

Trois cents ans de géodésie française (suite)

par J.-J. LEVALLOIS
Ingénieur Général Géographe

VIII — La triangulation des Ingénieurs Géographes

“Louis, par la grâce de Dieu, roi de France et de Navarre, sur la proposition de notre Ministre Secrétaire d’Etat au Département de la Guerre, nous avons ordonné et ordonnons ce qui suit :

Il sera formé une commission de quatorze membres présentés par les Ministres de l’Intérieur, de la Guerre, de la Marine et des Finances, lesquels seront chargés d’examiner le projet d’une nouvelle carte topographique générale de la France, appropriée à tous les services publics et combinée avec l’opération du cadastre général, ainsi que d’en poser les bases et le mode d’exécution.

Cette Commission est composée des membres ci-après :

Département de l’Intérieur : MM. le Comte de Laplace - président, Delambre, Bérigny, Vallot, de Bonnard.

Département de la Guerre : M. le Général Haxo, et en son absence : MM. de Beaufort d’Hautpoul, Brossier, Bonne, Puissant.

Département de la Marine : M. le Chevalier de Rosel.

Département des Finances : MM. Hennet, Lesueur, Hautier, Chauvet.

Nos Ministres Secrétaire d’Etat sont chargés de l’exécution de la présente Ordonnance.

Donné en notre château des Tuileries, le 11 juin de l’An de Grâce 1817, et de notre règne le vingt troisième. Signé Louis ” (6).

C’est en ces termes plus qu’anachroniques que fut donné le coup d’envoi des travaux de la carte au 1/80 000 dite carte de l’Etat-Major.

La décision venait à point nommé. Bien que les dernières feuilles de la carte de Cassini n’aient été publiées que vers 1815, cette carte était insuffisante :

- elle présentait des erreurs qui ne passaient pas inaperçues, localités déplacées par rapport à leur situation correcte, absence des limites administratives, viabilité...
- coordonnées géographiques erronées ;
- représentation insuffisante et parfois fantaisiste du relief, etc...

D’autre part les planches, en cuivre, ayant servi aux tirages avaient subi de nombreuses retouches et les tirages successifs les avaient détériorées ; enfin l’évolution de la société, des besoins, des conceptions exigeait des documents nouveaux.

Dès 1808 Napoléon avait songé à confier aux ingénieurs géographes la confection d’une nouvelle carte topographique de la France, projet pour lequel le Colonel Bonne lui avait présenté une longue étude, mais “... de nouvelles campagnes appelèrent ailleurs l’activité du Souverain”. Le projet fut repris par Bacler d’Albe en juin 1814 puis évidemment enterré aux Cent-Jours et finalement exhumé par d’Ecquevilly après 1815, sur le vu d’un nouveau rapport de Brossier, ancien chef des travaux topographiques en Italie (voir plus haut) et de l’un de ses adjoints. Une des grandes originalités du projet était de mener de front les travaux de la carte et du cadastre, dont les levés entrepris par communes, sans référence à un quelconque système de coordonnées, ne se raccordaient que très péniblement.

Dans un discours de style très parlementaire, l’illustre Laplace (Comte de) exposait à la Chambre des Pairs les principes sur lesquels devait reposer l’exécution du cadre géodésique nécessaire à la carte et au Cadastre, et pour être plus convaincant, jouait sur la chanterelle de la fierté nationale (21 mars 1817). L’ordonnance royale suivit peu après.

La Commission Royale était assistée par une Commission du Dépôt de la Guerre, constituée par des Ingénieurs Géographes, chargée de mettre au point les instructions de travail, de les soumettre à la Commission Royale et de les rédiger.

Nous extrayons de son “Rapport sur le mode d’exécution d’une nouvelle carte topographique de la France, appropriée à tous les services publics, et combinée avec les opérations du cadastre” un certain nombre de prescriptions relatives aux travaux géodésiques (6).

“Opérations géodésiques : le canevas trigonométrique de la France, dont l’exécution est confiée au Corps Royal des Ingénieurs Géographes militaires, sera lié à la Méridienne de Dunkerque et à sa perpendiculaire dirigée de Strasbourg à Brest *.

* Cf. II. La triangulation des Cassini.

Ce Canevas sera divisé en grands quadrilatères limités par des chaînes principales de triangles menés de 200 000 mètres en 200 000 mètres parallèlement aux deux coordonnées fondamentales. Les quadrilatères seront remplis de triangles du 1^{er} ordre, liés aux chaînes principales. Ces triangles se subdiviseront de triangles du 2^e ordre, et à ceux-ci se rattacheront la triangulation du 3^e ordre exécutée en totalité par les ingénieurs du cadastre... **.

Les mesures angulaires devaient être exécutées au cercle répétiteur, à 2 séries au moins de 20 répétitions, celles du 2^e ordre à 2 séries de 10 répétitions. Les mesures de distances zénithales étaient observées dans les mêmes conditions, à 3 séries "prises à des heures différentes et surtout vers le milieu du jour... autant que possible par le concours d'observations simultanées, celles-ci seront accompagnées d'observations barométriques.

... La chaîne principale qui doit s'étendre de Strasbourg à Brest et concourir avec la méridienne de Dunkerque à la détermination de la figure de la terre, sera reconnue et mesurée par les Ingénieurs géographes militaires... Les observations astronomiques et notamment celles de longitude... seront réservées aux membres du Bureau des Longitudes. Cependant, le Dépôt de la Guerre fera faire toutes celles qui auront été jugées nécessaires...". Le rapport précisait ensuite les ordres d'urgences et les instructions pour les travaux topographiques.

La Commission du Dépôt de la Guerre complétait ces instructions dans le détail et étudiait les rendements possibles, les dépenses probables, etc...

L'autorité ministérielle avait toutefois sous la forme d'un Comité du Dépôt de la Guerre, indépendant des deux Commissions, introduit un Cheval de Troie dans l'organisation. Consultatif, il donnait au Ministre des avis parfois opposés, ce qui n'allait pas sans susciter des conflits et de violentes protestations, parce que ses avis, d'ordre surtout financier, donc fort écoutés du Ministre, allaient à l'encontre des recommandations de la Commission, dans le sens d'économies néfastes pour la qualité du travail.

Le réseau de 1^{er} ordre : les travaux de Géodésie de 1^{er} ordre ont donné lieu à une publication très complète, la Nouvelle Description géométrique de la France, publiée dans le Mémorial du Dépôt de la Guerre (30, 6, 7, 9) par Puissant - au moins en ce qui concerne les 2 premiers tomes.

La figure 22 reproduit le schéma des chaînes de 1^{er} ordre. On y remarquera un dédoublement de la méridienne de Delambre, entre Paris et Bourges (méridienne de Fontainebleau) observé pour suppléer les triangles mal conformés entre Orléans et Bourges. On y verra également les raccords frontières avec les triangulations Badoise, Suisse et Italienne dont nous avons parlé plus haut. Dans un but de clarté, on n'y a pas fait figurer les triangles de 1^{er} ordre complémentaire.

** Selon Berthaud (6), le Service du Cadastre montra peu de zèle pour cette opération à laquelle il ne participa finalement point.

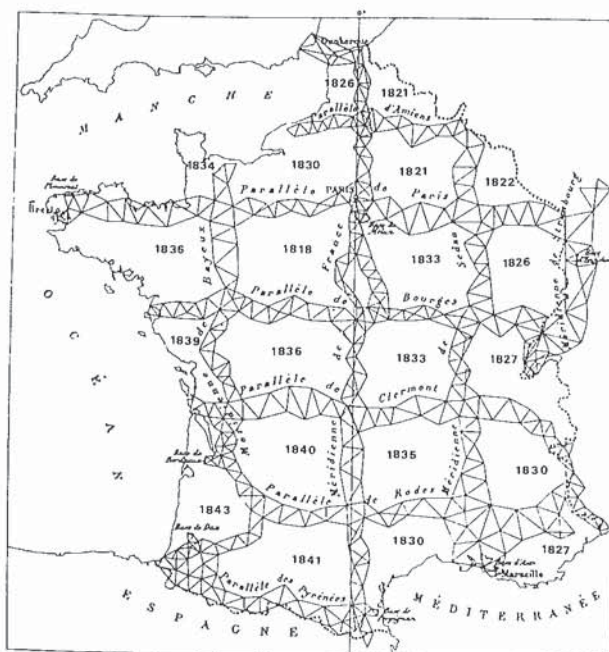


Figure 22

Le réseau est appuyé sur 7 bases : Melun, Perpignan, Ensisheim, Plouescat, Bordeaux, Dax, Aix, observées à l'appareil de Borda. Les observations angulaires ont été exécutées avec les cercles répétiteurs de Gambey : le nombre des fermetures élevées des triangles est assez grand, comme en témoigne le tableau ci-dessous qui englobe les chaînes et le 1^{er} ordre complémentaire (secondes centésimales).

	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42
+	130	106	92	56	42	30	32	15	12	5	4	2	4	1	
-	137	106	92	64	55	37	26	27	11	15	10	1	2	1	
	112	106	92	77	59	42	28	18	11	6	4	1	1	0	

La 3^e ligne de ce tableau correspondrait à une répartition Gaussienne des fermetures, calculée pour un écart type de ± 11.7 tel qu'il se déduit des résultats bruts.

La comparaison des bases par fermeture de l'une sur l'autre est indiquée dans (30, 7). On peut, en appliquant la formule classique donnant la précision des côtés successifs calculer un ordre de grandeur théorique de son écart type E_{CD} .

$$E_{CD} = E_a \sqrt{\cotg^2 B + \cotg^2 C} \cdot AB$$

CD étant issu d'une chaîne de n triangles, par transmission angulaire d'écart type E_a , AB est le côté moyen de la chaîne, $\cotg B$, $\cotg C$, les cotangentes des angles "moyens" d'un triangle ; si on admet $\cotg^2 B + \cotg^2 C = 2$, avec $E_a = \pm 11.7 / \sqrt{3}$ soit environ $1/100\ 000$, $AB \approx 30$ km, on obtient un écart type de $\pm 0.42 \sqrt{n}$, n étant le nombre des triangles intermédiaires.

Les bases	Dax	Bordeaux	Ensisheim	Aix	Plouescat
Melun	12219.24	14119.65 14117.77 14117.82	19044.13	8067.17	10526.91
Perpignan	12220.77 12218.49			8066.93 8067.15	
Dax	12220.03			8066.44	
Bordeaux	12219.73	14119.08		8067.35 8067.70	
Ensisheim		14119.00 14118.17	19044.40		10527.08
Aix				8066.65	
Plouescat		14118.32 14119.06			10526.91

Le tableau ci-dessus tiré de (30,7) donne par colonne, la longueur de la base correspondante telle qu'on l'obtient par le calcul en suivant un ou plusieurs enchaînements, à partir d'une base indiquée dans la colonne de gauche, la longueur exacte mesurée sur le terrain étant donnée dans la case encadrée.

Puissant écrit à ce sujet "Le but de ces comparaisons est non seulement de s'assurer si les opérations trigonométriques ont toute l'exactitude que comportent les méthodes d'observation et les instruments actuels, mais en outre de reconnaître s'il est nécessaire de modifier conformément aux lois de la probabilité, les angles des triangles qui unissent des bases discordantes afin que l'une reproduise les autres, et que l'erreur commise sur la grandeur d'un arc de méridien ou de parallèle, déduite de ces mêmes triangles soit en même temps la plus petite possible". On s'assure que les ordres de grandeur des fermetures base sur base entrent bien dans la marge indiquée par la formule donnée plus haut, qui n'est d'ailleurs qu'une indication.

A titre comparatif on peut avoir une indication assez correcte de la précision réelle des observations angulaires à cette époque en comparant les mesures faites par Méchain en 1795 avec celles de Corabœuf reprises en 1825-26 dans la région de Perpignan où il fut possible d'identifier les centres de station de manière certaine lors des mesures du parallèle des Pyrénées (30,6).

Les sommets de Tauch (1), Forceral (2), Espira (3), Terme Nord (4), Terme Sud (5) de la base de Perpignan sont communs aux 2 triangulations ; on trouve, (fig. 23)

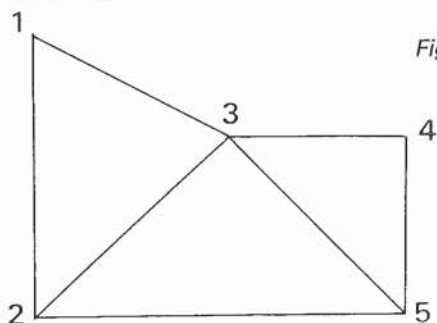


Figure 23

les résultats qui correspondent bien à la précision qu'on peut atteindre des mesures angulaires à l'époque.

	Méchain	Corabœuf
3(4,5)	57°45'19",0	57°45'17",7
5(3,4)	43°25'33",7	43°25'37",8
4(3,5)	78°49'7",5	78°49'4",9
3(1,5)	164°32'40",8	164°32'43",4
2(1,3)	41°29'48",4	41°29'48",2
2(3,5)	55°32'44",6	55°32'44",8

Stations astronomiques : un certain nombre de stations astronomiques jalonnent les chaînes parallèles. Citons Amiens, St-Valfroy (près de Montmédy), Brest, St-Martin-de-Chaulieu (près de Mortain), Longeville (près de Bar-le-Duc), Strasbourg sur le parallèle de Paris, Marennes, La Ferlanderie (près de Saintes), Opmes (près de Clermont), Montceau (près de Bourgoin). La Tour de Borda (Dax), Angera, Puy Bertheau (Bourges), Breri (Lons-le-Saunier). Ces stations ont été observées par Bonne et Henry, par Brousseau, par Corabœuf.

Les latitudes étaient déterminées soit par visées sur la polaire au voisinage de son passage au méridien, ou mieux par observations d'étoiles circum-méridiennes réparties systématiquement au Nord et au Sud pour éliminer certaines erreurs systématiques des cercles répétiteurs. On observait également par symétrie Nord-Sud et symétrie zénithale, en observant tantôt l'étoile, tantôt son image réfléchie dans un bain de mercure (on redoutait des flexions de la lunette).

Pour fixer les idées à la station de Dax, Corabœuf trouve par les étoiles au Nord $L = 43^{\circ}42'47'',04$ et par les étoiles Sud $L = 43^{\circ}42'37'',13$ et le fait n'est pas isolé. On comprend mieux dans ces conditions les mécomptes de Méchain à Barcelone.

L'azimut astronomique s'obtenait par observation de la polaire au voisinage de sa digression maxima ou sur soleil bas.

Mais le problème essentiel demeurait celui des longitudes astronomiques. La chronométrie avait fait des progrès considérables, suffisants pour la navigation mais ne permettait pas la précision géodésique requise.

Les discussions théoriques sur la question ont leur écho dans les procès-verbaux des séances du Bureau des Longitudes dès 1804 "... 4 ventose - An XII... On discute les moyens qui peuvent servir à déterminer les différences des méridiens, par les ascensions droites de la lune, 2° par les azimuts et les latitudes, 3° par des feux qu'on puisse voir en même temps de deux points très éloignés"...

"18 ventose An XII (8 mars 1804) : M. Henry est venu demander l'avis du Bureau sur la mesure des degrés de longitude entre Strasbourg et Brest, il fait voir la carte des 79 triangles mesurés vers 1733

mais dont plusieurs sont mal choisis. M. de Laplace expose que le meilleur moyen pour déterminer les différences des méridiens est d'observer les azimuts et les latitudes par le cercle répétiteur".

Ces textes qui prouvent que dès 1804 les milieux scientifiques se préoccupaient de compléter la méridienne de France par un parallèle Strasbourg, Paris, Brest, comme l'avait fait Cassini II, montrent la difficulté du problème des longitudes, tel qu'il se présentait encore à cette époque, même pour assurer le simple raccord cartographique à la méridienne de Paris des réseaux de Suisse et de la Confédération du Rhin observés par Bonne et Henry vers cette époque.

L'opinion de Laplace repose évidemment sur la célèbre équation établie dans sa Mécanique Céleste :

$$A - A' = (M - M') \sin L$$

expression qui lie les azimuts astronomiques A et géodésique A' d'une même direction, en une station connue, de latitude L, aux longitudes astronomiques M et géodésique M' de la station. Dans l'esprit de Laplace, cette équation permettait de calculer (M - M') à partir de (A - A'), mais comme Puissant le fait remarquer et le démontre, l'incertitude sur l'azimut géodésique A', obtenu par transmission d'angles tout le long de la chaîne était très grande et la détermination de (M - M') qui en résultait, était très erronée.

Nous avons déjà vu les fermetures en azimut de la méridienne. Les azimuts des parallèles révèlent des fermetures du même ordre, mais toutes négatives sauf à Paris ; à Brest - 9",7 - Angers - 16",7 - Breri - 37",9 - Marennes - 29",6 - La Ferlanderie - 26",5 - Opmes - 15",8 - Montceau - 15",8 - Colombier - 18",8 - Dax - 41",3 - Marseille Planier - 31",2.

Les valeurs trouvées à La Ferlanderie et à Dax sont particulièrement instructives à ce sujet : ces stations astronomiques sont situées dans un pays où les déviations de verticale varient peu. Or, en 1943 l'IGN a mesuré en des points voisins, Chadenac et Bélus les azimuts de Laplace dont la fermeture, par rapport à la Nouvelle triangulation de France est de l'ordre de quelques secondes sexagésimales.

Bien que les ellipsoïdes de référence soient différents dans les deux cas, ce qui pourrait entraîner sur les longitudes géodésiques M' des différences de l'ordre de 1" à 2" au plus, les valeurs (M - M') sin L devraient être du même ordre de grandeur respectivement, or, il n'en est rien, il y a donc désaccord radical, dû aux transmissions d'azimuts par les angles, ce qui confirme entièrement le point de vue de Puissant : l'équation de Laplace est donc dans l'état actuel des techniques une relation de réorientation.

Finalement, les signaux de feu constituaient la seule méthode praticable.

Le parallèle de Paris sera mesuré de 1818 à 1823 par Henry entre Strasbourg et Paris, par Bonne entre Paris et Brest, les signaux de feu étant produits, conformément aux essais par déflagration de quel-

ques onces de poudre. Voici les résultats de plusieurs déterminations (différences de longitudes en temps - 5 ou 6 relais).

Paris-Brest	Paris-Strasbourg
27 ^m 18 ^{sec} 35	21 ^m 34 ^{sec} 90
19 , 31	35 , 17
18 , 74	35 , 92
19 , 02	35 , 32
19 , 04	35 , 59
17 , 19	35 , 53
17 , 03	35 , 76
18 , 38	35 , 57
17 , 32	
18 , 45	
18 , 54	

Nous laissons au lecteur le soin de juger la dispersion des mesures et l'incertitude du résultat, à titre de comparaison, la méthode des signaux de feu donnait pour la différence de longitude entre Paris et Greenwich la valeur 19^m 21^{sec} 62 à comparer avec la valeur actuellement admise de 9^m 20^{sec} 92 ; ces mesures étaient évidemment entachées de l'équation personnelle des observateurs.

L'invention du télégraphe par Morse aux Etats-Unis vers 1835 devait apporter une première réponse à la question.

La projection de Bonne : dès 1802 le Dépôt de la Guerre s'était préoccupé de définir une représentation plane de la sphère ou de l'ellipsoïde terrestre susceptible de couvrir une très grande surface en assurant le raccord des levés.

Il suffit pour cela de fixer les images des parallèles et des méridiens en définissant un système d'équations faisant correspondre aux coordonnées géographiques L, M des points de la topographie, un système de deux équations

$$x = f_1(L, M) \quad y = g_1(L, M)$$

exprimant les coordonnées rectangulaires planes x, y de ces points, ainsi que les formules inverses :

$$L = f_2(x, y) \quad M = g_2(x, y)$$

et nous avons, au passage mentionné la projection de la carte de Cassini et les travaux de Lambert.

C'est évidemment le choix des formules, ou une construction géométrique a priori, qui fixe les propriétés mathématiques de la représentation.

Après avoir rappelé qu'il est impossible de développer la surface terrestre sur un plan "sans altérer ses dimensions et sa figure", le Colonel Henry explique : "L'administration a besoin de cartes qui représentent les surfaces des terrains, l'art militaire a besoin des distances des lieux, et la marine de leurs directions... on satisferait à la fois aux besoins des deux autres services au moyen de cartes qui auraient la propriété de représenter l'étendue des pays exactement et les distances des lieux au moins d'une manière très approchée... Telles sont celles qui sont construites suivant la méthode que l'on a adoptée au Dépôt général de la Guerre" (6).

La projection de Bonne — le père du Colonel Bonne — imaginée en 1752 se construit comme suit (fig. 24). L'axe de la projection (méridien de Paris) est rectiligne. On y fixe un point O qui sera

le centre d'une famille de cercles concentriques représentant les parallèles en projection. Le rayon OA du parallèle de latitude 45° est par définition égal à l'apothème du cône tangent à l'ellipsoïde, le long de ce parallèle, donc à la grande normale à l'ellipsoïde à la latitude 45°

$$\frac{a}{\sqrt{1 - \frac{e^2}{2}}}$$

Le parallèle de latitude L a pour rayon $R = N(45) - S$ où S est l'arc de méridien ellipsoïde compris entre la latitude 45 et la latitude L . Le pôle P n'est donc pas au point O . Le méridien de longitude M s'obtient point par point, en reportant sur les parallèles, des longueurs égales à la distance curviligne de ce méridien au méridien origine Mo .

Arc $IJ = r(M - Mo)$, r étant le rayon du parallèle de l'ellipsoïde.

Cette projection n'était pas conforme, mais elle conservait les surfaces, c'était une projection "équivalente", nous en verrons ultérieurement les conséquences. Quels que soient ses défauts qui d'ailleurs à l'époque n'apparaissaient guère, c'est celle qui servit de support-plan à la carte de l'Etat-Major, et il faudra attendre plus d'un siècle pour que les avantages des projections conformes soient mis pleinement en relief par Jean Laborde.

Calcul des coordonnées géographiques : la projection de Bonne n'étant pas conforme interdisait les calculs de coordonnées dans le plan. C'est donc le calcul des coordonnées géographiques L et M des points géodésiques qui permettait la définition correcte de leur position sur l'ellipsoïde. Le problème se posait sous l'aspect suivant : les côtés de triangulation, calculés par le théorème de Legendre étaient, sauf exception très rare, de l'ordre de 60 km au plus et on considérait l'angle S/R , rapport de la longueur S d'un côté au rayon comme infiniment petit du 1^{er} ordre soit $S/R = 1/100$. L'aplatissement $\frac{a-b}{a}$, le carré de l'excentricité $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \approx 2 \frac{a-b}{a}$ étaient des quantités du 1^{er} ordre également, par contre l'excès sphérique était du 2^e ordre $\approx 10^{-4}$ et on négligeait les termes du 3^e ordre (10^{-6}). Le formulaire était alors des plus simples : considérons le côté AB d'azimut Z issu de A , point connu de coordonnées géographiques L, M et proposons-nous de calculer les coordonnées L', M' du point B .

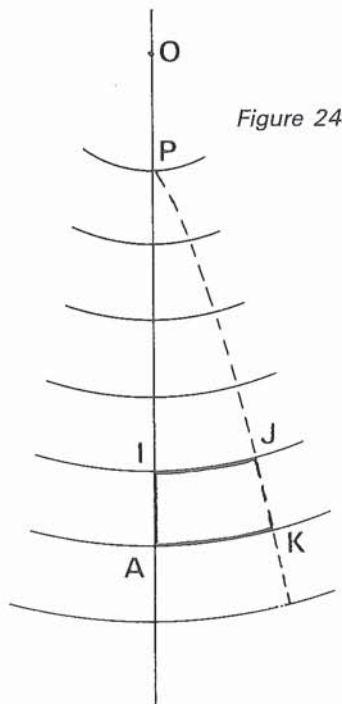


Figure 24

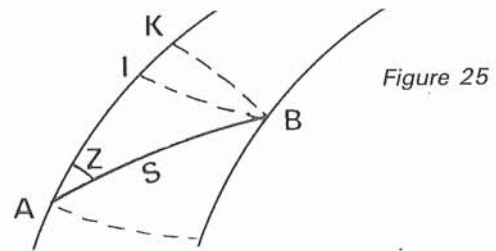


Figure 25

Menons par B la géodésique perpendiculaire au méridien de A en K . Soit I le point de rencontre du parallèle de B avec ce même méridien. Le triangle AKB peut être considéré comme tracé sur la sphère osculatrice de la région, et comme l'excès sphérique est du 2^e ordre et sera multiplié par l'infiniment petit du 1^{er} ordre S/R on peut le négliger. On a donc (fig. 25)

$$\operatorname{tg} \frac{AK}{Ro} = \cos Z \operatorname{tg} \frac{AB}{Ro} \quad AK = S \cos Z \quad BK = S \sin Z$$

L'arc IB est une courbe de courbure géodésique $\operatorname{tg} L'/Ro$ (résultat connu) donc la distance IK vaut

$$\frac{\operatorname{tg} L'}{2Ro} \cdot BK^2 \approx \frac{\operatorname{tg} L'}{2Ro} \cdot S^2 \sin^2 Z$$

$$\text{La longueur } AI = AK - IK = S \cos Z - \frac{\operatorname{tg} L'}{2Ro} S^2 \sin^2 Z$$

Divisons-la par le rayon de courbure du méridien dans cette région, R_1 :

$$L' - L = \frac{S}{R_1} \cos Z - \operatorname{tg} L' \frac{S^2 \sin^2 Z}{2R_1 Ro}. \text{ Au 3}^\circ \text{ ordre près on peut remplacer } \operatorname{tg} L' \text{ par } \operatorname{tg} L \text{ d'où la formule (azimut } Z \text{ compté à partir du Nord)}$$

$$L' = L + PS \cos Z - QS^2 \sin^2 Z \quad P = 1/R_1 \quad Q = \operatorname{tg} L / 2R_1 Ro$$

Les quantités P et Q étaient des fonctions très lentement variables de la latitude L . Pour la différence de longitude, considérant la sphère tangente au parallèle de B , sur laquelle l'arc de géodésique BK peut être considéré comme tracé, on peut écrire par rapport au pôle de la sphère :

$$\sin(M' - M) = S/N \sin Z \text{ avec } N \text{ rayon de cette sphère (grande normale) d'où}$$

$$M' - M = S/N \frac{\sin Z}{\cos L'} = RS \frac{\sin Z}{\cos L'}$$

$$\text{posant comme les I.G. } R = \frac{1}{N}$$

et la variation d'azimut $Z' - Z$ est donnée par la formule de Laplace :

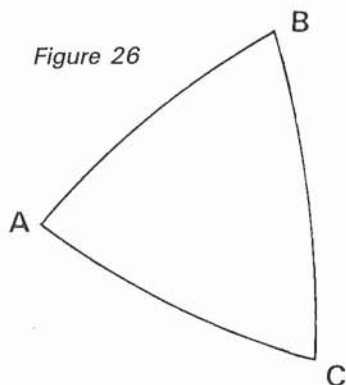
$$Z' - Z = \pm (M' - M) \sin \left(\frac{L' + L}{2} \right)$$

Les fonctions P, Q, R , de la latitude étaient mises en tables (logarithmes).

Remarques critiques : on peut s'étonner que des géodésiens aussi avertis que Puissant se soient contentés d'une formulation aussi précaire : en négligeant les termes du 3^e ordre, le formulaire n'utilisait pas toute la précision du théorème de Legendre, autrement dit, le calcul que nous avons schématisé aurait dû s'écrire plus exactement (fig. 22) E excès sphérique, connu :

$$\frac{AB}{\cos E/3} = \frac{AK}{\cos(Z - 2E/3)} = \frac{BK}{\sin(Z - E/3)} \text{ et tenir compte de termes infiniment petits du 3}^\circ \text{ ordre etc...}$$

Sur un côté de 60 km, soit 6 000 "centésimales les termes négligés pouvaient atteindre plusieurs décimètres, moins du fait du côté connu $AB = S$ calculé correctement par le théorème de Legendre, que des approximations trop sommaires de la formulation. Il en résultait que pour un triangle ABC de côtés connus (fig. 26) et dont les coordonnées géographiques étaient connues en A et B, on obtenait en C des coordonnées et des azimuts différents suivant qu'on les calculait par A ou B. Les discordances pouvaient atteindre plusieurs centièmes de seconde (soit plusieurs décimètres) pour les coordonnées géographiques.



Hossard leur apportera vers 1840 un certain nombre d'améliorations (termes du 3^e ordre) mais même avec celles-ci le résultat n'était pas parfait.

Il y avait encore plus grave : la triangulation n'était pas compensée.

Lorsque Delambre et Méchain eurent terminé les mesures de la méridienne, on se rappelle qu'ils trouvèrent — c'était tout à fait normal — un désaccord de fermeture entre les bases de Melun et de Perpignan de 0, 14849 toises.

Delambre dans un de ses calculs rétablit l'accord en apportant de petites corrections aux angles des triangles de son enchaînement (2). Mais son problème était simple.

Pour la triangulation des I.G. il était beaucoup plus complexe. On pouvait, ce qui fut fait, calculer les parallèles à partir de la méridienne, s'assurer de l'accord des bases, au besoin le rétablir par des corrections type Delambre sans rien changer à la méridienne, mais lorsqu'on eut mesuré les méridiennes de Sedan et de Bayeux et qu'on les raccorda aux parallèles, partant de l'un d'entre eux pour se fermer sur l'autre apparurent de sérieuses discordances en coordonnées : nous en citons deux exemples.

BULEU		BIARRITZ	
Parallèle de Paris	$L = 53^{\circ} 7089,52$ $M = 3^{\circ} 1772,60$	Parallèle de Rodez	$L = 48^{\circ} 3058,27$ $M = 4^{\circ} 3264,55$
dL = 2''01	20 ^m	dL = 1''79	18 ^m
dM = 2''66	18 ^m	dM = 4''34	35 ^m
Méridienne de Bayeux	$L = 53^{\circ} 7091,53$ $M = 3^{\circ} 1775,26$	Parallèle des Pyrénées	$L = 48^{\circ} 3060,06$ $M = 4^{\circ} 3268,89$

Il faut se rappeler que cette triangulation était la charpente de la carte au 1/80.000 et que graphiquement parlant, cette discordance représente 1/2 millimètre, mais tout ceci interdisait toute étude scientifique d'ensemble et créait d'autre part d'inextricables difficultés pour le calcul du 1^{er} ordre complémentaire.

Peytier, qui sera de 1851 à 1853 Colonel sous-directeur du Dépôt de la Guerre, Chef de la Géodésie et de la Topographie, après avoir été l'un des héros du parallèle des Pyrénées (1825-1827), pourra écrire à bon droit (30,9) : "... Il est à regretter qu'avant de commencer la publication de la description géométrique de la France, à une époque où les chaînes primordiales étaient seules terminées, et la triangulation intermédiaire peu avancée, M. Puissant n'ait pas entrepris de mettre les chaînes d'accord entre elles au moyen de petites corrections effectuées sur les angles des triangles... on aurait pu calculer les espaces intermédiaires par une suite d'enchaînements de triangles allant d'une chaîne primordiale à l'autre, et que l'on aurait également corrigée de manière à opérer l'accord à la jonction... on conçoit que ce n'eût pas été une opération facile de faire accorder en même temps les côtés des triangles et les positions géographiques... personne n'était plus que M. Puissant en état de résoudre ces difficultés... maintenant que toute la triangulation de 1^{er} ordre est terminée, ce serait un immense travail que de mettre tout d'accord... il est cependant nécessaire qu'il soit entrepris".

Il ne le fut pas.

De nombreuses raisons l'expliquent :

— pour qu'une géodésie puisse être homogène, il faut la compenser, donc attendre que son cadre ait été complètement observé et calculé selon les règles.

Ceci n'est guère compatible avec les besoins de la topographie lorsque levés et observations géodésiques sont entrepris simultanément. On est alors amené à calculer une géodésie provisoire, là où les levés topographiques seront entrepris en priorité ; des réseaux indépendants se créent çà et là, il se développent et lorsqu'ils se rejoignent, c'est la catastrophe aux raccords.

Même de nos jours, avec le concours des ordinateurs, la compensation du réseau des I.G. serait un travail important exigeant réflexion et préparation.

A l'époque le problème fut sous-estimé, les instructions des commissions (30,6) précisent "... les calculs définitifs des triangles observés dans une campagne se feront dans les mois d'hiver, et devront être terminés avant la reprise des travaux sur le terrain... lorsqu'il aura été fait des opérations délicates, soit trigonométriques, soit astronomiques, les calculs définitifs de ces opérations pourront être soumis, si on le juge convenable, à une commission particulière nommée pour les examiner, mais on fera toujours en sorte que l'ensemble du travail soit terminé avant le commencement de la campagne suivante".

Les calculs étaient faits par l'opérateur lui-même.

Peytier ajoute (30,9) que le travail d'accorder la triangulation sera possible lorsque l'achèvement des opérations du 2^e ordre permettra d'y employer deux ou trois officiers... "en d'autres termes, il n'y avait pas de Bureau de calcul spécialisé, il n'y eut pas de plan de calcul, et lorsque l'on s'en avisa, il était trop tard, d'autre part, les deux ou trois officiers auraient été complètement débordés. Si on veut faire une évaluation assez optimiste des

moyens à mettre en œuvre pour compenser le réseau de 1^{er} ordre (1 000 points environ) avec les moyens de l'époque et en fractionnant, c'est à notre avis 30 ou 40 années de calculateur expérimenté qui auraient été nécessaires.

Les canevas de triangulation furent donc, pour les besoins des levés topographiques, calculés ou recalculés par feuille de la carte au 1/80 000 ce qui eut pour effet d'homogénéiser chaque feuille, mais de reporter les "cassures" sur les limites de chacune. Les répercussions s'en feront encore sentir jusqu'en 1940-1945, comme nous le verrons plus loin.

Les acteurs

Louis Puissant (1769-1843) fut le cerveau et le théoricien des travaux.

De naissance très pauvre, orphelin, il avait été placé à l'âge de treize ans comme saute-ruisseau chez un notaire arpenteur, puis remarqué par un Ingénieur des Ponts et Chaussées, Lomet qui devait jouer un rôle important à l'époque de la Révolution. Celui-ci le fit instruire et Puissant rentra en 1790 au Dépôt de la Guerre, il fit campagne contre l'Espagne en 1794, se distingua par son habileté dans le dessin topographique et à la paix de Bâle rentra à Paris où il suivit les cours de Lagrange et Laplace. Après un séjour de professeur à Agen, il réintègre le Dépôt de la Guerre, procède à une triangulation remarquée de l'Île d'Elbe, puis sous les ordres de Brossier participe à la triangulation de Lombardie (1803-1804).

La 1^{re} édition de son Traité de Géodésie paraît en 1805. Il est nommé Professeur au Dépôt de la Guerre, où de nombreux I.G. seront ses élèves en particulier ceux qui feront les observations de la triangulation de la carte de l'Etat-Major. Il sera nommé à l'Académie des Sciences en 1828, au fauteuil de Laplace, son protecteur scientifique.

Son Traité de Géodésie — 3^e édition — paraît en 1842. Essentiellement conçu dans un but didactique, il contient toute la géodésie géométrique de l'époque, depuis les notions de base — Astronomie de position, les deux trigonométries — jusqu'aux travaux de terrain. Observations angulaires, mesures de bases, calculs de triangulation, nivellement trigonométrique, calcul de la précision... etc.

Il fut en fait le premier à faire de la géodésie un corps de doctrine, et de présenter une synthèse des travaux de Delambre, sous une forme allégée et plus élégante ; le plan général de son ouvrage servira de modèle à ses successeurs qui l'adopteront en rajeunissant les parties techniques, mais en conservant les méthodes mathématiques, y compris certains tics comme l'emploi systématique de développements en série, là où des fonctions finies, d'ailleurs connues, auraient évité certaines approximations. D'une manière générale beaucoup de difficultés auraient été surmontées par l'emploi de tables à 9 décimales dont on semble avoir voulu éviter l'édition, ainsi que par le calcul des tables auxiliaires différentes de celles des P, Q, R, qui auraient permis plus de rigueur — mais il est facile de critiquer, 150 ans après, des choix dont les vrais motifs nous échappent. Pourtant les remarques de Peytier restent valables et fondées.

Les observateurs : le tableau ci-dessous résume l'avancement des observations des chaînes de 1^{re} ordre de 1818 à 1830.

Chaînes	Epoque	Observateurs
Parallèle d'Amiens	1819-1822	Delahaye - Peytier (Ouest) Corabœuf - Testu (Est)
Parallèle de Paris	1818-1823	Henry - Levillain, Martner, Faulté Bonne - Montalant, Foulard, Burtahote, Clément
Parallèle de Bourges	1818-1824	Corabœuf - Loreille, Salleneuve, Reverdit (Ouest) Corabœuf - Testu (Est)
Parallèle moyen	1818-1821	Brousseau - Lecamus, Large- teau (Ouest) Brousseau - Savary
Parallèle de Rodez	1823-1827	Foulard - Servier (Ouest) Durand - Rozet (Est)
Parallèle des Pyrénées	1825-1827	Corabœuf - Testu (Est) Peytier - Hossard (Ouest)
Méridienne de Strasbourg	1804	Henry (pour mémoire)
Méridienne de Sedan	1820-1825	Delcros - Poudra (Nord) Clément - Conteaux (Centre) Delcros - Couthaud (Sud)
Méridienne de Fontainebleau	1826-1827	Delcros - Rozet, Stamaty
Méridienne de Bayeux	1818-1829	Delahaye - Peytier, Faulté (Centre) Delcros - Fossard, Poudra

Les espaces de 1^{er} ordre complémentaire furent observés de 1816 à 1844 — époque d'achèvement des travaux de géodésie du 1^{er} ordre. Les dates écrites sur la carte de la figure 22 sont celles du début des opérations dans chacun des espaces considérés (durée des travaux 2 à 3 ans en moyenne) toutefois il y a parfois ambiguïté sur les dates, les limites des travaux étant souvent mal précisées (6), (30,9). D'autres observateurs y participèrent : Sion, Béraud, Lecesne, Defrondre, Clément, Filhon etc... Bien qu'en 1831, le corps des Ingénieurs Géographes ait fonctionné avec l'Etat-Major — d'où le nom de la carte — ce sont presque toujours d'anciens Ingénieurs Géographes qui observeront la triangulation.

Certaines missions furent difficiles et la postérité retiendra quelques sensationnelles premières dans les Pyrénées et dans les Alpes, racontées d'ailleurs sans la moindre emphase et presque en s'excusant de la lenteur du travail due aux difficultés matérielles ou climatiques :

— c'est en 1864 seulement, qu'en croyant réaliser la première du Balaitous deux pyrénéistes découvrirent au sommet, les restes du campement de Peytier et Hossard (1826) montés à partir "du plan d'Arribit en cinq heures au pic,... avec des passa-



Fig. 27 : Au signal de Liouzes (illustration reproduite de l'ouvrage de Beraldi : *Balaïtous et Pelvoux*).

ges fort mauvais", où il a fallu encorder hommes et matériel ;

— la station de la Troumouse exige de 7 h, à 8 h, de grimpe à partir d'Héas au d'Aragnouet "il y a après le port des passages fort dangereux qui exigent environ trois quarts d'heure pour les traverser". La Troumouse sera "la plus difficile des stations ; le porteur du cercle attaché et soutenu par deux hommes, sans cette précaution il serait probablement tombé dans le cirque avec l'instrument" ;

— Durand qui mourra fou, physiquement épuisé après sept campagnes dans les Alpes où il avait fait la première du Pelvoux — le refuge Durand fut son campement — explique son ascension... "... on arrive sur le bord du glacier on le traverse sur des dos de glace séparés par d'énormes crevasses. On fait des marches dans la glace avec une hache... on arrive enfin près d'un rocher offrant un escarpement presque vertical de 1 500 mètres à peu près, qu'il faut gravir pour arriver sur le sommet... on arrive enfin au pied du rocher sur lequel est établi le signal. Là on a établi à la hâte une baraque en pierres sèches que l'on a couverte avec deux grandes toiles superposées et où j'ai couché... on met à peu près vingt heures pour aller de Villevallouise sur le sommet du Pelvoux".

Durand avait en 1827 réalisé le premier rattachement direct continent-Corse à partir de ses sommets de la Côte de Provence, sur le Cinto et le Paglia d'Orba.

Il mourut en 1835 à l'asile d'aliénés de Charenton, désespéré de n'avoir pas eu depuis 1814 où il avait été nommé capitaine, un avancement au grade supérieur. Et pourtant...

Pour le récit détaillé des tribulations des uns et des autres, on consultera l'ouvrage de G. Beraldi : *Balaïtous et Pelvoux*.

Les travaux de triangulation de 1^{er} ordre sont résumés dans de magnifiques dossiers, d'une exemplaire clarté, illustrés par des aquarelles décrivant la position des signaux, y ajoutant des détails humoristiques comme celle du sommet de la Ferté-Vidame (parallèle de Paris-Ouest) où le fermier du voisinage est peint avec son bonnet de coton, appuyé sur la barrière qui le sépare du signal de charpente. On y trouve également une coupe d'une des tours de la cathédrale de Chartres, de la tour de la cathédrale de Rodez qui sont des chefs-d'œuvre de dessin d'architecture.

La reproduction ci-dessus est celle de la fuite des géodésiens, sous l'orage qui les menace, au signal

de Liouzes (chaîne des Pyrénées) et le croquis en hachures, œuvre de Peytier, est un levé expédié du sommet de la Troumouse, indiquant entr'autres l'emplacement de la tente des géodésiens "... à 15 mètres du signal sur une pente d'éboulis de 30 ou 40 degrés, à l'abri du vent d'Ouest".

Il est difficile de porter un jugement d'ensemble sur la triangulation des Ingénieurs Géographes. L'impression qui se dégage d'un examen critique reste assez mélangée : il est incontestable, si on se borne aux fermetures des triangles qu'avec les mêmes instruments elle n'atteignit point la précision des mesures de la méridienne de Delambre, et pourtant certaines chaînes sont bonnes, mais on ne peut s'empêcher d'être surpris des fermetures en coordonnées aux jonctions. Proviennent-elles d'erreurs systématiques, de négligences locales, de défauts de la méridienne d'appui — on ne sait. La précision apparente aurait dû cependant assurer de meilleurs raccords. On peut également penser que les méthodes de calcul des coordonnées étaient trop légères, et qu'au pays de Legendre on pouvait faire et surtout obtenir mieux, impression sans doute pessimiste et qui reconnaît mal les mérites et la foi d'opérateurs qui se dépensèrent sans compter.

Un grand bureau des calculs et de documentation géodésique aurait été nécessaire mais cet aspect peu spectaculaire des travaux dérouta toujours les non-spécialistes et les crédits ne lui sont attribués qu'en rechignant, même par les autorités internes.

N.D.L.R.

Dans notre n° 22, trois lignes de l'article de J.-J. Levallois ont été fâcheusement inversées au tirage. Nous prions l'auteur et nos lecteurs de nous en excuser, et de bien vouloir rétablir page 10, colonne de gauche, ligne 19 le texte original.

Tous ces officiers mènent une vie très dure, fouaillés par la rude poigne de l'Empereur et de Berthier. Le cabinet topographique personnel de Napoléon, commandé par Bacler d'Albe, a sans cesse besoin de documents cartographiques nouveaux, parfois à exemplaire unique, qu'il ne restitue pas au Dépôt de la Guerre et Sanson doit parer au plus pressé, accumuler ordres et contrordres, sauter d'un levé inachevé à un autre plus urgent, etc.

La figure 21, photographie tirée de (30,8) reproduit un ordre de Napoléon, alors à Vienne, 15 jours avant Austerlitz. Même, exécutés dans les conditions indiquées "au pas et dessinées à vue", on se demande encore comment de tels levés pouvaient être menés à bien.

PIC DE TROUMOUSE

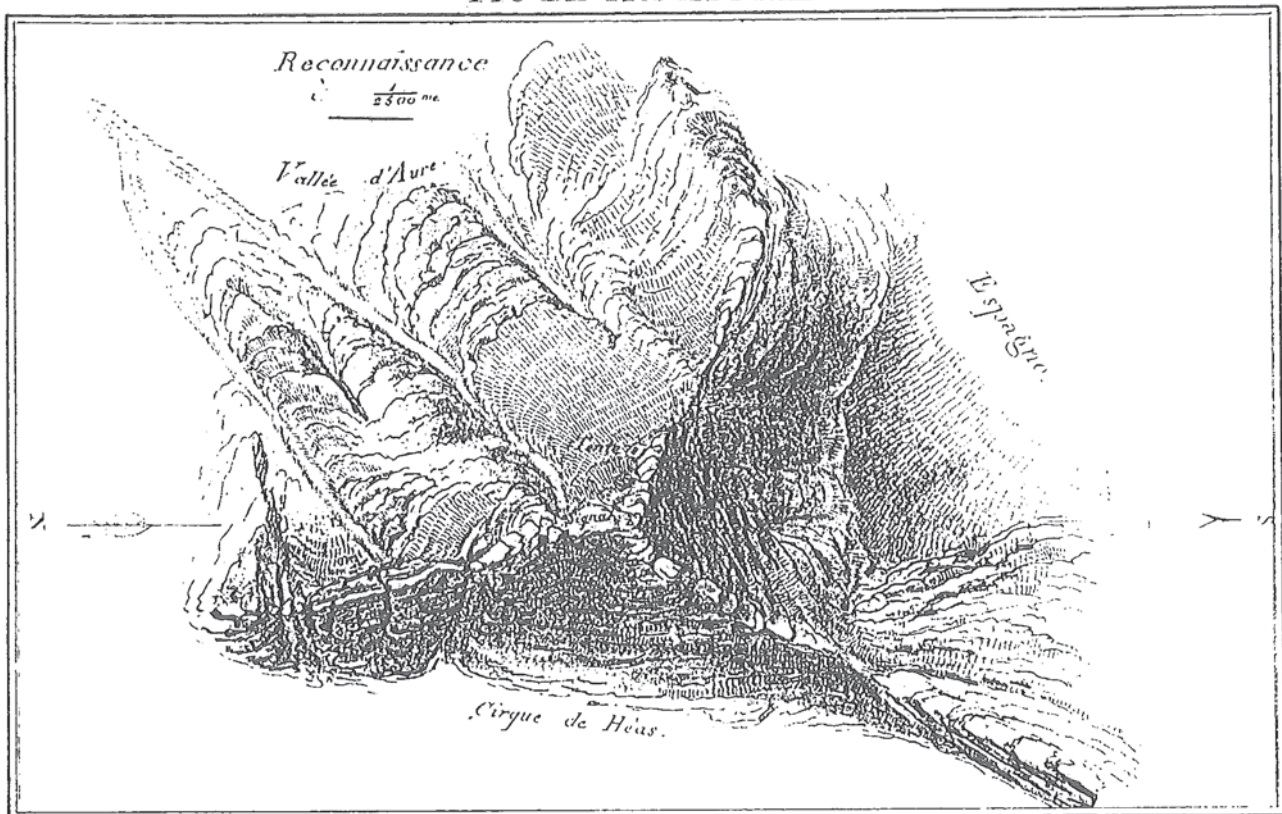


Fig. 28 : Pic de Troumouse (illustration reproduite d'après l'ouvrage de Beraldi : Balaitous et Pelvoux).

Bibliographie

- (1) *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences - Tome VII - 1666-1695.*
- (2) J.-B. Delambre : *Grandeur et Figure de la Terre - Publié par les soins de G. Bigourdan.*
- (3) J.-B. Delambre : *Histoire de l'Astronomie, Astronomie moderne - Tome III.*
- (4) L. Gallois : *l'Académie des Sciences et les origines de la Carte de Cassini - Annales de géographie - 1909 n° 99.*
- (5) R. Taton : *J. Picard et la mesure de l'arc du Méridien Paris-Amiens - Colloques internationaux du CNRS - n° 590. La découverte de la France au XVII^e siècle.*
- (6) Colonel Berthaud : *la carte de France 1780-1898. Service géographique de l'Armée - 1898.*
- (7) J.-J. Levallois : *la détermination du rayon terrestre par J. Picard en 1669-1671 - Bulletin géodésique - Volume 57 - 1983.*
- (8) *Annuaire du Bureau des Longitudes - 1974.*
- (9) A. Danjon et A. Conder : *Lunettes et Télescopes. A. Blanchard - Paris.*
- (10) La Hire : *Traité du Nivellement par M. Picard de l'Académie des Sciences, avec une relation de quelques nivellements faits par ordre du Roy... mis en lumière par les soins de M. de La Hire.*
- (11,N) *Mémoires ou Histoire de l'Académie des Sciences (année N).*
- (12) J. Cassini : *Traité de la grandeur et de la Figure de la Terre (1723).*
- (13) Cassini de Thury : *La méridienne de l'Observatoire Royal de Paris vérifiée dans toute l'étendue du Royaume (1744).*
- (14) Cassini de Thury : *Description géométrique de la France (1780).*
- (15) Maupertuis : *Oeuvre de M. de Maupertuis (4 tomes).*
 - a) *Discours sur les différentes figures des astres.*
 - b) *Mesure de la terre au cercle polaire.*
 - c) *Relation du voyage fait par ordre du Roi au cercle polaire, pour déterminer la figure de la Terre.*
- (16) Authier : *Journal d'un voyage au Nord en 1736 et 1737.*
- (17) P. Bouguer : *La figure de la Terre, déterminée par les observations de MM. Bouguer et La Condamine.*
- (18,a) Ch. de La Condamine : *Journal d'un voyage fait par ordre du Roi à l'Equateur.*
- (18, b) Ch. de La Condamine : *Mesure des trois premiers degrés du Méridien dans l'hémisphère austral.*
- (19) Florence Trystram : *Le procès des étoiles - Seghers 1979.*
- (20) Cl. Clairaut : *Théorie de la figure de la Terre tirée de l'Hydrostatique.*
- (21) J.-J. Levallois : *Géodésie générale (tome III).*
- (22) J. Svanberg : *Exposition des opérations faites en Laponie, pour la détermination d'un arc de Méridien en 1801, 1802 et 1803.*
- (23) J. Leinberg : *Über die Ergebnisse der Maupertuischen Gradmessung in Lappland (CR de la quatrième séance de la Commission géodésique Baltique - 1929).*
- (24,n) J. Delambre : *Les bases du système métrique décimal (3 tomes).*
- (25) G. Bigourdan : *Le système métrique des Poids et Mesures.*
- (26,n) F. Tisserand : *Traité de Mécanique Céleste (tome n).*
- (27) Todhunter : *History of the theories of Attraction and of the Figure of the Earth.*
- (28,n) Laplace : *Traité de mécanique céleste (livre a).*
- (29) G. Perrier : *Petite histoire de la géodésie.*
- (30,n) *Mémorial du Dépôt de la Guerre (tome n).*
- (31) *CR des séances du Bureau des Longitudes (1807-1809).*
- (32) Best et Arago : *Recueil d'observations géodésiques et astronomiques exécutées par ordre du Bureau des Longitudes.*
- (33) Ch. Berthaut : *Les Ingénieurs Géographes Militaires.*
- (34) L. Puissant : *Traité de géodésie - 3^e édition - 1842.*
- (35) Breton de Champ : *Traité de Nivellement.*
- (36) L. Puissant : *Traité de Topographie, d'Arpentage et de Nivellement.*
- (37) B. Pascal : *Oeuvres complètes - Edition de la Pléiade.*
- (38) G. Darboux : *Eloge historique de François Perrier (AdS).*
- (39) G. Bigourdan : *Le Bureau des Longitudes (Annuaire de 1928-1929-1930-1931-1932-1933).*
- (40) Bassot : *Bulletin de la Société de géographie - La géodésie française (1891).*