

## MÉTROLOGIE GÉODÉSIQUE DES GRANDS ACCÉLÉRATEURS DE PARTICULES (SUITE)

*Michel Mayoud, Chef du Groupe de Géodésie Appliquée du CERN*

### I - INTRODUCTION

Cet article fait suite à celui de Jean Gervaise, paru dans le numéro précédent. Mon intervention, lors du colloque, avait un caractère très général et décrivait succinctement les instruments et méthodes mis en oeuvre au CERN - en guise de présentation de nos activités et de nos développements spécifiques. Cela est déjà largement décrit dans la littérature professionnelle (cf. articles de J. Gervaise et communications diverses de C. Lasseur, J. P. Quesnel et/ou de l'auteur), et je ne crois pas utile de refaire ici un nouveau «panoramique».

Mon propos sera surtout de faire quelques mises à jour sur l'évolution des techniques propres à notre domaine d'application, en explicitant des aspects nouveaux ou en détaillant des concepts qui peuvent avoir un intérêt particulier, applicable à la métrologie des grands objets en général. Cela n'aura d'aucune manière la prétention d'être exhaustif et d'autres articles pourront revenir sur l'application au CERN de telle ou telle technique de mesure, d'étalonnage ou de traitement de données.

### II - MÉTROLOGIE DES MACHINES

L'évolution vers des dimensions de plus en plus gigantesques (SPS : 7 km, LEP : 27 km) amène à considérer beaucoup plus rigoureusement deux aspects théoriques - et méthodologiques - de la géométrie de l'objet :

- sa définition dans un référentiel local qui n'est pas, par essence, cartésien;
- les déformations résultant des aléas de la mesure, ce qui conduit à distinguer les erreurs absolues (sur l'emprise totale) et les erreurs relatives (locales, de proche en proche) - avec leurs effets fonctionnels et les seuils de tolérance qui en résultent.

Sur le premier point, qui peut paraître évident, on oublie trop vite que la terre est ronde, que la plupart des instruments se réfèrent à la verticale locale et que la haute précision ne permet plus des approximations sommaires sur les modèles mathématiques de traitement des observations (cf. chapitre IV).

Concernant les erreurs absolues et relatives, on se doit de rester très vigilant sur leur expression et leurs corrélations - ce qui permet éventuellement de conclure que ce n'est pas l'objet qui est flexible, mais sa détermination. Un objet stable et indéformable est descriptible par une infinité de coordonnées différentes (cf. chapitre V), pour autant que ces coordonnées restent dans l'enveloppe statistique des erreurs affectant sa mesure et son calcul, laquelle peut se dériver de la matrice variance-covariance du traitement des observations dans un modèle stochastique approprié. Mais tout n'est pas «visible» dans une telle analyse, et on n'insistera jamais trop sur l'utilité de vrais simulations, du type «Monte-Carlo» dans une méthode dite de «perturbations contrôlées» (cf. chapitre VI), ou dans la confection de modèles appropriés dans lesquels s'introduisent des tenseurs de déformation supposée.

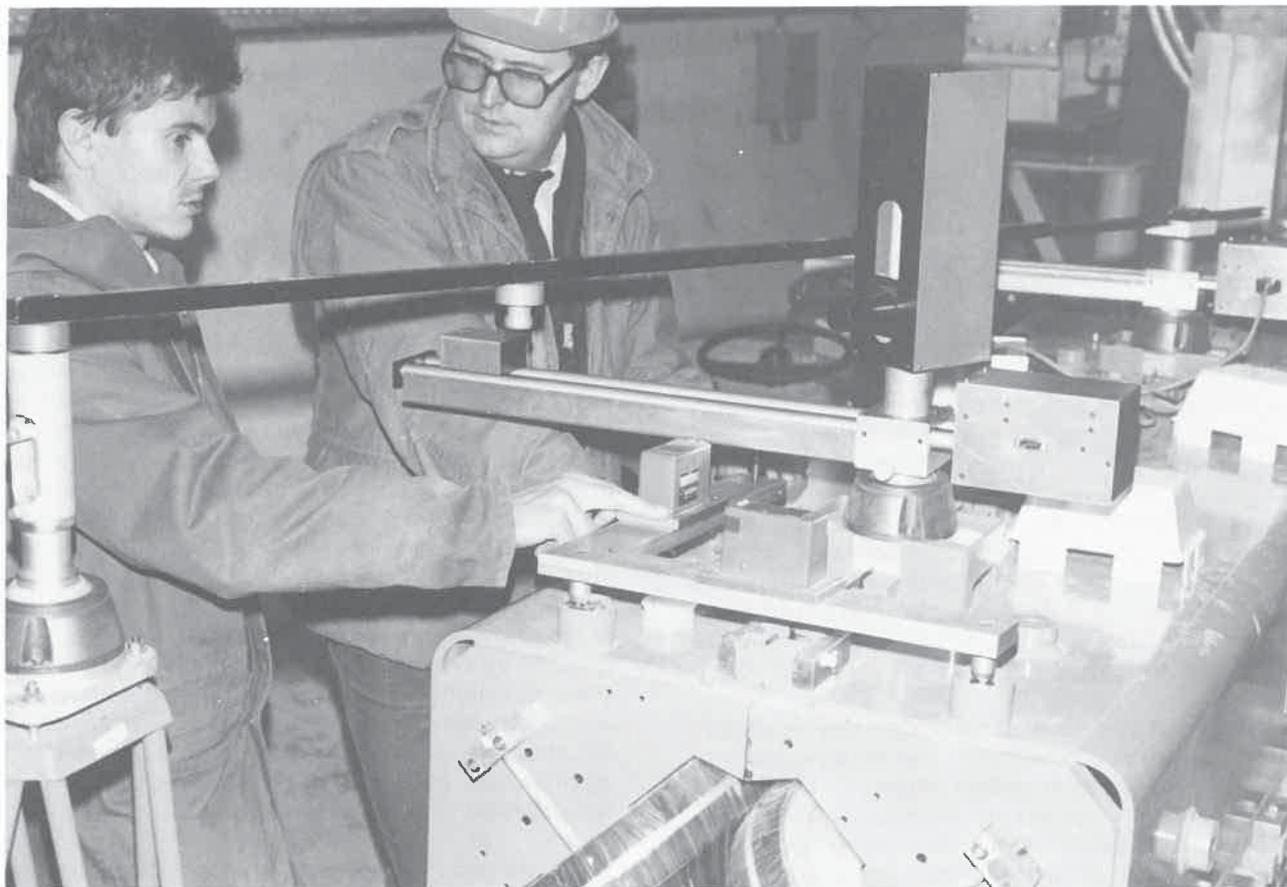
Outre ces deux points fondamentaux, tout le reste n'est qu'affaire de technologie, de rentabilité et de fiabilité. La mise en place de plus de 5000 éléments dans un planning très serré nous a conduits à informatiser les instruments et les procédures de mesure ou d'installation. Même si cela crée des problèmes d'une autre nature (câbles, batteries, connecteurs, ordinateurs, etc.), c'est très certainement un progrès. L'intérêt intellectuel y est très grand au stade de la conception et de la mise au point des instruments et méthodes. L'usage intensif de tels outils devient par contre assez frustrant pour les ingénieurs et techniciens chargés du travail de terrain. Le bilan en est positif que si la rapidité et l'intensité de la tâche finissent par en vaincre la monotonie.

### III - MÉTROLOGIE DES EXPÉRIENCES

Là encore, les objets à mesurer, assembler et mettre en place sont devenus monstrueux, avec des conditions et des exigences de plus en plus sévères. Cela peut se résumer par les caractéristiques suivantes :

- couramment 1000 m<sup>3</sup> et 10000 tonnes d'équipements;
- structure complexe, à couches concentriques;
- précisions submillimétriques requises (0.1 à 0.5 mm);
- montage et positionnement en espaces confinés (cavernes souterraines) avec une propension

Photo 1 : Installation d'un quadripôle du LEP, sous contrôle informatique



naturelle - comme les gaz - à occuper tout le volume offert !

Les techniques mises en oeuvre pour ces travaux relèvent essentiellement de la micro-géodésie tridimensionnelle, «agrémentée» de facilités résultant de développements propres :

- mesures de distances spatiales à ou *sur* l'objet, y compris distances verticales (dénivelées) ;
- mesures d'écart à un alignement *sur* l'objet, la ligne de référence pouvant être quelconque dans l'espace ;
- mesures d'écart à un plan vertical (visée théodolite) pour «récupérer» les points cachés, ou à une verticale (lunette nadirale ou zénithale) ;
- visées «obliques» par usage d'un pentaprisme.

Cela nous a conduit à enrichir constamment le programme LGC (Logiciel Général de Compensation) destiné au traitement des observations spatiales de toute nature pouvant renforcer la détermination des points de l'objet. D'autres développements à ce programme ont également permis d'affiner l'analyse stochastique des résultats, la détection des erreurs, l'expression de paramètres statistiques (fiabilité interne ou externe) qui complètent utilement l'appréciation de l'ingénieur sur la validité de son travail.

## IV - MODÈLES MATHÉMATIQUES DE CALCUL

### IV.1 Modèles locaux séparatifs (2D+H)

Pour la plupart des applications, l'altimétrie peut être traitée sans considération théorique particulière. Mais, pour certains objets spécifiques, où la géométrie absolue est précisément recherchée, il ne faudra pas oublier la sphéricité terrestre - dont les effets sont vite mesurables : 0.78 mm à 100 m, 0.20 mm à 50 m...

La planimétrie est souvent traitée sans autre considération, en développement sur le plan tangent à l'origine du système local, où a est l'image du point A par simple report orthogonal de sa hauteur.

Si l'on explicite ce système, on s'aperçoit que cette représentation serait vite entachée de distorsions si elle est étendue et qu'elle ne répond pas à une loi géométrique simple. Cette méthode - ou plutôt cette absence de méthode ! - est utilisée pour des levés locaux, où une grande précision n'est pas recherchée. Mais, là encore, il faut rester vigilant sur le fait que les distances ne sont pas réduites au même niveau de référence (E).

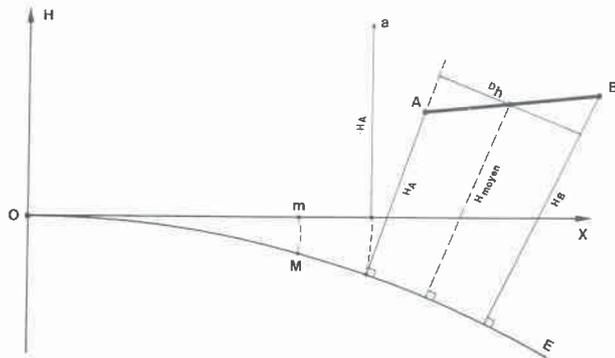
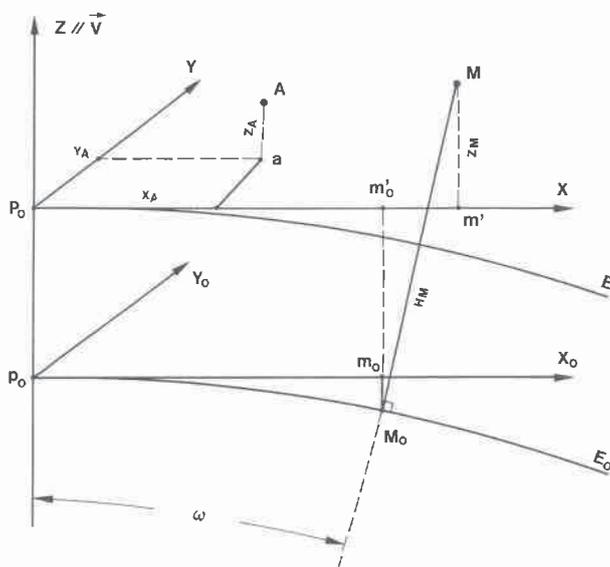


Figure 2 : Développement sur un plan tangent

Or, pour  $H$  moyen = 10 m, l'effet de cette réduction est déjà de  $1.6 \cdot 10^{-6}$ . Avec des instruments de haute précision, cette négligence devient coupable. Donc, au minimum, il faut ramener les mesures de longueur à un même niveau, arbitrairement choisi.

Une manière plus rigoureuse de procéder fait appel à la projection orthographique, qui ramène les données à un authentique système cartésien local.

Figure 3



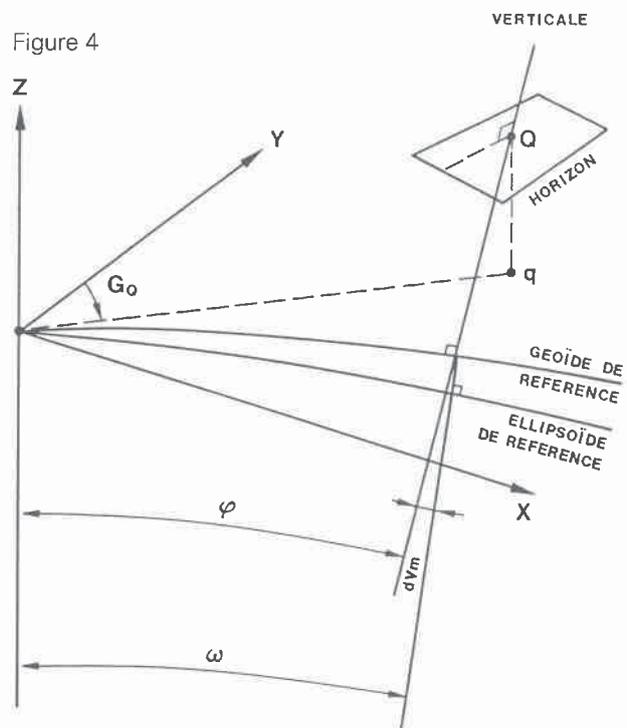
Les points sur une même verticale n'ayant plus les mêmes coordonnées, il faut développer les formules qui permettent de ramener les observations au niveau 0, puis au plan de projection  $(X_0, Y_0)$ , compenser dans ce plan et revenir enfin au niveau vrai de chaque point pour exprimer ses coordonnées cartésiennes. Ce système est quasi-conforme jusqu'à 15 km.

## IV.2. Modèle tridimensionnel local

Le traitement dans un modèle local séparatif fait perdre le bénéfice de la corrélation entre la planimétrie et l'altimétrie : chacun sait qu'une mauvaise intersection plane peut être améliorée par la contrainte altimétrique si celle-ci est exprimée simultanément.

La recherche de solutions rigoureuses et optimales conduit donc à formuler la compensation dans un modèle tridimensionnel. Pour de petits objets, on peut ignorer la courbure terrestre et la réfraction. Mais, moyennant un effort initial, il est préférable de concevoir un programme plus universel. Dans des cas extrêmes (CERN), il faut même inclure le géoïde local dans le modèle mathématique.

Figure 4



Hormis pour les distances, il faut alors exprimer que les mesures se réfèrent à la verticale du lieu d'observation et qu'elles se forment donc dans l'horizon géographique de la station.

On passera du référentiel d'observation au référentiel de calcul par une matrice orthogonale de rotation  $R$ , fonction des paramètres  $(j, G)$  du lieu :

$$\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} = R \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

C'étant la matrice des coefficients, les relations d'observations seront de la forme :

$$R.C \begin{pmatrix} d\Delta x \\ d\Delta y \\ d\Delta z \end{pmatrix} + \text{compensé} - \text{observé} = v_i$$

Le volume de référence sera une sphère (champ étroit) ou - mieux - un ellipsoïde. Si le géoïde est introduit dans le modèle, apparaissent alors les déviations de la verticale  $dV$ , exprimées dans le méridien du système :

$$\varphi = \omega + dV_G$$

Dans le concept général du 3D, la planimétrie et l'altimétrie deviennent des cas particuliers, qui peuvent toujours être traités isolément. Pour un calcul planimétrique (X,Y), cela revient à contraindre le point sur son horizon géodésique (hauteur ellipsoïdale  $H_0 = \text{constante}$ ) en «actualisant» à chaque itération le Z résultant. Pour un calcul altimétrique H (hauteur géoïdale), les coordonnées planimétriques X, Y n'ont plus aucune importance. On peut virtuellement les contraindre à l'origine (X = Y = 0) et développer la compensation le long de l'axe OZ. Si l'on voulait compenser directement les ordonnées Z, il faudrait à nouveau considérer la position des points en tenant compte de leur angle géocentrique :

$$\Delta Z_i = \Delta H_i \cos \omega_i$$

## V - ANALYSE ET TRAITEMENT DES FIGURES FLEXIBLES

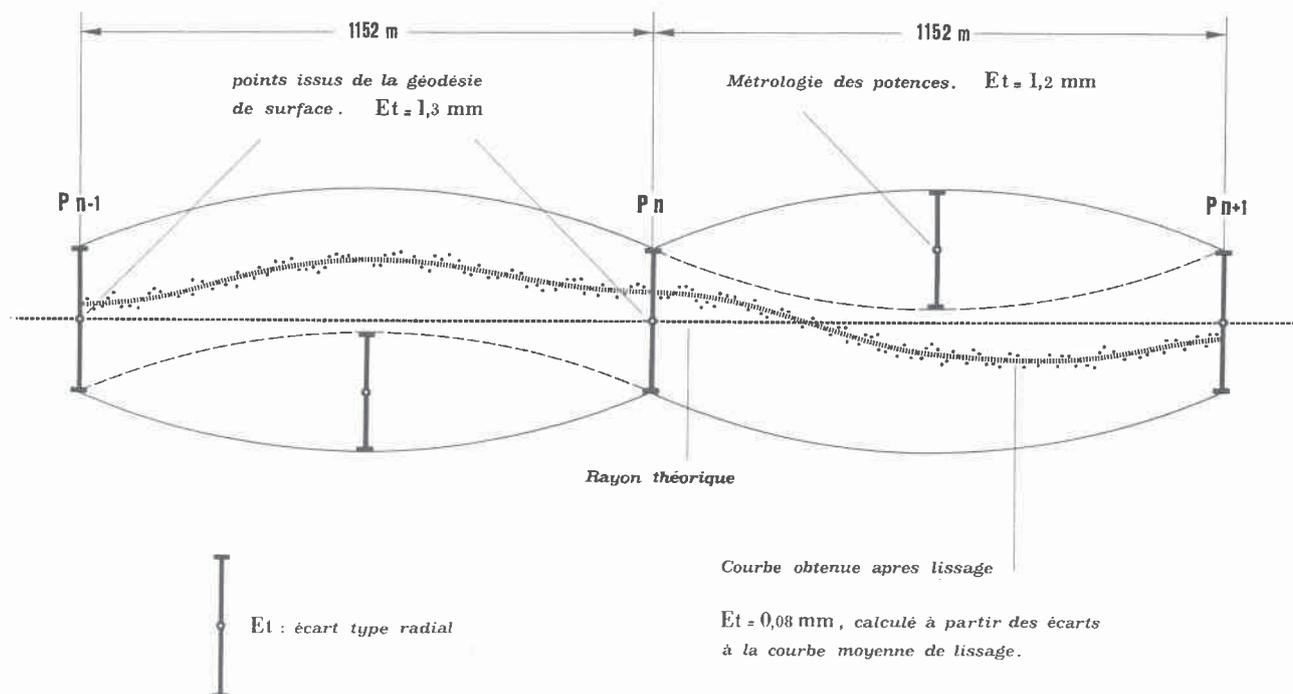
Dans le cas de figures déformables, des mesures absolues, de qualité comparable, donnent des écarts de détermination qui constituent le «bruit d'erreur» de la description géométrique de l'objet et qui n'ont aucune signification physique. C'est le cas, au CERN, des longues figures de type polygonal, calées entre des points d'extrémité très éloignés (1100 m pour le SPS, 3300 m pour le LEP).

La figure 5 illustre ce fait, en montrant l'enveloppe des erreurs radiales (ou verticales) d'une telle figure, et l'image (déformée) de sa connaissance.

Dans le cadre d'une détermination initiale, la seule hypothèse formulable est que l'objet théorique a été concrétisé. Lors de mesures successives et comparatives, on obtient des jeux de coordonnées de ce même objet, dont on exprime les différences aux coordonnées théoriques.

L'analyse et le traitement peuvent prendre des formes distinctes et complémentaires, qui visent essentiellement à éliminer la part non-significative des différences observées.

Figure 5



Un moyen bien connu consiste à paramétrer ces différences. Les polynômes en sont un moyen simple, qui comporte quelques délicatesses statistiques dans le choix du degré d'adaptation et qui peut introduire quelques contraintes et corrélations indésirables. Les fonctions Spline, plus lourdes, ont aussi les mêmes inconvénients. Une autre manière de traiter le problème est d'avoir recours à une décomposition en séries de Fourier (somme de fonctions trigonométriques) après avoir normalisé sur  $2\pi$  l'espace des abscisses.

Sans dissenter davantage sur ces moyens, ils ont au moins pour vertu de décrire, en la simplifiant, l'image de la déformée que l'on doit analyser.

Initialement, ou en complément, nous pratiquons aussi une forme de traitement baptisée «lissage non paramétrique», qui fait totalement abstraction des coordonnées. Le principe en est que la courbe de *tendance* de la déformée est, statistiquement, une courbe *moyenne* qui s'inscrit dans le jeu de points qui prétendent la décrire. En appelant dR les écarts de ces points à la courbe moyenne inconnue (et qui le reste !), on résout alors le système des équations d'observation de la mesure sous la double condition //dR// et //N// minimum, le vecteur V étant l'ensemble des résidus de la mesure considérée. Bien qu'ayant l'avantage de ne pas (ou presque) introduire de «biais» - contraintes ou corrélations fortes - cette méthode rend néanmoins «aveugle» aux premiers degrés de déformation de la figure, d'où son emploi plus limité.

Dans tous les cas, après ce premier traitement, reste alors à détecter ce qui peut traduire un réel mouvement - par analyse statistique (et pragmatique ...) du rapport signal/bruit des points suspectés. Cela est un autre problème, considérable, que je ne me risquerai pas à traiter sommairement dans le cadre de cet article.

## VI - SIMULATIONS D'UN RÉSEAU

### VI.1. Justifications et buts

Quand un réseau a une configuration complexe et qu'il nécessite différents types de mesure, le simple bon sens ne peut permettre seul d'apprécier la suffisance des moyens qui doivent être mis en oeuvre pour garantir les précisions demandées.

Dans un projet de réseau métrologique, il est souvent utile de procéder à une optimisation, pour des raisons techniques et économiques. Cela se fait en simulant différentes configurations possibles et en effectuant une analyse compara-

tive des résultats. Les programmes de compensation doivent permettre ce genre d'exercice.

On peut alors se rendre compte de l'utilité - ou de l'inutilité - de telle ou telle mesure, du seuil de redondance au-delà duquel les gains en précision deviennent minimes, ou encore découvrir les parties faibles du réseau, les directions sensibles qui nécessitent une mesure de contention, les contraintes générées par un mauvais choix de points de calage, etc.

Les simulations constituent un moyen remarquable pour bien connaître le comportement stochastique du réseau étudié. On peut ainsi juger de sa sensibilité aux erreurs et se rendre compte de leurs effets. Cela est d'autant plus nécessaire que les estimateurs statistiques ne reflètent pas toujours - ou infidèlement - les «souffrances» que subit une figure géométrique mal structurée.

### VI.2. Méthode des perturbations contrôlées

Au minimum, à partir des erreurs « a priori » et de la configuration, on peut construire la matrice variance des résultats :

$$V_x = \sigma_0^2 N^{-1}$$

On n'a pas cependant de vérification a posteriori que les choix ont été bons (quotients de pondération) car les ellipses d'erreurs ne sont pas un indicateur exhaustif. L'expérience montre en effet que l'on peut avoir certaines distorsions, qui apparaissent surtout dans les réseaux mal structurés (d'où une matrice mal conditionnée) et faiblement redondants.

Un moyen simple et pragmatique d'avoir une image plus complète et plus juste consiste à générer des perturbations contrôlées, que l'on introduit dans les données avant calcul normal de la compensation. On peut ainsi injecter dans le calcul des erreurs gaussiennes aléatoires, des erreurs systématiques ou des contraintes.

En répétant ces opérations, on obtient un jeu de n déterminations hypothétiques du même réseau. Ce processus est une application simple de la méthode «Monte Carlo» utilisée par les physiciens pour étudier les phénomènes aléatoires d'une manière probabiliste.

A partir des résultats de ces simulations, des statistiques empiriques permettent de contrôler la «réponse» du réseau : comparaison des coordonnées successives pour évaluer la fidélité des estimateurs (ellipses absolues et/ou relatives) ou encore pour apprécier les déformations générées

par les contraintes ou les erreurs systématiques introduites volontairement, et en juger l'effet sur les estimateurs.

Cette méthode pragmatique, étayée par des statistiques et des constatations, constitue un moyen efficace de bien connaître le comportement stochastique d'un réseau et d'en évaluer très rigoureusement la précision. Lorsqu'on ajoute à cela les divers indicateurs de fiabilité, on a enfin en main un outil complet d'étude, de calcul et d'analyse.

## VII - CONCLUSION

Ces quelques descriptions, rappels ou insinuations n'ont pas été faites à titre de faire-valoir des techniques et méthodes utilisées au CERN. Même si nous sommes heureux, et fiers, de les

avoir développées, c'est surtout - et seulement - la réponse que l'on se devait de donner aux demandeurs exigeants que sont les scientifiques.

La recherche est un monde peu ordinaire, qui nous pousse sans arrêt à faire mieux que les fois précédentes. Cette stimulation permanente nous conduit régulièrement à revoir nos outils et nos méthodes, à rechercher les quelques imperfections qui, au fil des besoins et des réalisations, altèrent ce que l'on peut (encore) en espérer.

Mais cela peut nous amener à un point où d'autres techniques doivent impérativement prendre le relais. C'est ce qui nous arrive avec le projet CLIC (CERN Linear Collider), où nous entrons dans l'univers instable du micron (mètre), et cela est l'objet de la présentation faite par W. Coosemans.



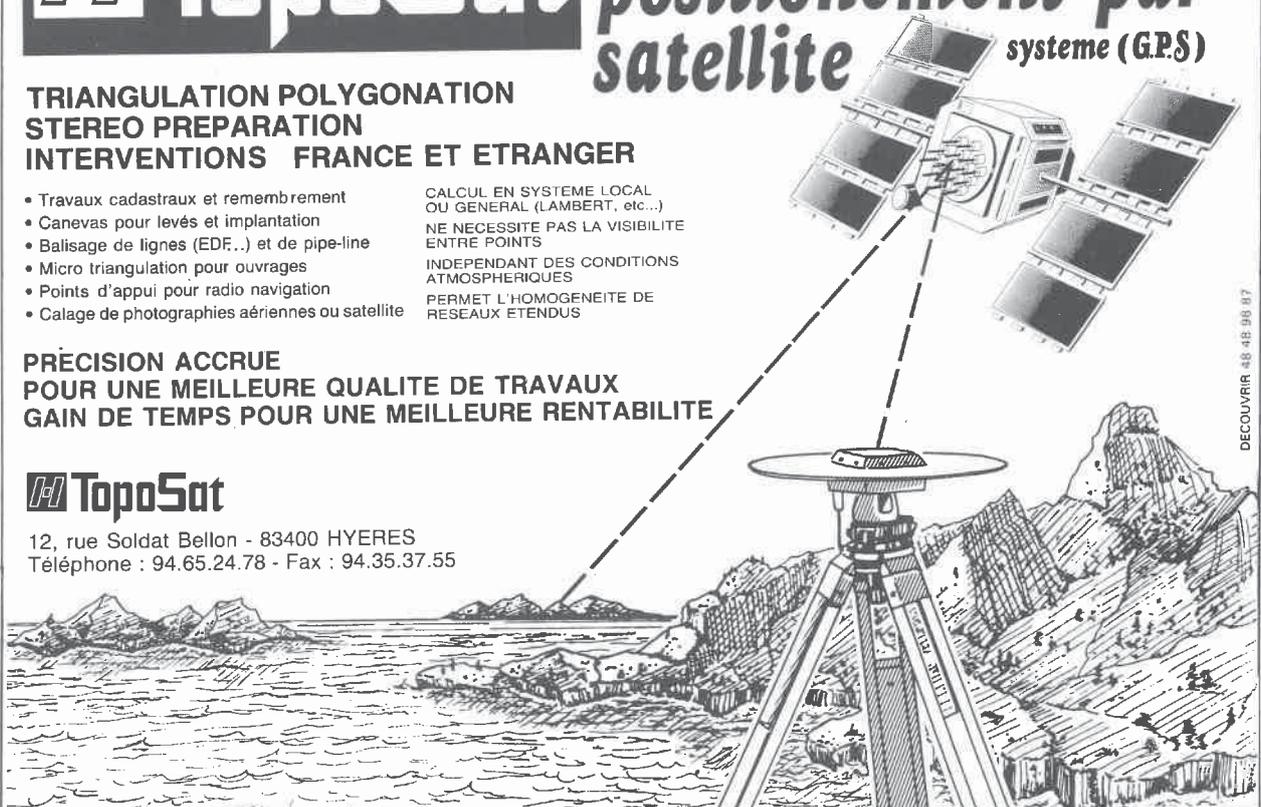
## service de positionnement par satellite système (GPS)

**TRIANGULATION POLYGONATION  
STEREO PREPARATION  
INTERVENTIONS FRANCE ET ETRANGER**

- Travaux cadastraux et remembrement
- Canevas pour levés et implantation
- Balisage de lignes (EDF...) et de pipe-line
- Micro triangulation pour ouvrages
- Points d'appui pour radio navigation
- Calage de photographies aériennes ou satellite

CALCUL EN SYSTEME LOCAL OU GENERAL (LAMBERT, etc...)  
NE NECESSITE PAS LA VISIBILITE ENTRE POINTS  
INDEPENDANT DES CONDITIONS ATMOSPHERIQUES  
PERMET L'HOMOGENEITE DE RESEAUX ETENDUS

**PRÉCISION ACCRUE  
POUR UNE MEILLEURE QUALITE DE TRAVAUX  
GAIN DE TEMPS POUR UNE MEILLEURE RENTABILITE**



**TopoSat**  
12, rue Soldat Bellon - 83400 HYERES  
Téléphone : 94.65.24.78 - Fax : 94.35.37.55

DECOUVRIR 48 48 96 87