions d'interpolation plus complexes donnent des meilleurs résultats.

Les coefficients  $A_x$ ,  $B_x$ ,  $C_x$  de la fonction quadratique sont déterminés sur trois updates successifs  $x-1$ ,  $x$  et  $x+1$  par la méthode des moindres carrés (fig. 10).

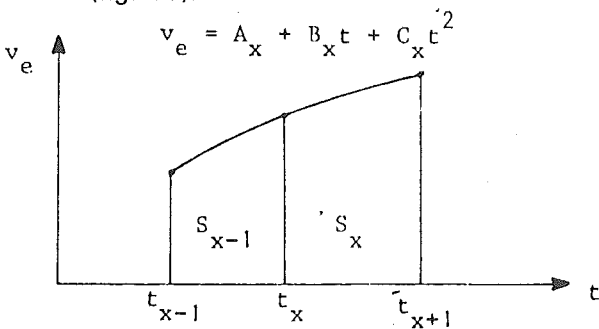


Fig. 10

Finalement, la surface  $S_{x-1}$  en dessous de la courbe des erreurs de vitesses et située entre les updates  $x-1$  et  $x$  est donnée par :

$$S_{x-1} = \int_{t_{x-1}}^{t_x} (A_x + B_x t + C_x t^2) dt$$

ou :

$$S_{x-1} = A_x (t_x - t_{x-1}) + \frac{1}{2} B_x (t_x^2 - t_{x-1}^2) + \frac{1}{3} C_x (t_x^3 - t_{x-1}^3)$$

La correction globale, correspondant à un update ou à un code 31 bien déterminé, est donnée par la surface totale  $S$  précédant cet update ou ce code 31.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{x-1} = \sum_{i=1}^{x-1} S_i$$

Les coordonnées corrigées sont obtenues par :

$$\varphi_c = \varphi_b + \frac{S_N}{(N+h)}$$

$$\lambda_c = \lambda_b + \frac{S_E}{(P+h) \cos \varphi}$$

$$H_c = H_b + S_H$$

$N$  et  $P$  représentent respectivement la grande normale et le rayon de courbure de l'ellipsoïde pour la position calculée.

### 3.2.3 - Précision

La précision du système inertiel, après correction des erreurs de vitesses, est caractérisée par :

- 1) la qualité de construction de la plate-forme et de ses composantes (hardware),
- 2) la puissance de calcul du micro-ordinateur incor-

poré et la qualité du modèle mathématique employé (software).

Si l'on veut évaluer la précision d'un système inertiel, ces deux points sont inséparables. Juger de la précision du système par les spécifications techniques des accéléromètres et des gyroscopes donne une image déformée.

Les performances d'une plate-forme inertielle dépendent aussi bien de la qualité des anneaux de Cardan que de la sensibilité des capteurs et des servomoteurs. Or, le constructeur donne très peu d'informations à ce sujet. De plus, nous ignorons tout sur les méthodes de calibration utilisées, les niveaux critiques des signaux de commande, les protections thermiques et magnétique de la plate-forme, etc...

Actuellement, une évaluation de la précision de la plate-forme, après correction des erreurs de vitesses, ne peut être entreprise qu'en développant des essais où l'influence des paramètres qui sont fonction de la distance et du temps, soit négligeable ou puisse être estimée avec une précision suffisante.

#### a) Essai statique

Si un système inertiel est installé sur un pilier stable, les coordonnées (après la correction "update") ne sont influencées que par des paramètres qui sont fonction du temps. Les graphiques 1 et 2 donnent, pour le même essai les coordonnées  $\varphi$  et  $\lambda$  en fonction du temps ( $\pm 1$  Hr). On voit clairement qu'une des coordonnées suit une loi périodique tandis que l'autre est influencée par une dérive linéaire. Lors d'autres essais statiques, ce comportement n'était pas si évident. Les coordonnées étaient influencées par une superposition des deux signaux.

$$\varphi(t) \text{ ou } \lambda(t) =$$

$$A + B \Delta t + C \cos \omega_S \Delta t + D \sin \omega_S \Delta t \quad (3.1)$$

avec  $T_S + 2/\omega_S$  = la période de Schuler.

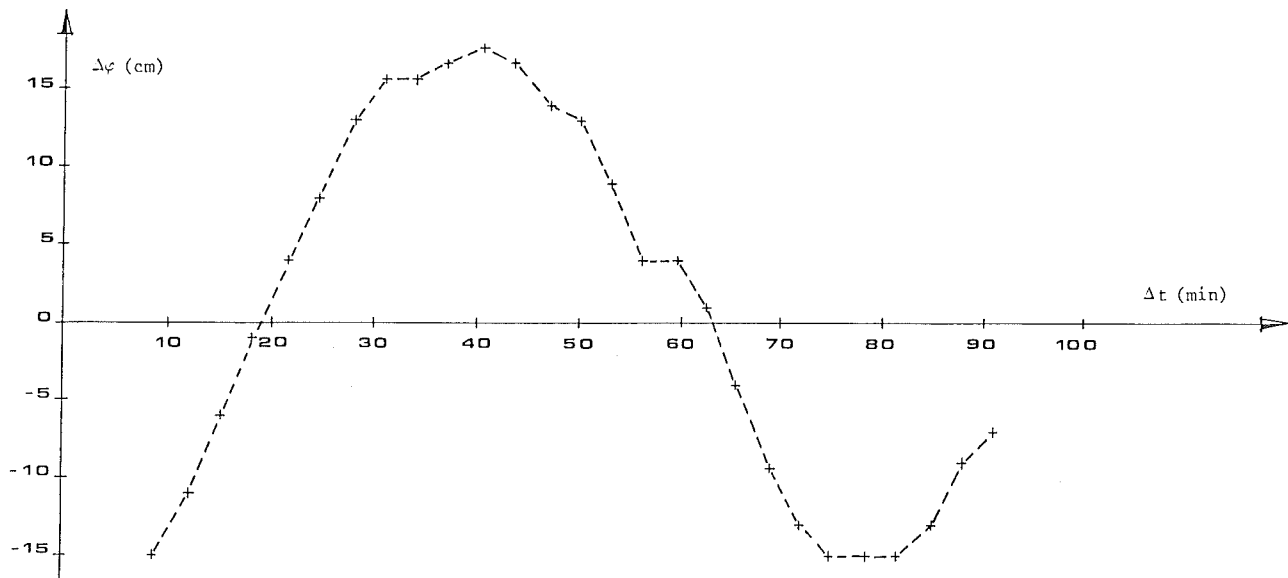
Après détermination des coefficients de l'équation (3.1) par la méthode des moindres carrés, les coordonnées sont corrigées de l'influence de la dérive et de la fonction périodique de Schuler. On constate alors que l'erreur standard sur ces coordonnées est réduite à quelques centimètres. Le tableau 1 résume les résultats obtenus lors de 7 essais statiques.

Conclusion : à condition de pouvoir déterminer les signaux qui influencent les coordonnées inertielles, le niveau de bruit du système peut être ramené à quelques centimètres. En pratique, il n'est pas toujours aisé de déterminer l'effet de ces signaux perturbateurs.

Tableau 1

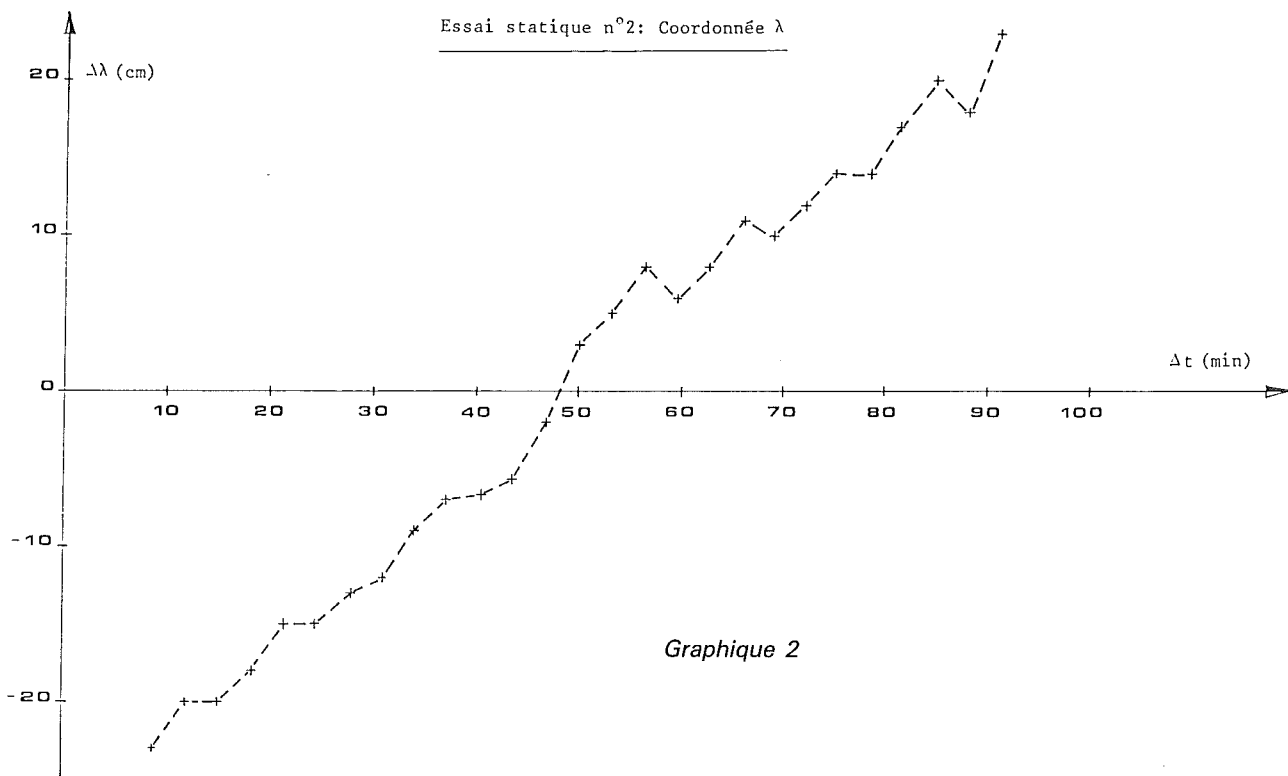
Test	$\sigma \varphi$ (m)	$\sigma \lambda$ (m)
1	0.025	0.034
2	0.012	0.014
3	0.011	0.014
4	0.013	0.029
5	0.022	0.020
6	0.024	0.034
7	0.017	0.047

Essai statique n°2: Coordonnée  $\psi$



Graphique 1

Essai statique n°2: Coordonnée  $\lambda$



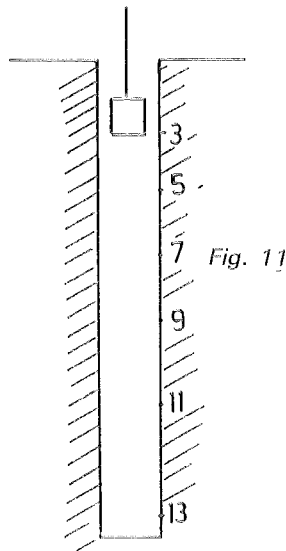
Graphique 2

**b) Essai minier**

Le système inertiel n'a pas été conçu pour travailler en mode statique, mais bien en mode dynamique. En mars 1984, le Dr. Eichholz de la West-

falische Berggewerkschaftskasse nous avait demandé d'essayer de déterminer le profil d'un puits minier d'une profondeur de  $\pm 500$  m.

Dans ce but, le système inertiel a été installé dans l'ascenseur et 6 points ont été levés dans les deux sens (fig. 11).



Deux essais ont été exécutés à des vitesses différentes ( $v = 1$  m/sec et  $v = 3$  m/sec). A nouveau, ni les facteurs d'échelle ni les erreurs d'orientation initiales n'influencent les coordonnées inertielles. La différence maximale en coordonnées, après la correction "update", entre les deux essais était de 25 cm.

Après correction de dérive et en prenant la moyenne des valeurs obtenues dans les deux sens, cette différence était réduite à quelques centimètres (tableau 2).

Point	$\Delta\varphi$ (m)	$\Delta\lambda$ (m)
3	- 0.01	0.01
5	- 0.02	0.00
7	- 0.02	0.00
9	- 0.01	0.00
11	- 0.01	0.00
13	- 0.04	0.01

Tableau 2

Ces quelques centimètres représentent une mesure de la précision interne de l'équipement inertiel (répétition des observations). Par après, le Dr. Eichholz nous a fait parvenir les coordonnées vraies de ces points. La différence entre ces coordonnées, obtenues par une méthode laser, et les coordonnées inertielles (précision externe) était au maximum de 3 cm.

### 3.3 - Détermination des paramètres

Bien que le système inertiel permette de déterminer simultanément les coordonnées tridimensionnelles d'un point, les modèles mathématiques employés pour déterminer la position horizontale et la position verticale sont séparés. Cette approche est justifiée parce que les déplacements verticaux sont en général nettement plus petits que les déplacements horizontaux et parce que l'influence d'une erreur verticale est négligeable par rapport à la précision de la position horizontale.

#### 3.3.1 - Les équations d'observations pour la position horizontale

Après correction des erreurs de vitesse, les coordonnées inertielles doivent encore être corrigées de l'influence d'un certain nombre de paramètres. Bien qu'une très grande similitude existe, il n'y a pas de concordance absolue entre le nombre de paramètres qu'il faut inclure dans le modèle, ni dans la manière de les mettre en équations. Le modèle employé à l'IGNB est donné ci-dessous :

$$\phi_j = \varphi_j + S_\varphi \Delta\varphi_j + A_\varphi \Delta\lambda_j + B_\varphi (\sum \Delta t \Delta\lambda)_j \quad (3.2)$$

$$\Delta_j = \lambda_j + S_\lambda \Delta\lambda_j - A_\lambda \Delta\varphi_j - B_\lambda (\sum \Delta t \Delta\varphi)_j$$

avec :

$\phi_j, \lambda_j$  : les coordonnées vraies du point j.

$\varphi_j, \lambda_j$  : les coordonnées inertielles du point j.

$S_\varphi, S_\lambda$  : les facteurs d'échelles.

$A_\varphi, A_\lambda$  : les erreurs d'orientation initiale.

$B_\varphi, B_\lambda$  : les dérives des gyroscopes.

$\Delta\varphi_j, \Delta\lambda_j$  : les déplacements relatifs par rapport au point de départ.

$$(\sum \Delta t \Delta\varphi)_j = (t_1 - t_0) (\varphi_1 - \varphi_0) + \dots$$

$$+ (t_j - t_0) (\varphi_j - \varphi_{j-1})$$

$$(\sum \Delta t \Delta\lambda)_j = (t_1 - t_0) (\lambda_1 - \lambda_0) + \dots$$

$$+ (t_j - t_0) (\lambda_j - \lambda_{j-1})$$

Les équations (3.2) diffèrent peu d'un modèle qui a été employé par Schwarz, Arden, English (7).

$$\phi_j = \varphi_j + S_\varphi \Delta\varphi_j + A \Delta\lambda_j + \theta \Delta\lambda_j + B \Delta t_j$$

$$\lambda_j = \lambda_j + S_\lambda \Delta\lambda_j - A \Delta\varphi_j - B \Delta t_j$$

si l'on écrit :

$$A_\varphi = A + \theta$$

$$A_\lambda = A$$

Le désavantage de notre modèle vis-à-vis de celui proposé dans (7) réside que dans le modèle IGNB la corrélation entre les coordonnées  $\varphi$  et  $\lambda$  est complètement négligée. En pratique néanmoins, nous avons constaté que les équations (3.2) donnaient de meilleurs résultats.

#### 3.3.2 - La compensation d'un cheminement

Durant les quatre années d'utilisation du système Fiis II à l'IGNB, plusieurs méthodes de calcul ont été développées et essayées. Deux modèles seront décrits.

##### a) Modèle 1

En topographie classique, les coordonnées d'un point ne sont acceptées que s'il y a un élément de contrôle. En méthode inertielle, cet élément de contrôle est obtenu en levant les coordonnées par deux fois : une fois sur le chemin aller (direct) et une fois sur le chemin de retour (reverse). Pour un point j, levé deux fois, nous obtenons de (3.2) :

$$\phi_j^d = \varphi_j^d + S_\varphi \Delta\varphi_j^d + A_\varphi \Delta\lambda_j^d + B_\varphi (\sum \Delta t \Delta\lambda)_j^d$$

$$\phi_j^r = \varphi_j^r + S_\varphi \Delta\varphi_j^r + A_\varphi \Delta\lambda_j^r + B_\varphi (\sum \Delta t \Delta\lambda)_j^d$$



Après soustraction de ces deux équations et tenant compte de :

$$\Delta \varphi_j^d \approx \Delta \varphi_j^r$$

$$\Delta \lambda_j^d \approx \Delta \lambda_j^r$$

nous obtenons :

$$\varphi_j^r - \varphi_j^d = B_\varphi [ (\Sigma \Delta t \Delta \lambda)_j^d - (\Sigma \Delta t \Delta \lambda)_j^r ]$$

Les différences entre les coordonnées mesurées sur le chemin aller et les coordonnées mesurées sur le chemin de retour sont uniquement dues à l'effet des dérives. Le coefficient  $B_\varphi$  peut être déterminé par les moindres carrés. De la même façon le coefficient  $B_\lambda$  peut être déterminé à partir du système d'équations :

$$\lambda_j^r - \lambda_j^d = B_\lambda [ (\Sigma \Delta t \Delta \varphi)_j^r - (\Sigma \Delta t \Delta \varphi)_j^d ]$$

Après correction de l'effet de dérive et en supposant :

$$A \approx A_\varphi \approx A_\lambda$$

la compensation du cheminement peut être achevée selon l'un des procédés employés en topographie classique.

## b) Modèle 2

La deuxième méthode est basée sur un emploi rigoureux de la méthode des moindres carrés. Les coordonnées des points de contrôle ne sont pas exemptes d'erreurs. Pour le point de départ nous pouvons écrire :  $\Phi_d = \varphi_d + d\varphi_d$

$$\Lambda_d = \lambda_d + d\lambda_d$$

avec  $d\varphi_d$  et  $d\lambda_d$  ; erreurs possibles en terme de variation sur les coordonnées du point initial. La même technique est employée pour les coordonnées du point de fermeture. Les limites de ces variations sont déterminées par le choix de la matrice variance a priori des points de contrôle ( $C_{xx}$ ). Nous connaissons toujours les coordonnées approchées d'un point j, par exemple par les résultats obtenus en temps réel.

$$\Phi_j = \varphi_j^o + d\varphi_j \quad (3.4)$$

$$\Lambda_j = \lambda_j^o + d\lambda_j$$

avec  $(\varphi_j^o, \lambda_j^o)$  les coordonnées approchées du point j.

Après substitution par (3.4) dans les équations (3.2) et par soustraction de (3.3) nous obtenons :

$$(d\varphi_j - d\varphi_d) + (-S_\varphi \Delta \varphi_j - A_\varphi \Delta \lambda_j - B_\varphi (\Sigma \Delta t \Delta \lambda)_j) + \varphi_j - \varphi_j^o \quad (3.5)$$

$$(d\lambda_j - d\lambda_d) + (-S_\lambda \Delta \lambda_j + A_\lambda \Delta \varphi_j + B_\lambda (\Sigma \Delta t \Delta \varphi)_j) = \lambda_j - \lambda_j^o$$

**Remarque :** Dans ce qui suit nous ne développerons plus que les équations en latitude. Les équations en longitude peuvent être développées de manière identique.

tions en longitude peuvent être développées de manière identique.

Pour un cheminement constitué de n points (en ce-inclus les points de contrôle) et qui a été observé dans les deux sens, la première équation de (3.5) peut être écrit sous forme matricielle :

$$\underline{A} \underline{x} + \underline{D} \underline{s} = \underline{1} + \underline{v} \quad (3.6)$$

La matrice  $\underline{A}$  est appelée matrice de configuration des corrections. Cette matrice aura la forme :

$$\underline{A} [ (2n-3) \times n ] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le vecteur  $\underline{x}$  est le vecteur des corrections.

$$\underline{x}^T [ 1 \times n ] = [ d\varphi_d, d\varphi_1, \dots, d\varphi_a ]$$

La matrice  $\underline{D}$  est la matrice de configuration des paramètres  $\underline{s}$ .

$$\underline{D} [ (2n-3) \times n ] = \begin{bmatrix} -\Delta \varphi_1^d & -\Delta \lambda_1^d & -(\Sigma \Delta t \Delta \lambda)_1^d \\ -\Delta \varphi_2^d & -\Delta \lambda_2^d & -(\Sigma \Delta t \Delta \lambda)_2^d \\ \dots & \dots & \dots \\ -\Delta \varphi_a & -\Delta \lambda_a & -(\Sigma \Delta t \Delta \lambda)_a \\ \dots & \dots & \dots \\ -\Delta \varphi_2^r & -\Delta \lambda_2^r & -(\Sigma \Delta t \Delta \lambda)_2^r \\ -\Delta \varphi_1^r & -\Delta \lambda_1^r & -(\Sigma \Delta t \Delta \lambda)_1^r \end{bmatrix}$$

Le vecteur  $\underline{s}$  est le vecteur des paramètres.

$$\underline{s}^T [ 1 \times 3 ] = [ S_\varphi \ A_\varphi \ B_\varphi ]$$

Le vecteur  $\underline{1}$  représente le vecteur des observations.

$$\underline{1}^T [ 1 \times (2n-3) ] = [ \varphi_1^d - \varphi_1^o, \varphi_2^d - \varphi_2^o, \dots, \varphi_2^r - \varphi_2^o, \varphi_1^r - \varphi_1^o ]$$

Le vecteur  $\underline{v}$  est le vecteur des résidus.

Nous supposons, de plus, que les vecteurs  $\underline{s}$  et  $\underline{v}$  suivent une distribution normale, à savoir :

$$E [ \underline{s} ] = 0$$

$$E [ \underline{s} \underline{s}^T ] = \sigma^2 \underline{C}_{ss}$$

$$E [ \underline{v} ] = 0$$

$$E [ \underline{v} \underline{v}^T ] = \sigma^2 \underline{C}_{ee}$$

$\underline{C}_{ss}$  étant la matrice variance des paramètres  $\underline{s}$ . Elle aura une structure diagonale.

$$\underline{C}_{ss} = \begin{bmatrix} \sigma_S^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_A^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_B^2 \end{bmatrix}$$

où  $\sigma_S, \sigma_A, \sigma_B$  représentent respectivement les écarts standards sur le facteur d'échelle  $S$ , l'orientation initiale  $A$  et la dérive des gyroscopes  $B$ .  $\underline{C}_{ee}$  est la matrice variance des observations. Elle aura également une structure diagonale et caractérisera la précision des mesures offsets.

$$\underline{C}_{ee} = \sigma_e^2 \underline{I}$$

où  $\underline{I}$  est la matrice unitaire.

$\underline{C}_{xx}$  étant la matrice variance des points de contrôle et des points inconnus.

$$\underline{C}_{xx} = \sigma_x^2 \underline{I}$$

Pour un point de contrôle, nous choisissons  $\sigma_x = 0.02$  m et pour un point inconnu  $\sigma_x = 30$  m.

La solution de l'équation (3.6) est alors donnée par :

$$\hat{\underline{x}} = (\underline{A}^T \underline{C}_{11}^{-1} \underline{A} + \underline{C}_{xx}^{-1})^{-1} \underline{A}^T \underline{C}_{11}^{-1} \underline{1}$$

avec :

$$\underline{C}_{11} = \underline{D} \underline{C}_{ss} \underline{D}^T + \underline{C}_{ee}$$

Les paramètres  $\underline{s}$  sont donnés par :

$$\hat{\underline{s}} = (\underline{D}^T \underline{C}_{11}^{-1} \underline{D} + \underline{C}_{ss}^{-1})^{-1} \underline{D}^T \underline{C}_{11}^{-1} \underline{1} - \underline{A} \hat{\underline{x}}$$

L'estimateur de la variance est donné par :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\underline{v}}^T \underline{C}_{ee}^{-1} \hat{\underline{v}} + \hat{\underline{s}}^T \underline{C}_{ee}^{-1} \hat{\underline{s}}}{n-u}$$

et la matrice variance a posteriori par :

$$\underline{C}_{\hat{\underline{x}}\hat{\underline{x}}} = \hat{\sigma}^2 (\underline{A}^T \underline{C}_{11}^{-1} \underline{A} + \underline{C}_{xx}^{-1})^{-1}$$

### 3.3.3 - Précision

Quel que soit le modèle utilisé, les erreurs absolues (la différence entre les coordonnées classiques et les coordonnées inertielles) restent à quelques centimètres près identiques. Le modèle 2 est évidemment plus souple d'emploi et est également, du point de vue théorique, plus correct. La précision d'un cheminement inertiel sera mise en évidence par des résultats obtenus sur la base de calibrage (base de Gembloux). Cette base, sensiblement rectiligne et d'une longueur d'environ 15 km, a été construite en vue de :

— former des opérateurs,

— opérer des démonstrations,  
— contrôler de nouveaux modèles mathématiques.

Le long de cette base et à des intervalles réguliers, 7 points ont été levés par une méthode classique de cheminement. L'écart standard sur les coordonnées classiques après compensation est estimé à quelques centimètres. Nous postulons que la précision sur les mesures des offsets est caractérisée par  $\sigma_e = 0.02$  m.

L'écart standard sur les paramètres a été estimé à :

$$S = 2.10^{-5} \text{ (p.p.m.)}$$

$$A = 7.10^{-5} \text{ (rad)}$$

$$B = 1.10^{-5} \text{ (rad/Hr)}$$

Le tableau 3 résume les résultats pour 3 essais différents.

Point	Essai 1		Essai 2		Essai 3	
	$e\varphi$ (m)	$e\lambda$ (m)	$e\varphi$ (m)	$e\lambda$ (m)	$e\varphi$ (m)	$e\lambda$ (m)
1	-0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.15	0.01	0.28	0.20	0.14	0.18
3	0.08	-0.09	0.38	0.13	0.22	0.17
4	0.35	0.04	0.31	0.37	0.20	0.32
5	0.06	-0.07	0.36	-0.01	0.20	-0.06
6	0.27	-0.33	0.41	-0.23	0.39	-0.30
7	0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00

Tableau 3

La précision du levé inertiel est fonction de la durée des observations (dans une moindre mesure de la longueur du cheminement), de la configuration du cheminement et du nombre de points de contrôle disponibles. Si l'on suppose par exemple que tous les 7 points de la base de Gembloux sont connus, la distribution des erreurs est donnée dans le tableau 4.

### Conclusion

Actuellement nous pouvons assurer que pour un cheminement qui a été levé dans les deux sens endéans 1,5 Hr, et avec deux points de contrôle, (point de départ et point de fermeture) et quelle que soit la configuration du cheminement, le système inertiel est à même de déterminer les coordonnées planimétriques d'un point avec une précision absolue meilleure que 1 m (90 %).

Point	Essai 1		Essai 2		Essai 3	
	$e\varphi$ (m)	$e\lambda$ (m)	$e\varphi$ (m)	$e\lambda$ (m)	$e\varphi$ (m)	$e\lambda$ (m)
1	-0.07	0.01	-0.16	-0.11	-0.08	-0.11
2	0.03	0.02	0.03	0.15	0.00	0.04
3	-0.03	-0.04	0.09	0.01	0.05	0.05
4	0.14	0.08	0.03	0.21	0.01	0.19
5	-0.06	0.02	0.06	-0.02	0.01	-0.04
6	0.07	-0.15	0.09	-0.16	0.12	-0.18
7	-0.08	0.06	-0.14	0.02	-0.12	0.05

Tableau 4

### 3.4 - Les équations d'observations en altitude

#### 3.3.1 - Correction de dérive

Pour chaque point  $j$  nous pouvons écrire :

$$H = H_j^d + a \Delta t_j^d$$

$$H = H_j^r + a \Delta t_j^r$$

avec :

$H$  : l'altitude vraie du point  $J$ .

$H_j^d, H_j^r$  : les altitudes du point  $j$  déterminées sur les cheminements aller et retour.

$\Delta t_j^d, \Delta t_j^r$  : les intervalles de temps écoulés depuis le point de départ.

Après soustraction nous obtenons :

$$H_j^r - H_j^d = a (\Delta t_j^d - \Delta t_j^r)$$

Le coefficient "a" peut alors être déterminé par les moindres carrés.

#### 3.4.2 - Fermeture aux points de contrôle

Après correction de la dérive, l'altitude inertielle  $H_i$  ne correspond pas à l'altitude vraie  $H_r$  du point de fermeture.

$$\Delta H = H_r - H_i$$

Empiriquement, nous avons constaté que la fermeture  $\Delta H$  évolue sensiblement selon une loi linéaire dans le temps.

$$\Delta H = b \Delta t$$

soit :

$$h = \frac{\Delta H}{\Delta t}$$

Si plusieurs points de contrôle sont disponibles, le coefficient "b" est de nouveau déterminé par la méthode des moindres carrés. Chaque altitude intermédiaire est corrigé a posteriori par cette loi linéaire.

$$H_c = H_j + b \Delta t_j$$

#### 3.4.3 - Précision

Pour les mêmes essais que ceux employés dans 3.3.3, les erreurs en altitude figurent au tableau 5.

Point	Essai 1	Essai 2	Essai 3
	$e_H$ (m)	$e_H$ (m)	$e_H$ (m)
1	0.00	0.00	0.00
2	0.10	0.06	0.09
3	- 0.18	- 0.15	- 0.08
4	- 0.05	- 0.09	- 0.15
5	0.00	- 0.12	- 0.11
6	- 0.24	- 0.31	- 0.33
7	0.00	0.00	0.00

Tableau 5

Il est à noter que les résultats inertiels en altitude sont généralement meilleurs qu'en planimétrie. Dans tous les cas, la précision était meilleure que

0.5 m. Comme en Belgique il n'y a pas d'anomalies importantes de la pesanteur à courtes distances, il n'a pas été possible d'étudier leur effet sur la précision altimétrique.

#### 3.5 - La compensation d'un réseau inertielle

Le problème de la compensation d'un réseau inertielle se ramène à combiner plusieurs cheminements dans un modèle cohérent, et dont les points de départ ou de fermeture ne sont pas nécessairement des points de contrôle (fig. 12).

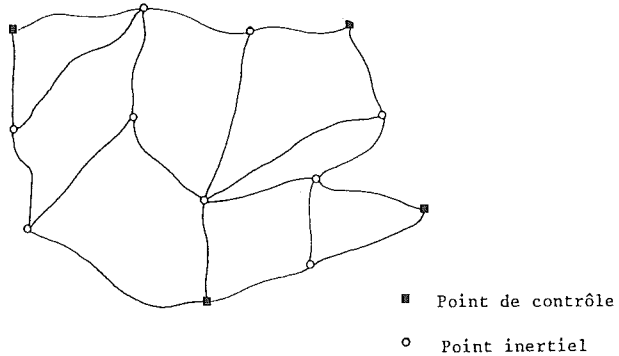


Fig. 12

Ce problème est à l'étude à l'IGNB. Il n'est pas actuellement possible de présenter des résultats concrets. Le modèle mathématique envisagé est basé sur les équations décrites dans 3.3.2. (modèle 2). Antérieurement, nous avons déjà approché ce problème de la compensation d'un réseau inertielle (8). A première vue, les résultats obtenus étaient satisfaisants mais nous avons ultérieurement constaté des instabilités dans la solution numérique, à savoir : les coordonnées finales étaient trop influencées par le choix a priori de la matrice variance des paramètres. Cette dépendance peut, dans certaines configurations, provoquer de très mauvaises surprises. Pour éliminer cet effet, il est même possible que l'on doive modifier les équations d'observations.

## 4 - La détermination de la pesanteur par méthode inertielle

#### 4.1 - Equation de base

L'équation de base est reprise des équations de navigation (2.7). Pour l'axe vertical nous pouvons écrire :

$$\dot{v}_H = f_H + \dot{\varphi} v_N + (2\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi v_E - g \quad (4.1)$$

A l'aide des équations :

$$\dot{\lambda} = \frac{v_E}{(R + h) \cos \varphi}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{v_N}{(R + h)}$$

l'équation (4.1) peut être transformée en :

$$v_H + f_H - g + 2\Omega \cos \varphi v_E + \frac{v_E^2}{(R + h)} + \frac{v_N^2}{(R + h)} \quad (4.2)$$

La valeur de  $g$  qui est employée dans (4.2) est obtenue par :

$$g = g_e + a \sin^2 \varphi - b h + g_0 \quad (4.3)$$

avec :

$g_e$  : la valeur de  $g$  à l'équateur.

$a$  : un facteur de correction pour la latitude.

$b$  : un facteur de correction pour l'altitude.

$\varphi$  : la latitude du point.

$h$  : l'altitude du point.

$g_0$  : le résidu gravimétrique au point d'alignement initial.

La notion "de résidu gravimétrique" demande une explication supplémentaire.

Au point d'alignement initial, la valeur gravimétrique prédite  $g_p$  est donnée par :

$$g_p = g_e + a \sin^2 \varphi - b h_a$$

avec :

$a$  : la latitude du point d'alignement.

$h_a$  : l'altitude du point d'alignement.

Pendant l'alignement initial, la plate-forme inertielle est nivelée en annulant les signaux des axes horizontaux ( $v_E = v_N = 0$ ). La valeur gravimétrique

$g_a$  qui satisfait à l'équation :

$$v_H = \int (f_H - g_a) dt = 0$$

différera en général de la valeur prédite  $g_p$ . Cette dernière est, par conséquent, corrigée d'un temps  $g_0$ , appelé "résidu gravimétrique", telle que :

$$g_a = g_p + g_0$$

Une fois que l'alignement est terminé et que le système inertiel passe en mode "navigation", la quantité  $g_0$  reste constante jusqu'au prochain alignement.

Rappelons que  $f_H$  représente l'accélération qui est effectivement mesurée le long de l'axe vertical de la plate-forme. Comme le signal  $f_H$  est continuellement influencé par le champ de la pesanteur, la plus grande partie de cet effet est enlevée en envoyant un courant constant en permanence à travers la bobine d'induction de l'accéléromètre (voir 1.4).

$$g_p = f_H + c_H$$

avec :

$g_p$  : la valeur de la pesanteur.

$f_H$  : l'accélération mesurée.

$c_H$  : la partie de l'accélération enlevée par ce courant continu.

Après substitution de (4.3) et de (4.4) dans (4.2) :

$$v_H = g_p - c_H - g_e - a \sin^2 \varphi + b h - g_0 + 2\Omega \cos \varphi v_E - \frac{v_E^2}{(R + h)} + \frac{v_N^2}{(R + h)}$$

En groupant les termes constants :

$$c = c_H + g_e + g_0$$

$$g_p = \dot{v}_H + c + a \sin^2 \varphi - b h - 2\Omega \cos \varphi v_E - \frac{v_E^2}{(R + h)} + \frac{v_N^2}{(R + h)}$$

Pour chaque update les valeurs  $v_E$ ,  $v_N$ ,  $\varphi$ ,  $h$  et  $R$  peuvent être déterminées à partir des moyennes de 30 enregistrements "code 44". La valeur de  $v_H$  peut être calculée à partir des erreurs de vitesses  $v_H$  enregistrées pendant cet "update". Il est toutefois fort dangereux de calculer la valeur de  $v_H$  pour un seul "update" (le niveau de bruit sur  $v_H$  est assez élevé). Il vaut mieux déterminer la valeur  $v_H$  en calculant la dérivée de la courbe des erreurs de vitesses verticales, déterminée sur plusieurs "updates".

$$v_{Hj} = \frac{d}{dt} (A_H + B_H t + C_H t^2) j$$

Théoriquement, il est donc possible de calculer la valeur de la pesanteur  $g_p$  chaque fois qu'un "update" est exécuté.

#### 4.2 - Commentaire

Un système inertiel ne sera jamais capable de remplacer un gravimètre. Il est même fort douteux que dans un avenir proche, il soit capable de localiser des zones où existent de grandes différences de pesanteur. Les spécifications techniques ne sont pas toujours faciles à comprendre ou à interpréter. Pour les accéléromètres qui sont employés dans le Fils II, le constructeur caractérise le facteur d'échelle  $S$  par :

$$S = 5 \text{ mA/g} \pm 0.01 \%$$

Il n'est pas évident de savoir à quoi se rapporte exactement cet indice de précision de  $1.10^{-4}$ . S'il se rapporte à la valeur de  $g = 1.10^6 \text{ mgal}$ , il s'ensuit que les accélérations ne peuvent être mesurées qu'à 100 mgal près ; une telle précision n'intéresse aucun utilisateur.

Mais même si nous interprétons mal cet indice de précision, l'effet de la température est tel que le système inertiel ne peut pas être employé en prospection géophysique où une précision de 1 à 2 mgal est exigée. En effet, la stabilité du facteur d'échelle  $S$  est influencée par la température à raison de  $2.10^{-5}/^\circ\text{C}$ . Pour obtenir une précision de 2 mgal, la température interne de la plate-forme doit être stabilisée à  $0.1^\circ\text{C}$ , ou bien on doit être capable de mesurer cette température, ainsi que son gradient avec cette précision. Il faudrait encore 3 à 4 années d'études pour résoudre ce problème.

Mais le système inertiel résout parfaitement le problème de la détermination de la position en gravimétrie. C'est pourquoi un système inertiel est toujours utilisé conjointement avec un gravimètre dans la prospection gravimétrique.

#### Références :

(1) Rueger J.-M. : Inertial Sensors-Part one ; Gyroscopes (University of Calgary, publications n° 30002).

(2) Schwarz K.P. : A comparison of models in Inertial Surveying (Proceed. of the 2nd International Symposium on Inertial Technology for Surveying and Geodesy).

(3) Schwarz K.P. : Error Propagation in Inertial Positioning (The Canadian Surveyor - vol. 34 1980).

(4) Schwarz K.P. : A unified approach to Post Mission Processing of Inertial Data (18th General Assembly of the IAG - 1983).

(5) Wong R.V.C : A Kalman Filter-Smoother for an Inertial Survey System of Local Level Type (University of Calgary, publication n° 20001).

(6) Gonthier M. : Smoothing Procedures for Inertial Survey Systems of Local Level Type (University of Calgary, publication n° 20008).

(7) Schwarz K.P. : Arden D.A.G., English J.J.H - Comparison of Adjustment and Smoothing Methods for Inertial Networks (University of Calgary, publication n° 30006).

(8) Van Den Herrewegen M. : Post-Mission Adjustment in Inertial Surveying (18th General Assembly of the IAG - 1983).

(9) Van Den Herrewegen M : Which Information can you get out of an Inertial System and what can you do with it ? (Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations - Vol. IV - Reihe B, Heft Nr 258/IV).

(10) Pluijmers A. : Inertial Gravimetry using a Fils II Inertial Survey System (Delft University of Technology - Department of Geodesy).

(12) Ferranti : Private communications.

# ABONNEMENT 1986 A LA REVUE XYZ

de l'Association Française de Topographie

Pour s'abonner à cette revue, vous adressez votre demande, accompagnée du chèque de règlement à l'adresse suivante :

ASSOCIATION FRANÇAISE  
DE TOPOGRAPHIE

"Abonnements"

39 1er, rue Gay-Lussac  
75005 PARIS

Abonnement 1 AN (4 numéros) : 370 F.

Tous les membres de l'A.F.T. sont automatiquement abonnés à la revue xyz.

Les abonnements sont en principe souscrits par année civile.

Achat d'un seul numéro - même adresse que ci-dessus (sous réserve de disponibilité) : 95 F.

Tél. : (1) 43.54.19.21 pte 310 mardi et vendredi de 10 à 12 h.

En cas de changement d'adresse, nous invitons nos abonnés à bien vouloir communiquer à l'adresse ci-dessus la dernière bande accompagnée de la somme de 4,00 F en timbres-poste.

# GAZETTE DE L'AFT

## Calendrier 1985-87

**Retenez ces dates....inscrivez-vous....participez....**

### NATIONAL

#### AIX-EN-PROVENCE - AFT

**22-23 novembre 85** - Colloque sur le thème : "Quelle topographie pour les Plans d'Occupation des Sols ?" et Assemblée Générale Annuelle.

#### PARIS

**29-31 janvier 86** - Colloque National "L'Académie des Sciences et la Figure de la Terre" du XVIII<sup>e</sup> siècle à l'Ere spatiale.

#### GRENOBLE - AFT

**25-26 avril 86** - Colloque sur le thème. "La topographie dans la prévention des risques naturels et technologiques majeurs".

#### TOULOUSE - AFT et SFPT

**Printemps 87** - Colloque sur la Télédétection et les premiers résultats de SPOT.

---

— **Même si pas prévus sur les bulletins d'inscription, réclamez les fichets de réduction SNCF auprès des organisateurs des colloques...**

---

### INTERNATIONAL

#### TORONTO - ONTARIO - CANADA

**Du 1<sup>er</sup> au 11 juin 1986** - Congrès de la Fédération Internationale des Géomètres (FIG). Thème : "Terre et Espace - Horizons illimités pour les Géomètres (Topographes)".

On peut d'ores et déjà s'adresser à :  
"FIG CONGRESS '86", PO BOX 186 - Station Q,  
CA - TORONTO - Ont. M4T 1M2, (Canada)

**Bulletins de pré-inscription disponibles au siège de l'AFT**

---

*Pour d'autres manifestations, consultez également le "FIL"...*

---

#### PRIX DU CONGRÈS DE LA FIG...

Un concours sur le thème du Congrès de Toronto est ouvert aux jeunes professionnels de moins de 35 ans. Le mémoire devra comporter de 2 à 5 000 mots sur un sujet original aux développements inédits, dans une des langues officielles de la FIG (Français-Allemand-Anglais) et être remis avant le 31.12.85, sous le couvert de l'Ordre des Géomètres-Experts Français.

Le Prix du Congrès comprend :

- une invitation personnelle du Président de la FIG au Congrès 1986,
- un prix en espèces de 2 000 francs suisses, remis au lauréat au cours du congrès,
- le billet avion, aller et retour, permettant au lauréat de participer au congrès.



# ... nouvelles... nouvelles... nouvelles...

## Colloque d'Aix-en-Provence

### QUELLE TOPOGRAPHIE POUR LE PLAN D'OCCUPATION DES SOLS ?

Vendredi 22 et samedi 23 novembre 1985

#### AIX-EN-PROVENCE

Sous le Haut Patronage de M. Christian de Barbarin-Paquet, Président de l'Union des Maires de la Région Provence-Alpes-Côte d'Azur.

Président du Colloque : M. Givaudan, Directeur Départemental de l'Équipement des Yvelines.

#### VENDREDI 22 NOVEMBRE 1985

9 h 00 - Accueil des participants.

9 h 30 - Ouverture du colloque par le Président Givaudan en présence de Monsieur le Président de l'Union des Maires de la région Provence/Alpes/Côte d'Azur.

9 h 45 - **Première séance** : "Le POS et les insuffisances topographiques actuelles".  
Président de séance : M. Lamaison, géomètre-expert - Bordeaux.

— Le point de vue de l' élu par M. Anglade, Maire de Vitrolles.

- les espoirs et les difficultés lors de l'élaboration du POS (les intérêts publics et privés)
- la réalité : la gestion, les modifications, la révision.

10 h 30 - Pause.

10 h 45 - Les difficultés liées à l'insuffisance topographique.

- sur le plan administratif et juridique par M. Lamaison
  - instruction et contrôle
  - application du droit des sols (repérage limites, altitudes, servitudes)
  - le contentieux : les frais topographiques engagés, les démolitions, les refus

- sur le plan socio-économique par M. Trapitzine, géomètre-expert, urbaniste - Fréjus
  - cartographie des données et des analyses sociologiques et économiques

- sur le plan technique par M. Guidobaldi, IDTPE - Chef du GEP DDE 83
  - aménagement : voirie, emplacements réservés, alignements, projets de réseaux, équipements publics
  - gestion : réseaux (plan de recensement), architecture.

12 h 30 - Déjeuner.

14 h 30 - Les documents existants :

- IGN par M. Baduel, Ingénieur en Chef Géographe - IGN Aix-en-Provence

- Cadastre par M. Locatelli, Directeur Départemental des Services Fiscaux - Bastia
- Documents divers (photos, plans...) par M. Second - Chargé d'Études - DDE 13

15 h 45 - Pause.

16 h 00 - L'apport de la Commission Nationale sur l'information géographique par M. Sautreau, Directeur Départemental des Impôts Paris - le projet de plan de base à grande échelle.

16 h 30 - Synthèse par le Président de séance.

17 h 00 - Assemblée Générale AFT.

#### SAMEDI 23 NOVEMBRE 1985

##### **Deuxième séance** : "L'avenir".

Président de séance : M. Catinot, Président Honoraire de l'AFT.

9 h 00 - Les documents souhaités dans l'immédiat pour une étude et une gestion raisonnables et leur adéquation aux possibilités des Collectivités par M. Peyrol, géomètre-expert Aix-en-Provence.

9 h 45 - Les moyens et les documents disponibles (1985/1990) et leur évolution par M. Borghèse, Services Techniques de la Mairie de Nice.

10 h 45 - Pause.

11 h 00 - Synthèse et motion pour la prise en compte de la topographie dans les POS par M. Catinot.

11 h 45 - Conclusion générale par M. Givaudan, Président du Colloque.

12 h 30 - Apéritif en présence de Monsieur le Président de l'Union des Maires et de Monsieur le Maire d'Aix-en-Provence.

13 h 00 - Déjeuner.

15 h 00 - Fin du Colloque.

## La Commission 4 au Portugal

A la suite des contacts continus avec M. Antonio Manuel Correia, membre portugais de l'AFT, et de la Commission n° 4 (Méthodes et Techniques Fondamentales), M. Yves Alajouanine est intervenu les 26 et 27 juin 1985 lors du Salon MUNICIPALIS des techniques et équipements pour l'activité municipale organisé à Braga, chef-lieu de la fertile province du Minho. Avec deux conférences "La topographie moderne et les banques de données précises" et "La topométrie de haute précision", les dernières méthodes ont fait l'objet d'un échange de vue approfondi, notamment à la demande de M. Jorge Calado gérant de Wild + Leitz Portugal pour les canevas faits par géodésie spatiale au moyen

du nouveau système américain dit "Global Positioning System Navstar", complété à grande échelle en pratiquant le procédé de la station libre par exemple avec un distancemètre Wild Di 20 fixé sur la lunette d'un théodolite informatique Wild T2000 pointant un réflecteur tournant. La station libre fait la localisation topométrique en fouille ouverte des réseaux souterrains avec une précision élevée de l'ordre du centimètre pour constituer une banque de données XYZ, qui se constitue au fil des décennies à bon compte, pour finalement pratiquer le forage horizontal comme moyen de faire traverser la voirie par les nouvelles canalisations en connaissant la position des réseaux anciens.

L'exposition organisée par M. A. M. Correia présentait l'ordinateur de poche Hewlett-Packard 41 CX - 1525 registres de M. J. Vaucelle avec des périphériques tels que l'unité de disquette HP 9114A avec le tracteur HP 7475A en activité. La documentation francophone exposée concernait les revues de topographie notamment "XYZ" pour l'AFT et "Micro-Revue" pour le club PPC - T ("Programmation Personnelle sur Calculatrice de Toulouse").

### Colloque de l'Association Française des Qualiticiens

Le Colloque de l'Association Française des Qualiticiens s'est tenu les 15 et 16 octobre à l'Hôtel Sofitel Sèvres à Paris sur le thème "Les Essais : Outils de la Qualité". Placé sous le Haut Patronage du Ministère du Redéploiement Industriel et du

Commerce Extérieur et présidé successivement par MM. Metzler, Directeur de Matériel Traction Electrique, Grzeskowiak, Chef du Département Moyens d'Essais Centraux de Matra, Mavel, Directeur Général de l'Ircha et Thureau, Président de la Ciame, ce colloque a réuni autour de quinze conférenciers de divers horizons une assistance nombreuse et spécialisée. Le problème de la qualité des essais est plus que jamais à l'ordre du jour dans l'industrie, et les méthodes nouvelles qui se dessinent, notamment dans le domaine de l'optique, posent de nouvelles questions.

### Remise du prix Courbot 1985

Créé en 1982 par le Centre d'études d'information et de formation pour les ingénieurs de la construction et de l'industrie (CEIFICI), 6, rue Vital, 75116 Paris, le prix bisannuel Henri-Courbot a été remis à :

— M. Michel Venuat, ingénieur ETP, docteur ès sciences, pour son livre : "Adjuvants et traitements ; techniques modernes d'amélioration des ouvrages en béton"

— M. Xavier de la Salle, docteur ingénieur en urbanisme, pour son ouvrage : "Espace de jeux - Espace de vie"

le 18 juin 1985 à la Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris.

Ces deux livres ont été sélectionnés, entre trente et un ouvrages, par un jury présidé par l'académicien Louis Leprince-Ringuet.

... emploi... emploi... emploi... emploi...

Rubrique gratuite réservée aux membres de l'AFT

### DEMANDES D'EMPLOIS

• **Opérateur - Chef de brigade topographique**, 37 ans (célibataire), 15 ans d'expérience en bureau d'étude - VRD - travaux publics, etc... cherche emploi même étranger. Ecrire à :

A. Grégoire  
BP n° 5  
58160 Imphy

• **Technicienne topographe diplômée**, 20 ans, cherche emploi, région indifférente. Anglais et espagnol parlé. Expérience d'opérateur topographe. Ecrire à :

Christelle Leblond  
Place de Clair-Saulchoix  
80540 Molliens-Dreuil

• **Géomètre** cherche emploi chef de chantier VRD. Ecrire à :

Jean Gaucher-Lambert  
Aux Guichards  
42330 Cuzieu - Tél. : 77.54.88.48

• **Technicien géomètre CM1**, 44 ans, 20 ans d'expérience (remembrement) formation FPA Meaux 1965, cherche emploi toutes spécialités, région Champagne, ou TP avec déplacements France ou Etranger. S'adresser à :

James Gauthier  
Jessains  
10140 Vendeuvre-sur-Barse

• **Technicien géomètre**, 39 ans, formation CFPA Meaux 68. Niv. préliminaire géom.-exp. Diplôme conducteur de travaux Toulouse 84. Exp. : 4 ans Cabinet, 10 ans TP (dont 3 ans resp. géom. lot. TGV), 1 an SNCF (anglais parlé, lu), recherche d'urgence emploi France ou Etranger. Ecrire à :

Gérard Wandenberg  
2, rue du Bouton d'Or  
44350 Guérande - Tél. : 40.24.88.43

### DIVERS

VENDS A.8  
TRES BON ETAT  
Tél. : 47.57.14.48 (Mme Loreau)

## BIBLIOGRAPHIE

### Les appareils électroniques de mesures de distances

par Michel Kasser (1 brochure cartonnée  
21 × 29,7 cm, 29 pages, édition de l'Institut  
géographique national, 1985 - Prix TTC 40 F).

L'ouvrage de M. Kasser s'adresse aussi bien au théoricien qu'au technicien. Après un bref historique de l'évolution des techniques de mesures de distances, l'auteur aborde la question de la propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère.

Il expose ensuite la théorie de la mesure du temps de propagation d'une onde électromagnétique par différence de phase et décrit les principes généraux de fonctionnement des stadimètres électroniques à ondes lumineuses et à ondes centimétriques. Le problème de la réfraction atmosphérique est ensuite abordé dans le cadre de considérations générales sur la vitesse de la lumière. Un chapitre important est consacré à la précision des mesures et à la classification des différents types d'erreurs. L'ouvrage s'achève avec la description des stadimètres électroniques de haute précision et le problème de la réduction des mesures de distances en topométrie.

Cet ouvrage est en vente au Service des Ventes  
et Editions de l'IGN - 107, rue La Boétie - Paris 8<sup>e</sup>.

**J. DEJEUMONT**

Aux éditions Masson

### GUIDE DES GROUPEMENTS VEGETAUX DE LA REGION PARISIENNE

par Marcel Bournieras

Prix TTC : 280 F - Broché, 518 pages - Format :  
17,5 × 24 - 3<sup>e</sup> édition.

### BRETAGNE

par Suzanne Durand et H. Lardeux

Collection Guides Géologiques Régionaux

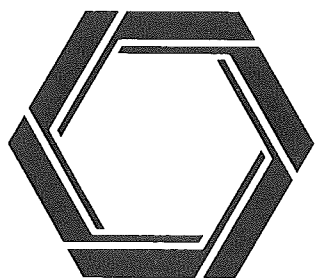
Prix TTC : 122 F - Broché, 212 pages, 105 figures, 13 planches. Format : 13 × 24 - 2<sup>e</sup> édition révisée et complétée.

### DICTIONNAIRE DE GEOLOGIE

par Alain Foucault et Jean-François Raoult

Guides Géologiques Régionaux

Prix TTC : 143 F - Broché, 352 pages. Format : 13  
× 24. 2<sup>e</sup> édition revue et augmentée.



# AERIAL

### *PRISES DE VUES AERIENNES*

*pour la photogrammétrie,  
la photo-interprétation,  
les études,  
l'information...*

### *PHOTOTHEQUE*

### *REPROGRAPHIE DE PRECISION*

*pour la cartographie,  
le dessin,  
les arts graphiques...*

Z.I. D'AIX-EN-PROVENCE  
13763 LES MILLES CEDEX  
Tél. (42) 60.05.45  
Télex Aéromap 401 140 F

# Synthèse du 1<sup>er</sup> Congrès International de l'AFT "la topographie du futur"

par Guy DUCHER  
*Ingénieur Général Géographe*

Au cours de ces trois journées très denses, on a pu assister à un panorama très complet des diverses composantes de la topographie et de ce que pourrait en être l'avenir.

Beaucoup de développements ont été évoqués et chacun a pu trouver à apprendre dans tous les exposés de très grande qualité dont on a pu bénéficier, et qui furent tous d'une grande clarté et d'une grande richesse de documentation. De nombreux horizons se sont ouverts à chacun. On a eu également beaucoup à regarder au cours de ce congrès, sollicités par de nombreuses projections de films et par les stands des divers constructeurs. Il était très difficile dans ces conditions de parvenir à être présent partout et des choix étaient nécessaires.

Il convient donc tout d'abord de féliciter les organisateurs de ce 1<sup>er</sup> congrès de l'Association Française de Topographie pour la qualité de cette manifestation, le soin qu'ils ont apporté dans sa préparation et la réussite de son déroulement.

Dès l'entrée chaque congressiste recevait les résumés de tous les exposés, aussi ai-je regardé s'il y avait le mien ; cela m'aurait beaucoup aidé à construire cette synthèse finale ! mais il ne faut pas être trop futuriste et ce sera sans doute pour le prochain congrès !

Justement celui-ci a réussi à éviter deux écueils : être trop futuriste et tomber dans le rêve et la science fiction, ou être trop timoré et rester en deçà des perspectives et des retombées attendues des progrès en cours.

Ce Congrès a travaillé de façon réaliste. Ce qu'il offre a déjà de quoi enthousiasmer les jeunes topographes qui peuvent mieux discerner maintenant de quoi sera fait le futur immédiat, celui de la période 85-95.

Au-delà, il s'agit d'un futur un peu plus lointain où il est difficile de dégager avec certitude les éléments directeurs nouveaux, car ce qui émergera à ce moment là dépendra justement des résultats de la décennie qui s'ouvre.

L'an 2000 apparaît donc comme un futur teinté de conditionnel. Futur, par la poursuite certaine des projets et des activités antérieures, plus ou moins classiques, conditionnel par l'inconnue sur les résul-

tats de l'évaluation des systèmes nouveaux que l'on a entrevus à ce Congrès, sur l'état du développement du spatial, de l'automation ou du numérique. La télédétection illustre parfaitement cette incertitude ainsi que l'évoquait d'ailleurs précédemment M. Fezzani, secrétaire général de l'Association Africaine de Cartographie. Mais c'est une technique en laquelle, sans vouloir amorcer un débat, il y a je crois plus de raisons d'espérer, y compris pour les pays en développement, qu'on a pu nous le laisser entendre tout à l'heure ; certes il faut se garder de toute utopie et ne pas se laisser accaparer par des promesses mirifiques ; mais les résultats de la télédétection dépendront beaucoup de la façon dont chacun abordera cette technique nouvelle. Là encore le réalisme sera nécessaire.

Futur ou conditionnel ?, ceux d'entre nous qui avaient déjà participé de près ou de loin aux travaux de la Commission Nationale de l'Information Géographique (la CNIG), n'étaient en tout cas pas inquiets sur l'avenir de la topographie en venant à ce Congrès. Ce qui les inquiétait plutôt, c'était la lenteur de mise en route de ses conclusions. Pourtant le large consensus qui avait pu se réaliser sur le rapport final laissait augurer un dénouement plus rapide.

Mais, d'après les informations que nous a communiquées M. Sautreau, à l'ouverture de ce congrès, nous voilà maintenant tout à fait rassurés.

L'année 1985 doit voir se concrétiser le texte du décret d'application des principales conclusions du rapport de la CNIG.

Chacun s'en réjouit car la CNIG a tracé des perspectives attrayantes en construisant le futur sur la base du présent, en prenant en compte l'expression des organismes producteurs actuels, les besoins de la communauté, et en essayant de rattraper les retards accumulés. La CNIG a fait participer tous les acteurs, qu'ils appartiennent au secteur public ou privé, qu'ils soient usagers ou constructeurs, et a retenu un vaste ensemble de produits, anciens et nouveaux à poursuivre ou à créer. La CNIG a fixé des objectifs, des dates. Son calendrier dépasse largement l'an 2000. Certains produits nouveaux comme les banques de données et leur traduction graphique aux grandes échelles, nous amènent vers

l'horizon 2015 avant que l'ensemble du territoire ne soit couvert. Sur les océans, avec la bathymétrie, il convient de raisonner en siècles avant que ne soit achevé un premier relevé mondial de qualité, permettant d'étudier toutes les structures sous-marines.

La CNIG a approfondi les réflexions sur la prospective des besoins, des méthodes et des instruments. Des structures nouvelles et des moyens d'avancer ont été esquissés.

Les conditions ont été réunies pour que chacun puisse s'y sentir à l'aise, en proposant de relancer le secteur public en association au privé qu'il faut entraîner à l'exportation par exemple. Aux anxieux, aux hésitants, on répondait "CNIG".

A ceux-ci l'AFT a répondu en organisant ce 1<sup>er</sup> Congrès sur la topographie du futur et c'était la bonne voie.

C'est une voie qui a conduit à redéfinir pendant ce congrès ce qu'est la topographie. On a dit qu'il s'agissait d'une technique de saisie et de traitement de données localisées. Mais est-ce tout ? N'est-ce pas, après les réflexions sur la systémique que l'on a eues le premier jour de ce congrès, un véritable système dont les frontières reculent sans cesse au point de devenir floues ? Le champ de la topographie s'élargit, ses relations se diversifient, elle pénètre de nouveaux milieux socio-économiques. Ses données, son expérience s'additionnent. Il lui faut une mémoire, on la questionne de partout. La topographie ne peut moins que jamais se désintéresser de l'usage que l'on fait de ses travaux, de leur fiabilité, de leur qualité. Au service de nouveaux besoins qui s'expriment, il lui faut créer, par un dialogue interactif, des produits nouveaux.

On accumule de toutes parts un vaste ensemble de données, qui ne sont pas toutes strictement topographiques. Il devient alors nécessaire de constituer des systèmes d'information globaux, à caractère géographique, urbain ou polythématique. Chaque usager voudra accéder à distance à ces fichiers, les questionner en tous sens. Aussi faudra-t-il avoir identifié au préalable les relations qui relient les données entre elles. Le topographe aura à assurer l'interface entre les besoins locaux ou régionaux de données numérisées et les grands systèmes nationaux, voire internationaux, que les établissements de l'Etat constituent pour leurs propres besoins, dans le cadre de leur mission.

L'information devra mieux circuler, des normes faciliteront les recours multiples aux données de base, le topographe prolongera sans cesse sur place cette immense bibliothèque informatique du territoire. Le topographe devra s'associer aux réflexions de plus en plus profondes qu'il faudra mener avant de constituer de nouveaux systèmes d'information pour en prévoir la saisie, la gestion, l'emploi et ménager des passerelles en tous sens, au fur et à mesure que l'on assistera à un encombrement croissant en fichiers et au développement de la pratique télématique.

L'informatique, par la puissance réelle qu'elle offre à chaque programmeur, pris isolément, renforce en premier lieu le sens de l'individualisme propre à chaque topographe. Ensuite, une fois consommés les

délices de cette indépendance et perçus les dangers d'un bouillonnement anarchique, elle engendre un goût accru pour la communication.

On rêve d'une compatibilité totale, d'échange de catalogues et de logiciels, de modularité dans tous les systèmes ; on souhaite coopérer. La vérité devra se situer au milieu. Il faudra à la fois travailler seul, sur son propre problème et en équipe, pour s'insérer dans un ensemble cohérent et pratiquer l'échange et le croisement de données, d'informations et de conseils avec son environnement. Des réunions comme celle d'aujourd'hui contribuent au décloisonnement.

Elles permettent une meilleure identification des possibilités des uns et des autres.

Les interrogations et les zones d'ombre sont mieux cernées. Des relations naissent qui se prolongeront ensuite.

Dans ces conditions, l'informatique, conçue comme un outil commun au service de la topographie, va continuer à progresser et à pénétrer peu à peu tous les replis de la profession. Numérisation de plans, cadastre numérique, saisie et traitement numérique de données aérospatiales, tracés et calculs automatiques seront le pain quotidien de demain.

La micro-informatique, qui s'insère si facilement dans les appareils de terrain, les gagnera bientôt tous.

Les mesures en seront facilitées, enregistrées automatiquement sous forme numérique, vérifiées sur place ; elles obéiront à la voix de l'opérateur. Déjà l'on commence à percevoir l'époque où des instruments comme ceux de nivellement, seront réellement tout à fait automatiques, dans leurs pointés, mesures, lectures, contrôles, archivages. La sécurité, le confort opératoire, la précision, la rapidité d'exécution en seront considérablement accrus. On ne perçoit que des avantages dans un tel processus ; aucun phénomène de rejet ne devrait venir perturber la modernisation des méthodes de travail sur le terrain.

Plus s'accroît la complexité du matériel, plus se simplifient les opérations élémentaires et s'améliore le rendement final. Le rapport qualité/prix y gagne.

Le topographe ainsi libéré de tâches fastidieuses peut porter sa réflexion sur l'essentiel, mieux organiser son travail sur le terrain, mieux comprendre la finalité de ses levés et les besoins des usagers, démultiplier ses interventions.

Certes un équilibre est à trouver entre le recours aux méthodes automatiques et l'emploi des méthodes manuelles. Des instruments frustrés, d'une robustesse et d'un coût à toute épreuve ne sont pas à rejeter. Une estimation préalable est à faire. La palette des outils du topographe se diversifiant, il lui faudra choisir dans chaque cas les appareils les mieux adaptés au problème posé, selon la taille du chantier, la précision cherchée, les conditions locales.

L'automatisation sera reine toutes les fois qu'il s'agira de levés concernant de vastes étendues et comportant des opérations simples et répétitives,

à effectuer en très grand nombre.

Des combinaisons de méthodes seront d'ailleurs à imaginer, sur un même chantier, mêlant les plus sophistiquées aux plus simples.

Le topographe sera comme maintenant amené à utiliser des systèmes et des appareils qui n'ont pas été spécialement conçus pour lui. Il devra en assimiler les spécificités, les adapter à ses problèmes. Il aura aussi à intervenir pour s'en doter de nouveaux et dialoguer de façon plus soutenue avec les constructeurs ou les sociétés de service. L'instrumentation de demain devra se faire en liaison encore plus étroite avec le topographe. A cet effet des rapprochements sont à assurer entre laboratoires travaillant dans des domaines instrumentaux voisins.

On concevrait mal par exemple que le nouveau laboratoire d'optoélectronique et micro-informatique de l'IGN ne cherchât pas à coopérer avec le groupe de géodésie appliquée du CERN, du moins dans certains domaines (asservissements, insertion de microprocesseurs...).

Ainsi pourront s'abaisser encore les délais de mise en application des technologies nouvelles et se transformer plus rapidement les études sur les appareils de terrain en prototypes, puis en pré-séries et en séries.

Il en est ainsi également du spatial. Pour le topographe aussi il sera bon de s'éloigner pour mieux connaître la Terre. S'éloigner rapproche. Même si le topographe semble encore tenu en échec dans certains cas. Par exemple saura-t-il un jour pénétrer à distance les zones boisées et les lever aisément, sans attendre, comme on vient d'en voir quelques exemples malheureux en Forêt Noire, que les catastrophes écologiques en détruisant les arbres ne lui facilitent involontairement la tâche ?

On a à diverses reprises, dans ce congrès, rappelé les espoirs justifiés que le topographe pouvait mettre dans les systèmes spatiaux qui sont en train de se perfectionner, et dont les données, tant géodésiques que cartographiques, l'intéresseront directement.

Des bouleversements considérables sont à en attendre, tant dans les appareils de localisation, dans les méthodes que dans la conception même des interventions topographiques sur le terrain.

Ce congrès a illustré une fois de plus la diversité considérable que l'on trouve au sein de la topographie, et qui provient de la diversité même des données et des conditions particulières de chaque chantier. Le topographe est ainsi amené à déterminer des points, des lignes, des surfaces, et à s'attacher à leur contenu. Les distances qu'il manie s'échelonnent de zéro à l'infini. Les cibles qu'il utilise sont aussi dissemblables que peuvent l'être un jalon et un satellite. Il les interroge en tous sens. Le topographe a l'impression de travailler pour l'éternité, et pour cela il lui faut maîtriser la nanoseconde. Il agit en tout lieu, en tout temps, en bureau, en atelier, sur le terrain. C'est un métier tout en contrastes aux multiples facettes, où se côtoient de nombreuses familles de topographes, dont les préoccupations peuvent être fort différentes à un instant donné. Mais ces différences ne sont pas assez pro-

fondes pour parvenir à masquer l'unité qui par essence permet aux topographes de se reconnaître. Ce qui les rapprochait hier et les rapprochera demain c'est l'objet même de leur souci permanent, la Terre. Ils en acquièrent un langage commun, une habitude universelle de rigueur et d'exactitude. La réalité de terrain à laquelle ils doivent se confronter reste une exigence fondamentale qui ne pardonne pas. Elle est commune à toutes les disciplines d'observation de la Terre, et sera demain encore nécessaire, même si l'on pourra réduire la durée du passage sur le terrain, se contenter d'un moins grand nombre de placettes et de points connus et cartographier de longs segments spatiaux en les équipant tout juste aux deux extrémités.

L'unité de la topographie se tisse à travers ces contraintes ; des analogies profondes relient les diverses disciplines d'acquisition et de traitement des informations géographiques.

Ce Congrès a rendu évidentes ces similitudes.

Qu'y a-t-il en effet de si différent entre le navire hydrographe qui muni de sondeurs ultra-sonores multifaisceaux voire multispectraux scanne le fond des océans, et, mutatis mutandis, le satellite de télé-détection, vis-à-vis de la surface terrestre ? L'un et l'autre donnent lieu entre autres à des descriptions altimétriques où se rejoignent les mêmes spécialistes des modèles numériques du terrain. Les zones d'action de chaque discipline ne sont d'ailleurs pas isolées les unes des autres mais présentent des recouvrements, évitant ainsi des discontinuités dans les levés. Des comparaisons de méthodes peuvent ainsi en résulter, des échanges de données s'opérer aux limites, des relais d'information s'exercer entre les différentes compétences. C'est ce qui devra se passer sur la frange littorale, l'urbain, le périurbain, ainsi qu'entre les responsables des fichiers nationaux, locaux, topographiques, statistiques ou thématiques.

D'autres ressemblances rapprochent tous les topographes, comme par exemple la valeur de la précision qu'ils recherchent. On a pu relever dans ce Congrès une convergence fréquente sur le centimètre. C'est une unité de bon sens qui marque aussi bien les données cadastrales que la distance Terre-Lune ou le suivi des formes de la Terre et des mouvements de son écorce. C'est une valeur que l'on peut obtenir de toutes sortes de façons et que la géodésie spatiale popularisera encore davantage.

Un autre point de convergence est à noter : c'est le volume immense des données à saisir, à analyser, à conserver, à gérer, à suivre, à diffuser et dont l'intérêt ne se dément pas tandis que le nombre augmente.

A travers tout ce faisceau de liaisons multiples et d'échanges pluridisciplinaires, tout prédispose le topographe à ne plus se limiter à un rôle de spécialiste de la topométrie pour devenir le généraliste de l'information géographique. Chargé d'assurer les interfaces avec tous les usagers, il lui faudra en comprendre les objectifs, choisir les méthodes les plus adéquates, utiliser les complémentarités des divers systèmes qui lui seront offerts pour tantôt tirer de l'un les coordonnées de station, tantôt de



l'autre l'azimut d'une direction, ou puiser dans un fichier la donnée utile qu'un bon algorithme d'interpolation permettra d'appliquer en tout point. Les techniques d'interpolation déjà communes à toutes les disciplines d'observation de la Terre seront omniprésentes.

Tous ces moyens maîtrisés amèneront le topographe à compléter et à découpler ses prestations dans un monde où ses services seront toujours appréciés. Il reste encore beaucoup d'aménagements à faire, beaucoup de tunnels, de centrales électriques, de plates-formes en mer, de réseaux de voirie, d'irrigation, de TGV à créer, de zones à surveiller, de catastrophes naturelles à combattre et par conséquent beaucoup de cartes et de plans à éditer et à réviser. C'est dire que la topographie a objectivement un avenir assuré, dans les pays en développement, où, comme vient de le démontrer M. Fezzani, il lui faut intervenir d'urgence, et de façon exponentielle, mais aussi dans les pays développés, comme chacun le sent d'expérience et comme la CNIG l'a confirmé pour la France.

Mais cet avenir sera d'autant plus assuré que la volonté des topographes se manifestera davantage.

Leur action sera décisive pour qu'il se façonne selon des critères où ils aimeront se reconnaître. Rien ne serait pire que le désintérêt ou la passivité.

Mais devant une assistance aussi nombreuse à ce Congrès, aussi variée, attentive, jeune, qui a suivi avec assiduité toutes les sessions y compris celle de ce samedi après-midi, on ne peut qu'être rassuré sur la vitalité de la topographie du futur.

Le très grand nombre d'étudiants des écoles où s'enseigne la topographie, comme l'Ecole Spéciale des Géomètres-Topographes, l'Ecole Spéciale des Travaux Publics, le Lycée technique de Brétigny-sur-Orge ou l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Industries de Strasbourg, venus suivre ce Congrès, témoigne de ce que le futur est dans la salle.

A l'entrée de ce Congrès nous avons été accueillis par des panneaux dédiés à SPOT, satellite dont chacun connaît bien les caractéristiques et partage peu ou prou les espoirs qu'il fait naître. Je ne le mentionne ici que parce que jamais un projet n'aura été préparé avec autant de soin et en faisant participer un aussi grand nombre de spécialistes ou d'usagers

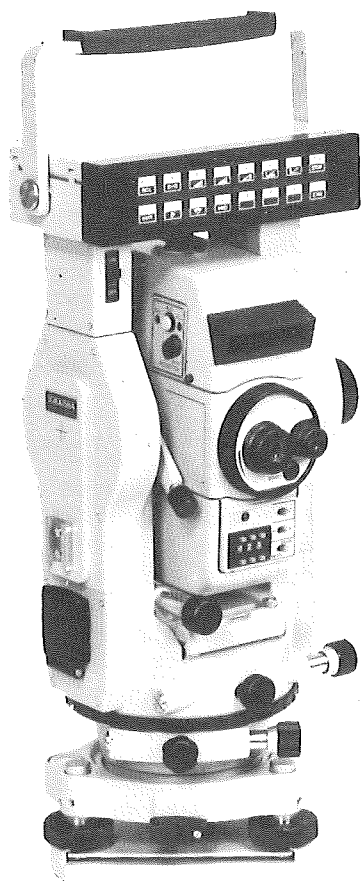
potentiels de par le monde. L'ensemble des travaux sur les simulations SPOT en est une illustration. C'est en procédant de cette façon, en rapprochant tous les acteurs que l'on pourra favoriser le succès des nouvelles entreprises. C'est en faisant intervenir toujours davantage la profession, dès la phase initiale des projets, dans la configuration des systèmes, dans l'élaboration des instruments ou des structures, que l'on sera assuré d'une meilleure adéquation entre la recherche scientifique et les applications en production ; c'est la garantie du succès pour les uns et les autres.

Aussi le topographe devra-t-il rester ouvert et actif. La formation initiale ou continue qui lui est adressée devra s'adapter à ces exigences. Tout en continuant à maîtriser pour l'essentiel les techniques ou les processus classiques qui sont la base de son métier, le topographe devra acquérir une polyvalence plus grande. Il faudra sans doute compenser et élargir dans certains cas quelques développements superflus ou devenus caducs.

Il faudra réfléchir sur les enseignements de l'histoire, en mettre en évidence les raisons, comprendre les seuils des mutations technologiques, et s'ouvrir sur la prospective des voies d'avenir. Le topographe sera alors ce généraliste des informations géographiques, que l'on a annoncé tout à l'heure, capable de se servir des éléments essentiels de la géodésie, de la métrologie, de la cartographie, de la photogrammétrie et de la télédétection et de les combiner de manière informatique.

Il veillera à développer les relations humaines qui l'épanouiront pleinement dans la société de demain. Il assurera la formation des usagers aux produits nouveaux. L'enseignement tendra donc à l'essentiel, il s'appuiera sur l'unité de principe qui relie l'ensemble des facettes de la topographie, sur leurs analogies ; il permettra de manier les informations géographiques et de passer sans difficulté d'une forme à une autre, de l'analogique au numérique. Ainsi préparé à l'avenir, le topographe ne le subira pas passivement. Il pourra intervenir à temps pour en réduire les conséquences ou tendances négatives éventuelles, y trouver une parade.

Il appartient au topographe de prendre en main la topographie du futur. Elle en vaut raisonnablement la peine.



VENTE  
LOCATION  
RÉPARATION

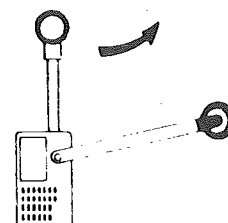
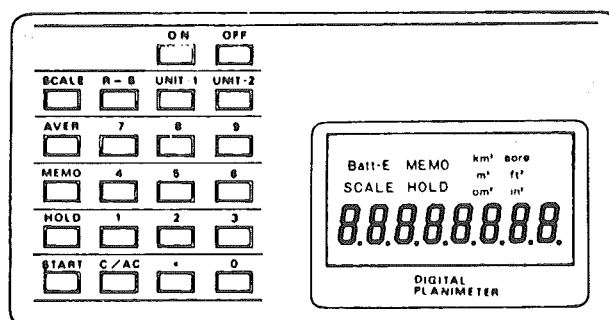
•

INSTRUMENTS  
DE  
TOUTES MARQUES

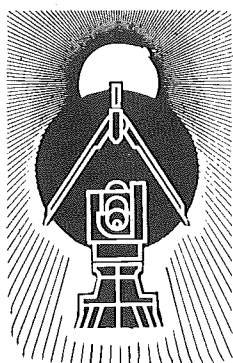
•

FOURNITURES :  
TOPOGRAPHIE  
DESSIN

•



démonstration  
DOCUMENTATION  
ET TARIF  
SUR DEMANDE



# Ets A. THOMAS

Magasin de vente et bureaux :  
12, rue Friant, 75014 PARIS  
Tél. : 543.55.25  
Télex : TOPODIF 203590

