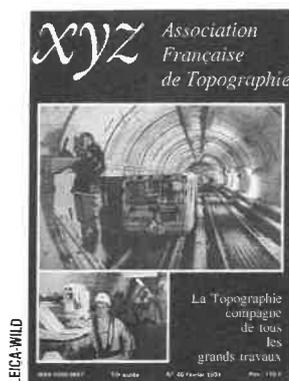


XYZ

Association
Française
de Topographie



La Topographie
compagne
de tous
les
grands travaux



— Tunnel de service - T2000 + D12000 Wild.
— Des consoles sont installées tous les 45 m dans la paroi des tunnels pour la mise en station des instruments qui servent au guidage et au contrôle du tunnelier.

TRIMESTRIEL : Le numéro 115 F
Abonnement d'un an :
France - Europe (voie terrestre) 430 F
Etranger
(par avion, frais compris) 450 F
Secrétariat de l'AFT
et Rédaction XYZ

**136 bis, rue de Grenelle,
75700 PARIS
Tél. : (1) 43.98.80.00
poste 7690**

Ouverts les mardi et vendredi
de 10 h à 12 h

**COMITE DE REDACTION
RAPPORTEUR**

André BAILLY
Ingénieur ETP

MEMBRES

Jean COMBE
Ingénieur ESGT
Guy DUCHER
Ingénieur Général Géographe
Jean-Jacques LEVALLOIS
Ingénieur Général Géographe
Jean PUYCOUYOUL
Ingénieur E.P.
Michel SAUTREAU
Directeur divisionnaire honoraire
du Cadastre
Roger SCHAFFNER
Géomètre DPLG
Bernard SCHRUMPF
Ingénieur Général
de l'Armement
Robert VINCENT
Ingénieur E.C.P.

DIRECTEUR DE LA PUBLICATION

André BAILLY

IMPRIMERIE MODERNE

USHA
AURILLAC 15001
Tél. : 71.63.44 60

L'Association Française de Topographie n'est pas responsable des opinions émises dans les conférences qu'elle organise ou dans les articles qu'elle publie.

Tous droits de reproduction ou d'adaptation sont strictement réservés

sommaire

	Page
— Le président de l'AFT et le bureau vous présentent leurs vœux les meilleurs pour 1991.	3
— LA TOPOGRAPHIE COMPAGNE DE TOUS LES GRANDS TRAVAUX	
• Tunnel sous la Manche ; victoire des topographes.....	4
• Tunnel sous la Manche : résultats de la première jonction topographique sous mer entre la France et le Royaume Uni, <i>par Jean-Jacques MORLOT</i>	7
• Tunnel sous la Manche : bravo les mineurs, mais où étaient donc cachés les topographes ! <i>par André TOQUET</i>	9
• 18 mai 1990 : la rame 325 du TGV Atlantique bat le record du monde de vitesse sur rails	10
— La Méridienne de Dunkerque à Barcelone et la détermination du mètre, <i>par Jean-Jacques LEVALLOIS</i>	12
— A propos de la réduction des distances à l'ellipsoïde de référence, <i>par Paul COURBON</i>	24
— Sciences géographiques, connaissance du monde et conception de l'univers dans l'antiquité (3 ^e partie), <i>par Raymond d'HOLLANDER</i>	29
— Ingénieur, écrivain, poète, Philippe Saint-Gil, lauréat du premier prix littéraire des ingénieurs pour "l'île d'acier", <i>par Jack BIQUAND</i>	54
— Toutes nos excuses, Monsieur Descartes, <i>par J.-P. MISEREZ</i>	56
— Informations AFT	58
— Répertoire des annonceurs	60

A ceux qui mesurent la réalité au millimètre, voici quelques précisions.

A ceux qui voudraient
bien travailler
sans avoir à consulter
le bulletin météo,
(étanchéité
au ruissellement).

A ceux qui se disent que
la mesure optique,
c'est l'affaire du leader
mondial de l'optique,
(objectifs ED à très faible
dispersion).

A ceux qui aiment
le travail bien organisé,
(présélection des deux
lignes d'affichage).

A ceux qui
n'oublient jamais que
la rapidité n'est rien
sans la précision,
(tracking au millimètre).

A ceux qui pensent que
la haute précision,
c'est normal dans
ce métier,
(mesure à 0,2 millimètre).

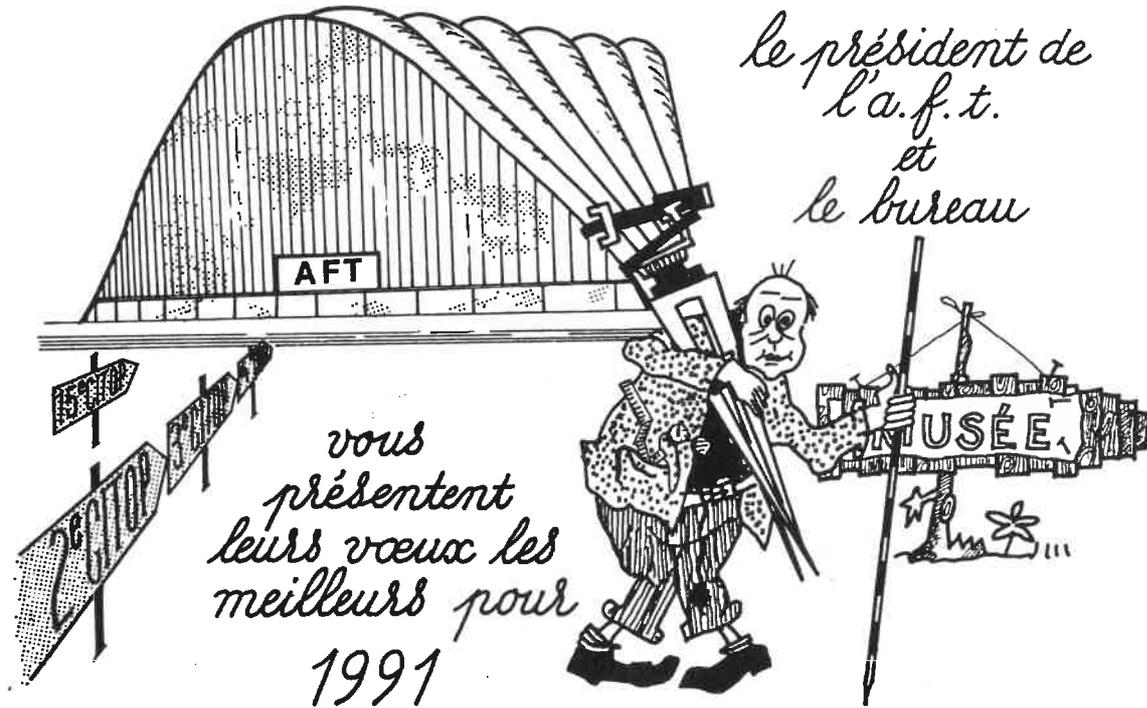
Station DTM série A.

A ceux qui considèrent
que l'électronique
est un service,
pas une servitude,
(enregistrement
automatique sur le carnet
de terrain).

A ceux qui
se contentent du meilleur,

Nikon

En guise d'éditorial



Dessin inspiré de celui de Monsieur Boinet paru dans XYZ - 5.
Congrès International de la Topographie - CITOP.

ANIMATEURS DE L'AFT EN 1991

Anciens Présidents de l'AFT

Louis CATINOT 1978-1981
Robert VINCENT 1981-1986
Roger SCHAFFNER 1986-1990

Bureau

Président : André BAILLY, Ingénieur Géomètre Topographe ETP (GDF)
Vice-Présidents : Maurice DAUGÉ, Ingénieur Divisionnaire des Travaux Ruraux (Canal de Provence)
Jean BOURGOIN : Ingénieur Général de l'Armement (Hydrographe)
Michel MAYOUD : Ingénieur Topographe ESGT (CERN)
Secrétaire Général : Edmond BARBACANNE, Ingénieur en chef Géographe (IGN)
Secrétaire Général Adjoint : Pierre SECOND, Urbaniste à la DDE des Bouches-du-Rhône
Trésorier : Jacques FUHRER, Géomètre-Expert Inscrit à l'OGÉ
Trésorier Adjoint : Michel SAUTREAU, Directeur divisionnaire du cadastre

Chargés de mission

Informatique : Jean COMBE, Ingénieur Topographe ESGT (EDF)
Histoire de la Topographie : Raymond d'HOLLANDER, Ingénieur Général Géographe (IGN)
Annuaire : André MÉMIER, Ingénieur Topographe ESGT, Géomètre-Expert inscrit à l'OGÉ, Photogrammètre
Relations Internationales : Roger SCHAFFNER, Géomètre-Expert Foncier DPLG
Enseignement : Roger THOMAS, Géomètre-Expert Foncier DPLG, Professeur de Topographie

Les membres du Conseil d'administration
Les Présidents de Régions

Tunnel sous la Manche : Victoire des topographes

Après la médiatisation de la rencontre historique du 1er décembre, les géomètres français et anglais ont relié, le 3 décembre, les cheminements des points de référence ayant servi à guider les tunneliers et à construire le tunnel de service.

C'est à cette occasion que la Société Leica a organisé, le jour de la Sainte Barbe, la «Soirée des Topographes» qui a réuni tous les géomètres de TML ainsi que leurs partenaires ayant travaillé sur le chantier.

Lors de cette soirée, Jean-Jacques Morlot, chef du service topographique de TransManche Link, a annoncé et commenté en avant-première les résultats topographiques de la jonction, résultats très attendus par les professionnels.

Les résultats topographiques de la jonction

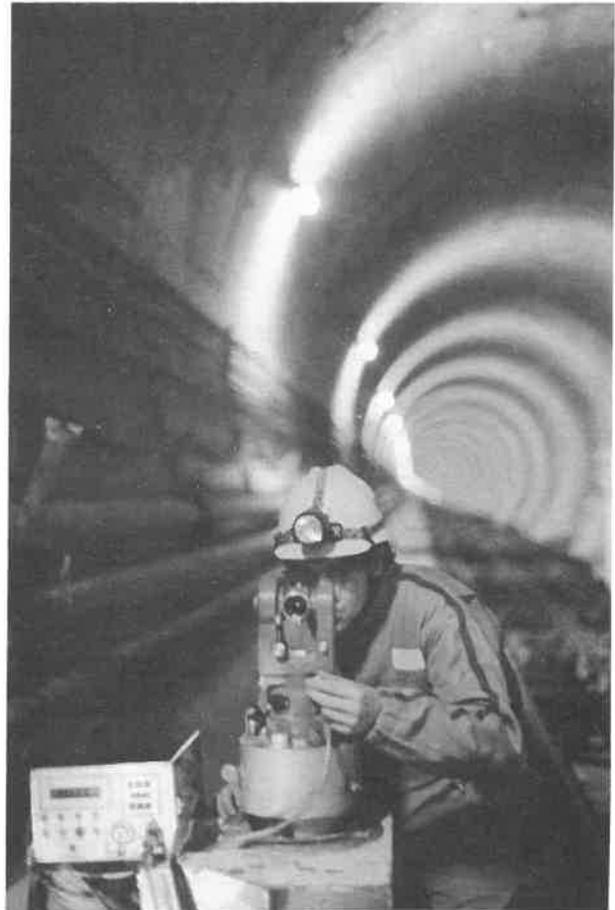
Ecart transversal à l'axe du tunnel : 358 mm



Jean-Jacques Morlot, responsable du service topographie de TML, annonce et commente les résultats de la jonction.

Ecart en altitude : 58 mm

Ecart en distance suivant l'axe du tunnel : 76 mm pour un cheminement d'une longueur totale de 37 920 mètres.



Tunnel ferroviaire. Gyrothéodolite (Gyromat et T2 Wild).

«Les résultats sont largement dans les tolérances que l'équipe s'était imposée au début du projet, commente Jean-Jacques Morlot. En accord avec l'équipe anglaise, les cheminements ont été ajustés sur une ligne «théorique», l'écart étant réparti proportionnellement à la longueur des cheminements français et anglais. De ce fait, on peut dire que par rapport au point «théorique» à la jonction, le dernier point polygonal français est à 147 mm au sud, 24 mm plus haut et 31 mm trop loin. De même l'extrémité du cheminement anglais se trouve à 211 mm au Nord du point théorique, 34 mm plus bas et 45 mm trop loin. Nous avons vérifié, explique Jean-Jacques Morlot, que nos 147 mm étaient bien compris dans la tolérance de 20 cm que nous nous étions fixés pour la partie française et que les 211 mm étaient

également dans les 30 cm tolérés par les anglais. Ces résultats relèvent de l'exploit si nous considérons que les conditions de travail en tunnel sont extrêmement difficiles et que nous n'avons jamais ralenti un convoi, encore moins arrêté un tunnelier pour faire de la topographie».

Guider, mesurer et contrôler contre vents et marées...

En effet, au delà des problèmes techniques posés par le guidage d'un tunnelier sans possibilité de repérage à la surface, les géomètres ont dû travailler dans des conditions atmosphériques parfois épouvantables et avec des impératifs de délais draconniens. Le tout à 100 mètres sous la mer et avec des difficultés d'accès à un chantier où la production a toutes les priorités, l'ouvrage étant le premier de cette importance à connaître un financement entièrement privé.



Michel Gouinguéné présente le groupe Leica et remet une paire de jumelles Leica à Monsieur Sabatier, géomètre de TML, dont les photos ont été largement utilisées dans les éditions Leica.

Les conditions de travail dans le tunnel de service de faible section ont représenté de nombreuses difficultés pour les géomètres : rayons de courbure minima de 2 000 mètres en plan, obligation de construire des supports d'instruments amovibles pour laisser le passage des convois et des portiques, impossibilité d'ancrer des repères



Les théodolites Wild dotés d'un oculaire laser sont utilisés en combinaison avec les distancemètres Wild.

à l'extérieur du revêtement construit de façon à être étanche et résistant à une pression supérieure à 11 bars, atmosphère saline, 100 % d'humidité, températures variables allant jusqu'à 40° C près du tunnelier.

Malgré tous ces obstacles, les topographes de TML ont su s'adapter chaque jour à de nouvelles conditions de travail sans ralentir la production. Cette jonction «sans faute» est le résultat d'un formidable travail d'équipe réunissant les spécialistes du service de géodésie de l'IGN et de l'Ordnance Survey, les équipes topographiques françaises et anglaises de TransManche Link et les constructeurs d'instruments Leica et DMT.

Au chantier de Sangatte, toutes les opérations topographiques, y compris le guidage du tunnelier, ont été effectuées avec des instruments Wild : théodolites et tachéomètres électroniques T2000, T1600, TC1600, T1000, distancemètres DI2000, DI1000, niveaux avec micromètres et oculaires laser Wild GL02, en tout plus de 20 stations complètes, une quinzaine de niveaux et des dizaines d'instruments et accessoires.

Sur la trace des géomètres...

Le chantier rentre maintenant dans une 2ème phase. Celle-ci verra l'émergence d'autres spécialistes comme des électro-mécaniciens et l'effacement progressif des topographes et de toute l'équipe du génie civil. Commence alors l'époque de l'aménagement des tunnels, de leur «habillage», l'électrification, la réfrigération, la signalisation.



Les géomètres de TML, leurs partenaires de l'IGN et les journalistes ont été invités à la "soirée des topographes" organisée par Leica.

Mais à Jean-Jacques Morlot de conclure : «Dans 2 ans, lorsque, sous la Manche, vous prendrez une pinte de «bitter» au bar du TGV sans renverser votre verre, pensez à l'équipe de topographes qui a su implanter tunnels et voies conformément au projet». Bravo les topographes !

(Leica. Communiqué de presse du 17 décembre 1990)

UN GEODIMETER C'EST UN GEODIMETER

DECOURIR 48 48 98 87

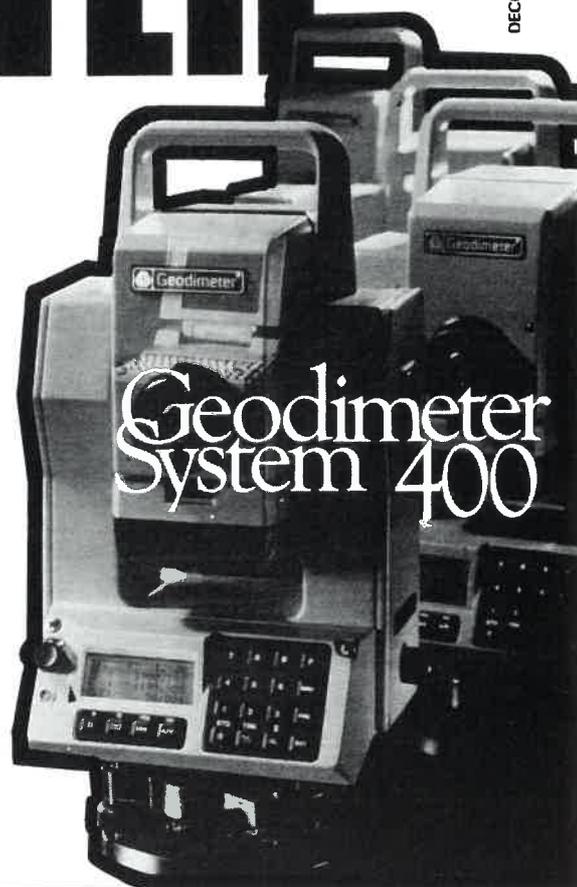
Un Geodimeter, ce n'est pas une quelconque station totale. Un Geodimeter, c'est la rencontre des plus hautes qualités de précision et de robustesse d'un instrument et des performances de simplicité et d'intelligence d'un système évolutif

"LE SYSTEM 400"

Depuis le premier instrument de la gamme réellement économique pour travaux courants jusqu'aux équipements les plus sophistiqués pour travaux de haute précision.



c'est la signature de la qualité



Parc d'Activités "Les Portes de la Forêt" - Allée du Clos des Charmes
77090 COLLEGIEN
Tél. : (1) 60 05 13 14 - Télécopie : (1) 60 17 40 56

Tunnel sous la Manche Résultats de la première jonction topographique sous mer entre la France et le Royaume-Uni

30 octobre 1990 : «Brigitte», le tunnelier Robbins parti de Sangatte trente deux mois plus tôt en direction des côtes britanniques s'immobilise.

A cette date, fixée quatre ans plus tôt, il avait foré et construit 15 618 mètres du tunnel de service sous mer... au lieu des 13 600 m initialement prévus.

TransManche Link avait gagné ce pari en respectant des délais considérés par beaucoup comme trop courts. Même après les premiers mois de foration (48 m seulement avaient été réalisés le premier mois, 1 km la première année), il nous était difficile d'imaginer que nous allions parvenir à cette distance.

Il est vrai que les cadences tenues aujourd'hui ont dépassé les 50 m par jour et le km par mois.

Ce défi s'inscrit dans la liste déjà longue des autres défis que TML a pris l'habitude de relever et de réussir, comme par exemple cet engagement pris début 1987 d'embaucher 75 % de la main d'oeuvre dans la région pour construire cet ouvrage pourtant très technique. Aujourd'hui, nous constatons que ce pourcentage est dépassé puisque c'est 85 % de notre personnel qui est originaire du Nord-Pas-de-Calais. Ces deux exemples reflètent bien la particularité du projet dans chacun de ses secteurs d'activités :

Atteindre, mais souvent dépasser les objectifs fixés en début de projet qui semblaient pour beaucoup inaccessibles.

Les objectifs des topographes

Il s'agissait d'implanter les tunnels au plus près de leur axe théorique, et d'assurer leur construction ainsi que celle des ouvrages spéciaux dans les tolérances de construction de ± 150 mm, tout au long de ces 150 km de tunnels, et bien sûr de raccorder au cm près les trois tunnels français avec ceux forés depuis le Royaume-Uni.

Sachant qu'il n'était pas possible aux tunneliers, forant à un diamètre supérieur à celui du tunnel qu'ils construisent derrière eux, de reculer ou de casser sous une pression d'eau de 10 bars pour «repandre» une partie de tunnel construite hors tolérance, nous étions donc condamnés à faire bien du premier coup... Il restait à traduire ces objectifs en termes de tolérances topographiques réalistes, puis à trouver le moyen de raccorder entre elles les deux parties de cet ouvrage d'art (française et britannique) dans les tolérances de génie civil de ± 1 cm.

Les tolérances

En planimétrie : compte-tenu de la précision des coordonnées des points géodésiques de départ, de celle du canevas complémentaire, de la descente de

base dans le puits de Sangatte, et de la méthode de topométrie souterraine utilisée, nous avons calculé et nous nous étions fixé, pour la partie française, une tolérance de ± 20 cm (à $2,58 \sigma$) à l'extrémité du cheminement de 15,6 km.

Au cheminement britannique plus long, il correspondait une tolérance de ± 30 cm. Au pire, nous estimions que l'écart à la jonction entre nos deux cheminements ne devait pas dépasser 50 cm.

En altimétrie : la précision sur la dénivelée entre les systèmes altimétriques français et anglais était évaluée par l'I.G.N. à ± 8 cm (1σ) en raison de la difficulté à rattacher géoïde et ellipsoïde dans cette zone. Avec la transmission de l'altimétrie des repères de surface jusqu'au dernier repère situé à l'arrière du tunnelier français à plus de 15 km du puits, et à plus de 22 km pour le tunnelier britannique, nous estimions que l'écart altimétrique à la jonction ne devait pas dépasser 25 cm.

Solution retenue pour raccorder les parties françaises et britanniques entre elles

Nous avons calculé qu'une longueur de 100 m suffisait pour résorber un défaut d'alignement de 50 cm et une dénivelée de 25 cm. Il faudrait, alors, ajuster le tracé sur cette distance pour «joindre les deux bouts» tout en respectant les critères géométriques minima.

Nous décidions donc d'arrêter les tunneliers à 100 m l'un de l'autre. Puis, d'effectuer, à travers la tête de coupe du tunnelier britannique, un forage en direction du tunnelier français qui avait terminé sa course et dont nous commencions le démantèlement. L'espace restreint mis à notre disposition ne nous permettait pas d'installer une machine pour forer à un diamètre de 50 cm comme demandé... mais de 56 mm seulement. Il était inutile d'espérer un forage rectiligne. Il était même très difficile de ne pas dévier de plus de 3 m à cette distance. Après plusieurs essais dans des portions de tunnel terminées, nous réussissions, le 30 octobre, à atteindre la «cible». La déviation de l'outil n'était que de 1,60 m, et nous pouvions faire le levé du tunnelier Robbins par rapport au tunnelier britannique par l'intermédiaire de ce forage sinueux reliant les deux machines.

L'instrument Maxibor (Sté Reflex' - Suède) utilisant la technologie des caméras CCD nous a permis de mesurer la position relative des deux extrémités du forage et le décalage transversal entre les deux cheminements polygonaux : 50 cm à ± 20 cm près, alors qu'un niveau à eau désoxygénée, confectionné

artisanalement, nous donnait une fermeture altimétrique de 8 cm à ± 2 cm près.

Ces résultats, même imprécis, suffisaient pour continuer la foration du côté britannique sur les 40 m suivants, avant que le tunnelier ne braque vers le sud en position définitive de rebut.

Et, c'est par la petite galerie de 2,50 m de long reliant l'arrière du tunnelier britannique à la tête de la machine qui a été utilisée pour une poignée de main historique que nous «fermions» nos cheminements le 3 décembre.

Ces résultats serviraient alors à construire les 60 derniers mètres pour se raccorder parfaitement avec les derniers anneaux de béton du tunnel français.

Les résultats à la jonction

Les écarts de fermeture entre les cheminements français et britannique mesurés conjointement par les équipes topographiques des deux pays sont : en plan :

- transversalement à l'axe du tunnel : 358 mm
- suivant l'axe du tunnel : 76 mm
- en altitude : 58 mm

Ces résultats sont dans les tolérances fixées a priori, et ils ne posent donc pas de problème pour le raccordement sur 100 m des deux parties de tunnel. Ces valeurs correspondent à des précisions relatives de :

9,4 10^{-6} en direction
2 10^{-6} en distance
1,5 10^{-6} en altitude.

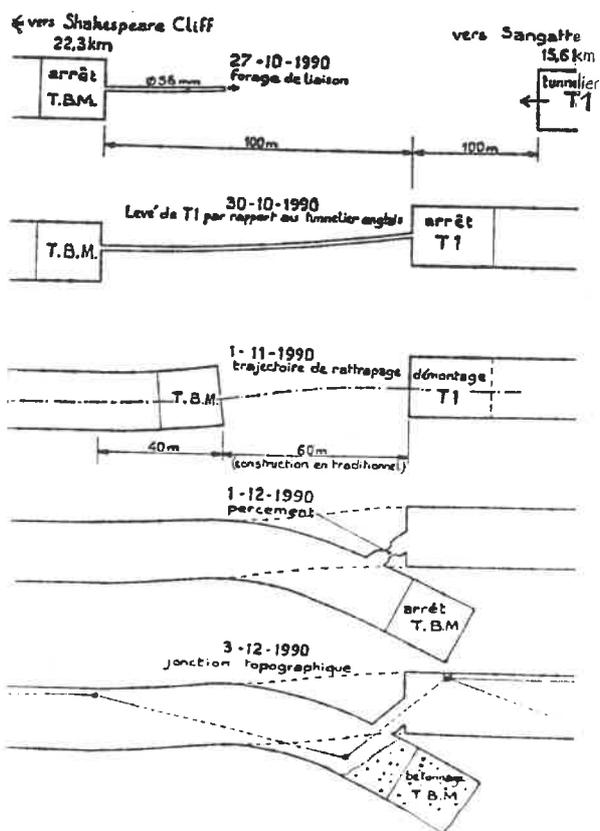
L'écart transversal de 358 mm (un peu moins que la diagonale de cette page) aurait pu être réduit de moitié environ, en tenant compte de la variation de la déviation de la verticale entre Sangatte et Shakespeare Cliff.

En effet, l'angle entre la verticale physique et la normale à l'ellipsoïde a été mesuré par l'IGN à Sangatte (- 10 cc) alors qu'elle a été estimée à + 7 cc à l'extrémité anglaise du tunnel. Cette différence d'environ 17 cc affecte directement la mesure de l'azimut au gyrothéodolite.

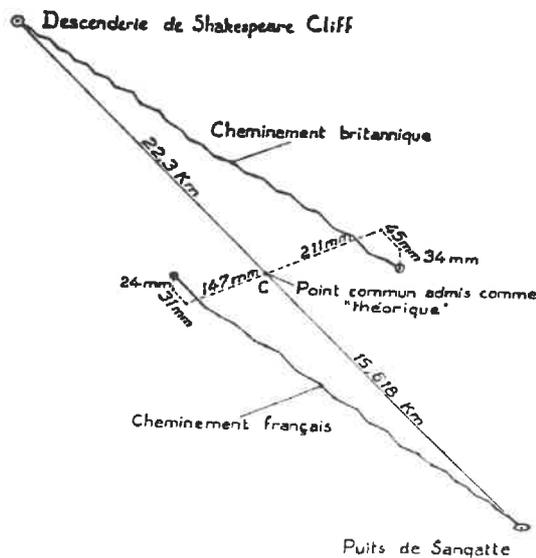
Conclusion

Nous pouvons dire que malgré des conditions de transport et de travail en tunnels extrêmement difficiles (aucun convoi ni tunnelier n'a été ralenti), malgré cette distance de 38 km non stationnable et imposant des bases de calibration d'instruments sur chacune des rives, malgré des équipes, des méthodes et instruments différents de part et d'autre de la Manche, les résultats obtenus sont excellents. Ils sont dus à la compétence et à l'étroite collaboration des différentes équipes françaises et anglaises de TML, de l'I.G.N. et de son homologue Ordnance Survey, aux constructeurs européens des instruments et des systèmes de guidage Leica, D.M.T., Z.E.D., Marx, Cete de Lyon, Amberg, Reflex.

Jean-Jacques MORLOT
TML



Phasage de la jonction (vue en plan sans échelle).



Écarts à la jonction entre les cheminements topographiques français et anglais.

A propos de la jonction du premier tunnel sous la Manche Bravo les mineurs ! mais où étaient donc cachés les topographes...

par André Toquet, Topographe EDF retraité, AFT n° 325

J'ai regardé une deuxième fois, il y a quelques jours, le reportage télévisé «La bête sous la Manche» programmé le 29/11 et le 27/12 sur A2 et ce, vous n'en douterez pas, avec le plus vif intérêt. Je ne fus certainement pas le seul ancien à revivre, en cette occasion, nombre d'heures de la carrière passées sous la terre pour le percement de tunnels avec «aux tripes», les angoisses topométriques d'une rencontre imminente !

L'heure de la jonction est en effet celle d'une vérité dont le mérite ne revient, en fait, qu'au(x) seul(s) topographe(s) ayant oeuvré en surface et en galerie. «Percer le gruyère» c'est dur et méritoire, je n'en disconviens pas, mais seraient-ils mis tellement en relief tous les efforts des mineurs s'ils n'arrivaient pas au but recherché qui est celui de la bonne rencontre ?... Vous et moi savons sur qui elle repose ! Dieu, pardonnez ici cette prétention, mais nul ne me convaincra du contraire : les mineurs usurpent chaque fois une part de la gloire qui leur est octroyée !

Me sont revenus fugitivement au cours de l'émission, bien des tableaux de travaux souterrains auxquels j'ai participé ici et là et, dans le halo d'une lampe de casque, des visages amis de cette époque.

J'ai revécu l'angoisse des calages altimétriques aux attaques... j'ai recalculé des V_0 ... revu des systèmes de pilotage à référence(s) courte(s) par la force des choses, défiant toutes les règles du métier... revécu la répétition des mesures... des palabres pénibles pour obtenir une galerie de visée ou un hors-profil dans une courbe afin d'améliorer au mieux les systèmes... J'ai revu des burins en radier perpétuellement noyés... des passages de PK géologiquement annoncés délicats... des «n» kilomètres sans fenêtre... revu aussi les mineurs soucieux de leur seul avancement... les caisses d'explosifs jetées dans les wagonnets à proximité immédiate de caisses de détonateurs... revécu les stationnements du dimanche pour éviter le masque d'un bouchon gazeux.

J'ai revécu les heures terribles qui succédaient aux accidents... celles des «sainte barbe» joyeu-

ses... les instants heureux des rencontres sur les lieux-mêmes des événements, puis l'ambiance de fête des cantines perdues dans nos montagnes (à cette époque estomac, foie, tension, diabète faisaient bon ménage...).

Le 28 donc, veille de la première diffusion, j'avais relu l'article de Jean-Jacques Morlot (XYZ n° 40) pour me pénétrer à nouveau du canevas de surface et de la topométrie d'approche, coté français. La bonne chronologie d'un tel reportage n'imposait-elle pas -de mon point de vue- un mot sur ces questions ? N'y avait-il pas là une occasion unique d'initier le grand public «au mystère» des rencontres souterraines ?...

Las !... Déception ! ... Pas un mot sur le sujet ! Ce grand public, s'il a bien prêté l'oreille, aura tout de même su qu'un géomètre (j'aurais préféré : «un topographe» !) avait été nécessaire à la réussite...

Il me restait l'espoir, naïf, de voir aux actualités télévisées du 1/12, jour de la fonction, deux responsables du pilotage se serrer la main. Nenni ! comme à l'accoutumée, toute la gloire et les attentions allèrent aux mineurs...

Et une plaie au cœur que je croyais cicatrisée, s'est ouverte à nouveau en constatant, qu'une fois de plus, on éclipsait les mérites de la topographie. Honnêtement, j'ai souffert pour tous ceux qui oeuvrèrent en la matière !...

Vous en arriverez à me dire avec votre sagesse «Tout doux l'ami, il faut magnifier la profession mais pensez aussi qu'ils durent être nombreux à être absents ceux qui, d'une manière ou d'une autre, participèrent aussi à la réussite !...» C'est vrai ! Pardonnez-moi ! Je ne peux néanmoins m'empêcher de vous livrer une anecdote :

Au printemps de 1978, je fus invité à la jonction des avancements d'une galerie EDF (en grande section) sous le massif de Belledonne (19 km sans fenêtre), 1/2 par explosif, 1/2 par tunnelier. Référence très courte à l'une des attaques. (Je signale que je n'avais pas, personnellement oeuvré dans cet ouvrage). J'étais à coté de mon prédécesseur

(dans le poste que j'allais embrasser dans la Division), en l'occurrence : Armand Lanfray. Mon collègue vivait là les derniers instants de sa carrière parmi un public stationné sur une estrade installée coté «explosif» et face bien sûr au tunnelier dont on apercevait le bouclier déjà bien engagé dans le voile résiduel qui restait à abattre.

Après quelques rotations symboliques des trépans - vision impressionnante- on assista au spectacle classique des mineurs se rencontrant (bien entendu pas de topographes !).

Un invité, plus curieux que les autres et que nous ne connaissions pas, ni l'un ni l'autre, se pencha vers Lanfray et lui demanda comment diable on pouvait se rencontrer ainsi sous la terre ! Mon collègue de lui répondre, avec sa voix caverneuse caractéristique : «Rien de bien difficile cher Monsieur, je connais justement assez bien la question ! Il faut acheter des cierges, les plus gros possible ; les allumer à chaque attaque

et conseiller des prières simultanées. L'affaire, ainsi, se passe toujours bien ! Il convient aussi de tenir compte du flair des mineurs. Pour eux le point de rencontre est instinctif. Rien donc, voyez-vous, qui mérite qu'on en parle dans un discours de jonction. D'ailleurs... vous en avez la preuve aujourd'hui, même pour des attaques distantes de 19 kilomètres !...» J'étais quelque peu glacé ! Le renseigné, fort heureusement, prit le parti de rire de la boutade. Je compris que Lanfray avait eu au cœur le même pincement que j'avais ressenti en l'absence de topographes à la rencontre !... (je me souviens de son clin d'oeil).

Il convient, je crois, maintenant, de laisser là ces petits chagrins professionnels pour donner un grand coup de chapeau à cette réalisation qui met en évidence, non seulement les technologies, mais plus encore, une volonté humaine de mieux aller, enfin, les uns vers les autres pour, souhaitons le, des échanges meilleurs de tous ordres.

TGV 515,3 Km/h : Record du monde Bravo les Topos

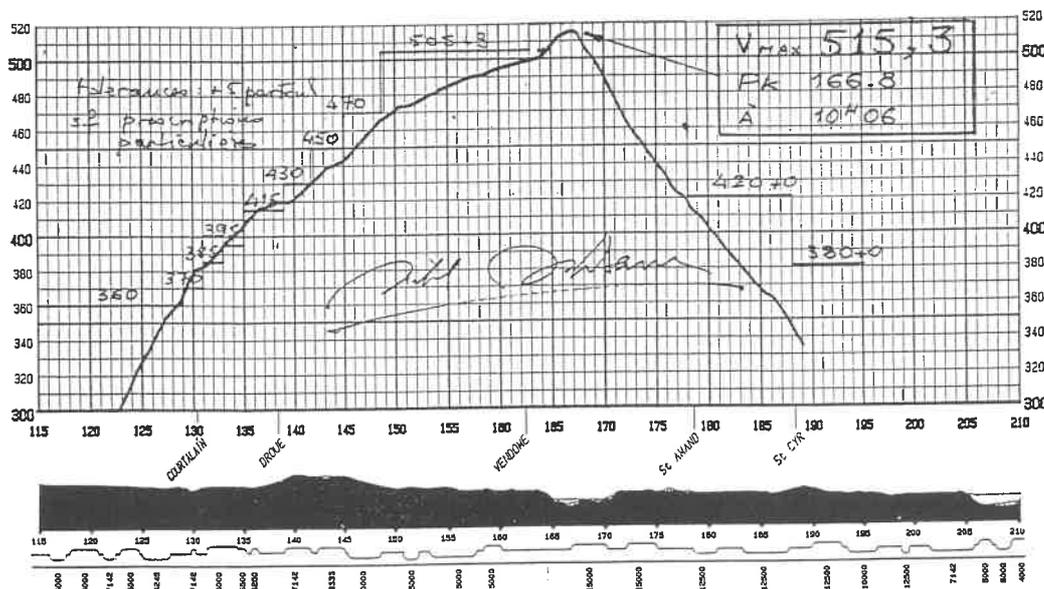
Le 18 mai 1990, la rame 325 du TGV Atlantique bat le record du monde de vitesse sur rail avec 515,3 km/h.

Cette rame de série a été quelque peu adaptée pour l'exploit : roues de 109 cm de diamètre au lieu de 92, rapport d'engrenage modifié, pantographe spécialement réglé, et carénages supplémentaires pour améliorer l'aérodynamisme.

La voie, elle, n'a pas subi de traitement spécial ; c'est la voie maintenant classique du TGV, rail de 60 kg/m, traverses en béton sur ballast, remarquable de stabilité et de précision géométrique.

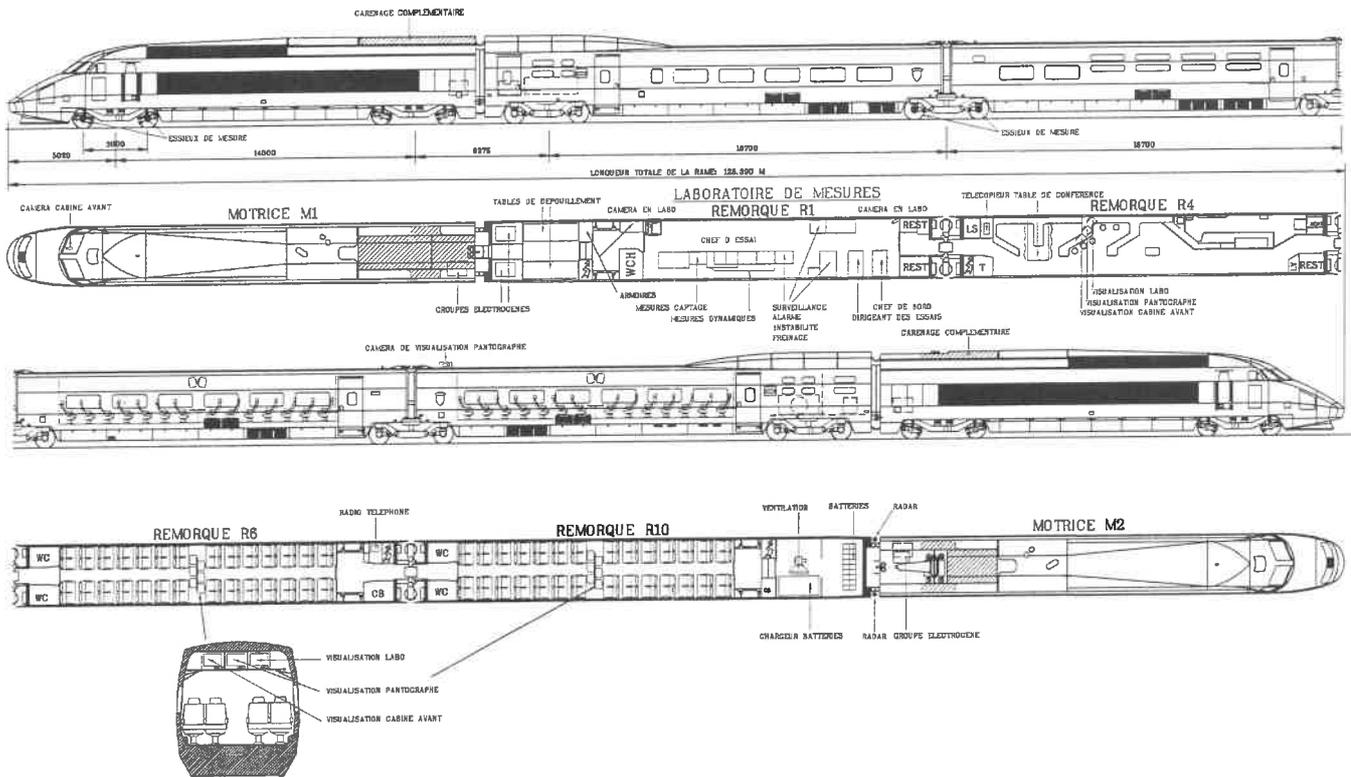
Implantée au cm près, elle est ensuite figolée au mm en plan et en profil (bravo les topos !).

Les soudures entre les éléments du rail de 300 m sont meulées et rectifiées au 1/10 mm !



Graphique officiel du record signé DELEBARRE

ESSAI TGV CONSTITUTION DE LA RAME



TopoSat

service de positionnement par satellite système (G.P.S)

**TRIANGULATION POLYGONATION
STEREO PREPARATION
INTERVENTIONS FRANCE ET ETRANGER**

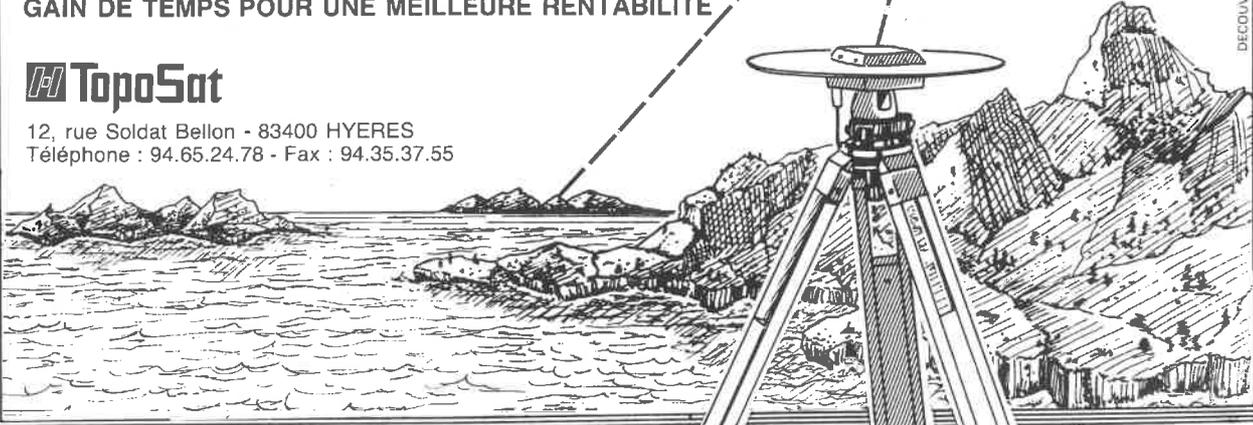
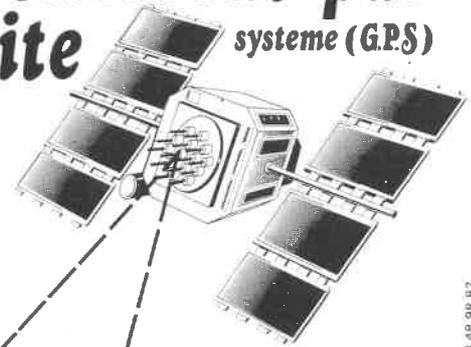
- Travaux cadastraux et remembrement
- Canevas pour levés et implantation
- Balisage de lignes (EDF..) et de pipe-line
- Micro triangulation pour ouvrages
- Points d'appui pour radio navigation
- Calage de photographies aériennes ou satellite

CALCUL EN SYSTEME LOCAL
OU GENERAL (LAMBERT, etc...)
NE NECESSITE PAS LA VISIBILITE
ENTRE POINTS
INDEPENDANT DES CONDITIONS
ATMOSPHERIQUES
PERMET L'HOMOGENEITE DE
RESEAUX ETENDUS

**PRÉCISION ACCRUE
POUR UNE MEILLEURE QUALITE DE TRAVAUX
GAIN DE TEMPS POUR UNE MEILLEURE RENTABILITE**

TopoSat

12, rue Soldat Bellon - 83400 HYERES
Téléphone : 94.65.24.78 - Fax : 94.35.37.55



DECOUVRIR 45 48 98 87

La méridienne de Dunkerque à Barcelone et la détermination du mètre (1792-1799)

La lettre et l'esprit

par J.J. Levallois, Ingénieur Général Géographe

N.B. : Cet article est un remaniement d'un article du même titre publié dans les comptes-rendus du 114ème congrès National des Sociétés Savantes.

Par décret du 10 mai 1790, l'Assemblée Nationale «*désirant faire jouir à jamais la France entière de l'avantage qui doit résulter de l'uniformité des poids et mesures...*» décidait :

■ de procéder au recensement exhaustif des systèmes d'unités en usage sur le territoire national,

■ d'adopter un étalon de longueur reproductible, défini par la longueur du pendule simple battant la seconde de temps à 45° de latitude, au niveau de la mer,

■ de fixer les nouvelles unités et d'en faire établir les équivalences par rapport à celles de l'Ancien Régime.

Elle chargeait par ce même décret l'Académie des Sciences de préciser «*l'échelle de division qu'elle croit la plus convenable tant pour les poids que pour toutes les autres mesures et les monnaies*».

L'Académie préconisait peu après l'adoption de la division décimale, et remettait le 19 mars 1791 un rapport très complet rédigé par une commission des Poids et Mesures, signé de Borda, Lagrange, Laplace, Monge et Condorcet. Ce rapport concluait à rapporter toutes les mesures «*à une unité de longueur prise dans la nature*» et proposait de définir cette unité comme étant égale à la dix millionième partie du quart du méridien terrestre, telle que l'on pourrait la déduire de la mesure géodésique d'un arc de méridien s'étendant de Dunkerque à Barcelone.

Une semaine plus tard, le 26 mars 1791, l'Assemblée Nationale décrétait «*... qu'elle adopte la grandeur du quart du méridien terres-*

tre comme base du nouveau système de mesures ; qu'en conséquence les opérations nécessaires pour déterminer cette base, telles qu'elles sont indiquées dans l'avis de l'Académie des Sciences... et notamment la mesure d'un arc de méridien depuis Dunkerque jusqu'à Barcelone, seront nécessairement exécutées ; ...».

En fait le choix définitif du quart de méridien terrestre comme «*unité de longueur prise dans la nature*» ne s'imposait pas avec évidence. Le décret de 1790 penchait pour la longueur du pendule simple battant la seconde de temps à 45° de latitude, au niveau de la mer comme on vient de le voir. Dans son rapport, l'Académie des Sciences discute ce choix, auquel elle reproche de faire entrer dans la définition un paramètre de nature différente - le temps - exprimé de surcroît en une unité arbitraire, la seconde «*quatre vingt six mille quatre centième partie du jour*»*. On pressent dans cet argument l'influence de Laplace, fervent partisan de la division décimale du temps.

Le rapport continue : le choix d'une «*unité de mesure prise sur la terre elle-même, a un autre avantage, celui d'être parfaitement analogue à toutes les mesures réelles que dans les usages communs à la vie on prend aussi sur la terre... il est bien plus naturel en effet de rapporter la distance d'un lieu à un autre au quart d'un des cercles terrestres que de le rapporter à la longueur d'un pendule.*» L'argument ne paraît pas décisif non plus.

Il y avait peut-être encore d'autres raisons moins spécieuses : on se rappelle que l'abbé Picard avait, vers 1670, préconisé une unité dérivée de la longueur d'un pendule à secondes de temps moyen dont il avait mesuré la longueur, égale selon lui à 440,5 lignes de la toise du Châtelet**.

* $24 \times 60 \times 60 = 86\ 400$.

** 1 toise = 6 pieds, 1 pied = 12 pouces, 1 pouce = 12 lignes.

Dortous de Mairau avait repris la mesure avec beaucoup de soin, (1740) s'était rendu compte de son extrême difficulté et avait fixé cette longueur à 440,57 lignes, valeur que Laplace corrigera en 450,67 lignes. On savait que cette donnée variait avec la latitude, l'altitude, et qu'en définitive c'était une valeur strictement locale que l'on ne pouvait que très difficilement relier à une autre, sauf par mesures relatives.

D'autre part, l'Assemblée Nationale avait initialement proposé à d'autres nations, en particulier à l'Angleterre qui s'était récusée, de participer aux travaux. L'expérience du pendule risquait donc, reprise en plusieurs endroits, de donner des résultats discordants, difficiles à discuter, à comparer, ce qui ne pouvait qu'augmenter les indécisions.

La mesure géodésique d'un arc donnerait certainement un résultat - aussi discutable qu'un autre - mais qui aurait plusieurs avantages :

- la longue tradition et l'expérience accumulées pendant 120 ou 130 ans par les géodésiens français (reconnaissance déjà très poussée du réseau etc...) facilitaient la besogne et la crédibilité des résultats ;

- la précision des instruments nouveaux conçus par Borda ouvrait de nouvelles perspectives ;

- la méridienne ainsi mesurée pourrait servir d'appui à des travaux ultérieurs, et ferait taire les discussions sur les résultats de la méridienne de La Caille et Cassini III ;

- enfin - hypothèse personnelle - le résultat ne pouvait être discuté qu'à partir d'une expérience identique, reprise ailleurs ; il n'en n'existait pas alors de comparable.

Le décret de 1791 tranchait donc la question, malgré l'avis du grand astronome Lalande, qui trouvait l'opération non indispensable et trop dispendieuse.

I - Etude critique de la méridienne

La méridienne s'étend de Dunkerque à Barcelone, selon une suite de 115 triangles principaux (fig.1). Elle est appuyée sur deux bases, l'une située entre Lieusaint et Melun, l'autre dans la région de Perpignan, de Salces à Vernet. Chacune d'elles mesure environ 12 kilomètres. Cinq stations astronomiques principales la segmentent, Dunkerque, Paris-Panthéon, Evaux (au sud de Montluçon), Carcassonne, Montjuich (Barcelone). Sauf en Sologne, pays géodésiquement difficile parce que très plat et très boisé, les triangles sont bien conformés, c'est-à-dire qu'aucun d'eux n'admet d'angle trop aigu, néfaste pour la précision d'ensemble.

Les deux astronomes disposaient d'instruments excellents, le fameux cercle répéteur pour les mesures angulaires, construit selon les

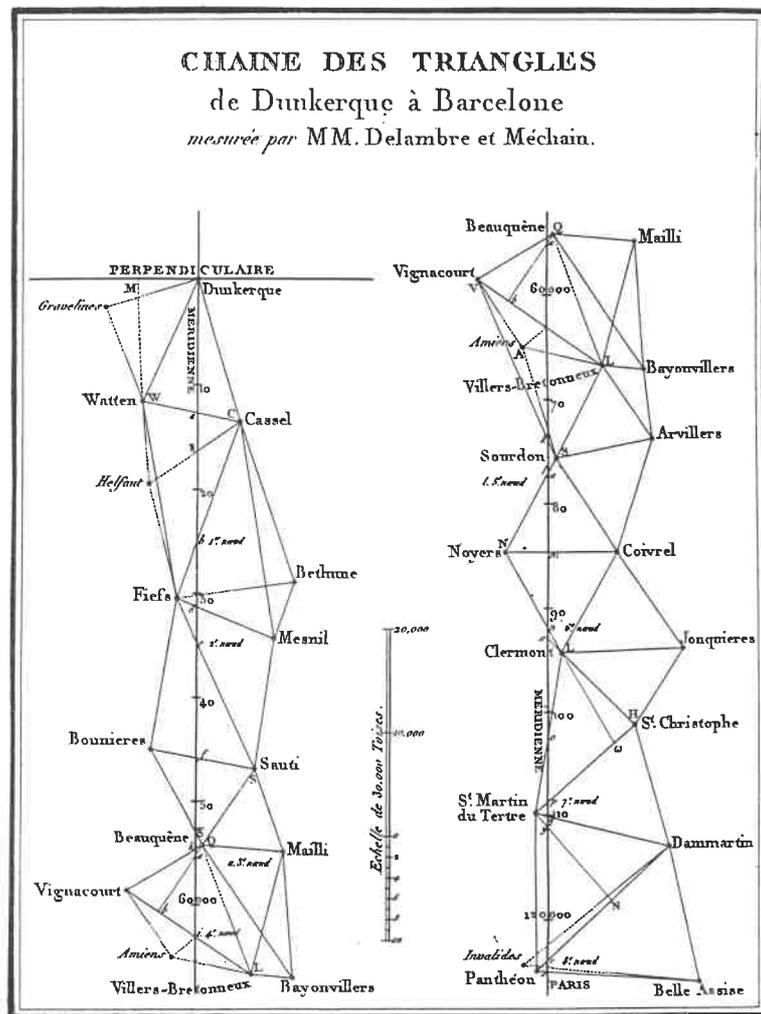
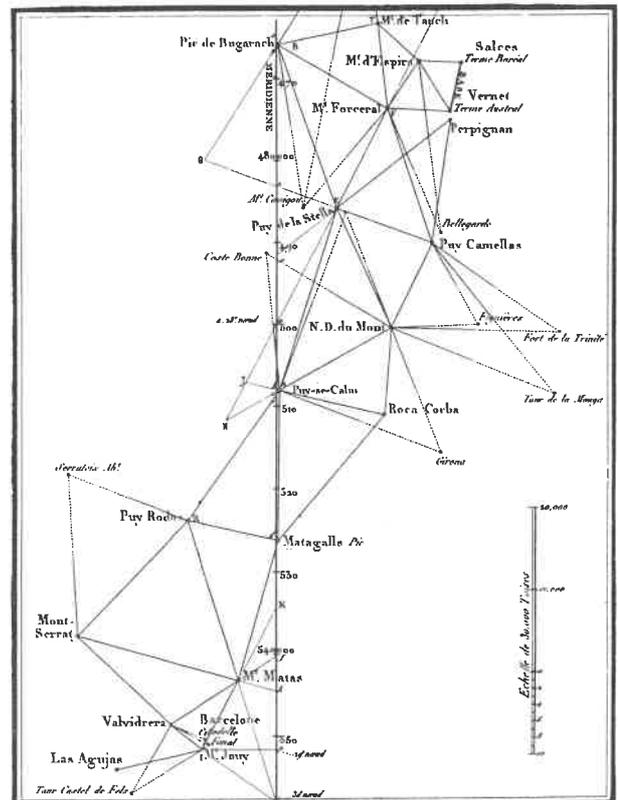
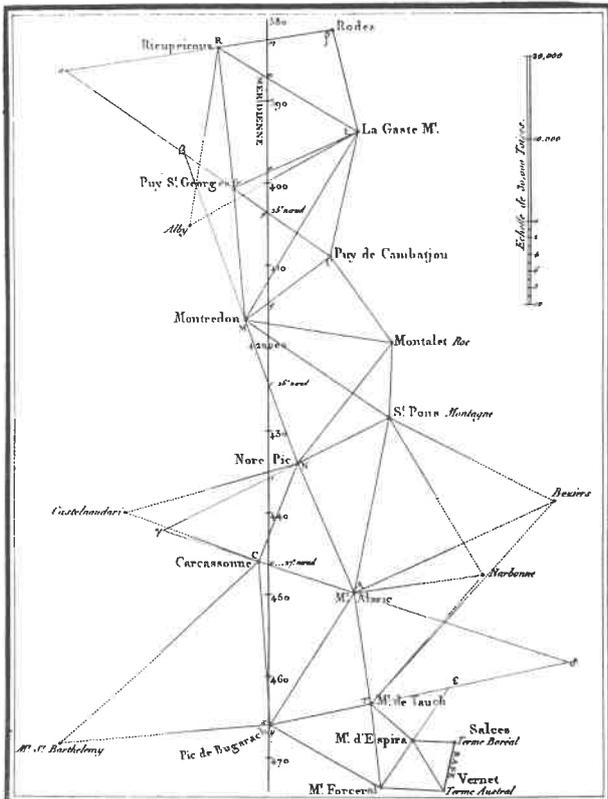
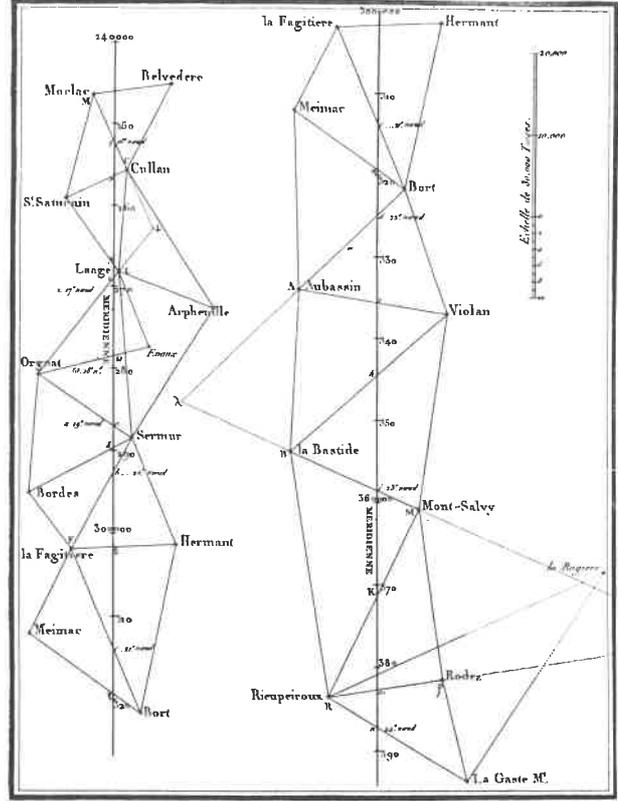
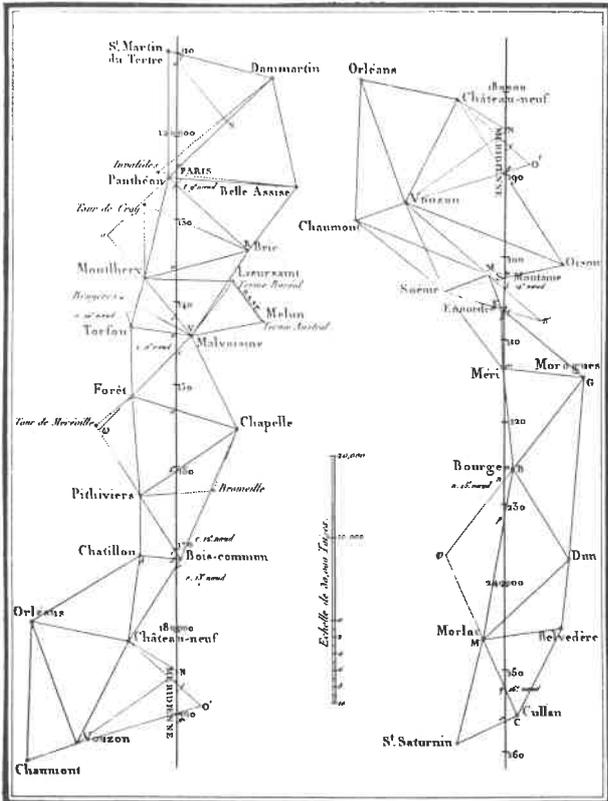


Figure 1

Figure 1 suite



plans de Borda, avait donné toute satisfaction au cours d'une jonction géodésique franco-anglaise en 1787. Borda avait également mis au point un appareil de mesure des bases. Par rapport aux travaux des devanciers, leur précision respective était améliorée par un facteur de l'ordre de 10 ; on pouvait donc espérer surclasser les travaux anciens, quelle qu'en ait été la valeur.

Le constructeur d'instruments de précision Lenoir, chargé de leur exécution, les livrait au printemps 1792 et les deux équipes se mirent en route fin juin, après s'être partagé la besogne, Delambre se chargeant de la partie nord de la chaîne jusqu'à Rodez où Méchain, remontant d'Espagne, le rejoindrait.

Les opérations furent mouvementées ; outre des incidents locaux, elles furent interrompues sous la Terreur ; le comité du Salut-Public avait destitué des membres de la Commission des Poids et Mesures - dont Delambre - et supprimé l'Académie des Sciences ; l'Espagne et la France étaient en guerre. Les travaux ne purent reprendre qu'en avril 1795 et se poursuivirent dès lors sans interruption. On procéda aux calculs.

Le 22 juin 1799, le mètre et le kilogramme étalon étaient présentés au Conseil des Cinq Cents et au Conseil des Anciens, par une commission internationale, composée essentiellement de représentants de petits états alliés de la France, et la commission des Poids et Mesures.

L'équivalence toise-mètre était établie à :
1 toise = 1.9490366 mètres.

A - Précision accessible

Une définition aussi abstraite que celle qu'imposait le décret du 26 mars 1791 n'était réalisable que si les quarts de méridien terrestre étaient identiques, c'est-à-dire si la surface du géoïde était rigoureusement de révolution, symétrique par rapport à son équateur. Elle supposait d'autre part que les observations étaient parfaites, au moins dans les limites admissibles des erreurs de mesure des instruments de l'époque.

1 - Mesures angulaires

La précision des mesures angulaires des cer-

cles répétiteurs était effectivement de l'ordre de la seconde sexagésimale : cela ressort de l'examen des fermetures angulaires des triangles. On sait en effet que la somme des trois angles d'un triangle est fixée a priori par la géométrie ; égale à 180° pour un triangle plan, elle est égale à $180^\circ + E$ sur une sphère, E étant l'excès sphérique, quantité proportionnelle à la surface du triangle, calculable sans erreur, petite en géodésie quoique sensible.

La statistique des erreurs de fermeture des 115 triangles admet pour écart type la valeur $\pm 1",9$ soit pour un angle $e = \pm 1",1$. La fermeture maxima est de $4",7$.

Ces résultats sont très bons et font honneur aux observateurs. Plus tard, les géodésiens français ont retrouvé «in situ» certaines stations de Méchain, la comparaison des angles communs s'est avérée très satisfaisante.

2 - Transmission des côtés

Sachant que l'on a fait le calcul des côtés à partir de la valeur intangible d'une base, on veut connaître l'écart type de la longueur d'un côté du nième triangle de la chaîne.

Pour une chaîne de triangles bien conformés, dont le côté moyen est égal à "a", cet écart type est donné par (valeur approximative) :

$$e \times a \times \sqrt{1,5n}$$

ce qui pour $e = 1/200\ 000$, $a = 30$ km, $n = 80$ entre la base de Paris et celle de Perpignan donne : $\pm 1,65$ m.

Or, le calcul de la chaîne à partir de la base de Melun attribuait à la base de Salces la valeur :

- 11 706,74 m comparée à
- 11 706,40 m (valeur mesurée directement)

Le recoupement était donc tout à fait remarquable.

Il s'avèrera cependant, au cours des opérations ultérieures de triangulation (vers 1830), que l'échelle était très défectueuse en Sologne : il ne s'agissait donc que d'une heureuse compensation des erreurs.

3 - Longueur de la chaîne

L'écart type sur la longueur d'une chaîne de

triangles accolés est donné approximativement par :

$$2/3 \text{ e } x L \times \sqrt{n/2}$$

où L est la longueur de la chaîne.

Compte tenu du fait que la commission calcula la chaîne en deux tronçons à peu près égaux, l'un déduit de la base de Paris, l'autre de celle de Perpignan, on trouve un écart type total de :

$$\pm 8 \text{ m à } \pm 10 \text{ m.}$$

4 - Stations astronomiques

Enfin, si l'on admet que les latitudes astronomiques étaient déterminées à $\pm 1''$ d'arc près (évaluation optimiste) soit $\pm 1'',5$ sur l'amplitude, sachant qu'une seconde d'arc sous tend environ 30 m à la surface terrestre, l'écart type qui en résultait pour la longueur était de $\pm 45 \text{ m}$.

Par un hasard miraculeux, Delambre et

Le calcul précédent montre l'influence prépondérante de la précision des observations astronomiques sur celle du résultat.

Les valeurs que nous avons obtenues - qui sont d'ailleurs optimistes - montrent que dans l'hypothèse d'étude d'un géoïde idéal ellipsoïdique, le mètre résultant des observations avaient-deux chances sur trois d'être matérialisé avec une précision supérieure à 1/25 000...

B - Précision réelle

L'opération de Delambre et Méchain fut justement admirée des contemporains, elle fut le signal d'un exubérant développement d'opérations géodésiques nationales d'où résultèrent de nouveaux arcs dont on compara les résultats ; on calcula les constantes d'ellipsoïdiques déduites d'un traitement d'ensemble. Nous en résumons quelques unes ci-dessous :

Tableau I

Auteur	Epoque	1/2 grand axe (mètres)	Aplatissement	1/4 de méridien (mètres)
Delambre	1810	6 376 985	1/308,64	10 000 724
Bessel	1841	6 377 397	1/299,15	10 000 856
Struve	1845	6 378 298	1/294,73	10 002 018
Clarke	1880	6 378 249	1/293,47	10 001 868
Helmert	1907	6 378 200	1/298,30	10 002 067
Hayford	1909	6 378 388	1/297,00	10 002 288
Krassovsky	1942	6 378 245	1/298,30	10 002 138
Réf. Internat	1980	6 378 137	1/298,26	10 001 966

Méchain opérant indépendamment l'un de l'autre, obtenaient pour la croix du Panthéon, respectivement :

$$48^\circ 50' 48'',86 \text{ et } 48^\circ 50' 48'',37$$

valeur qu'ils portent à $48^\circ 50' 49'',37$ et qui sera trouvée égale à :

$$48^\circ 50' 46'',6 \text{ vers } 1890$$

lors de la reprise de la méridienne de France par Bassot et ses adjoints (1890).

Précision résultante : composant les écarts types de 3 et 4, on obtient :

$$\sqrt{(10)^2 + (45)^2} = \pm 48 \text{ m}$$

Si la définition du mètre de 1791 avait été réaliste, on devrait trouver des valeurs du quart de méridien voisines de 10 000 000 de mètres, à ± 400 mètres près environ, on est loin du compte et les arcs les plus récents sont d'accord pour fixer la discordance à 2 kilomètres environ...

On ne saurait soupçonner l'habileté des observateurs, leur totale conscience professionnelle non plus que la précision de leurs appareils ; il faut donc chercher une autre explication ; elle est évidente aujourd'hui : le géoïde n'est pas une surface de révolution et aucun de ses méridiens n'est identique à un autre, autrement dit, la définition théorique était inaccessible et fallacieuse.

Le géoïde est une boule, qui dans l'ensemble peut être assimilé à un ellipsoïde de révolution, mais qui en détail en diffère de manière à interdire toute généralisation et toute extrapolation.

1 - La déviation de la verticale

Les géodésiens appellent - improprement - déviation de la verticale, la différence angulaire existant en un point donné entre la direction de la verticale physique, le fil à plomb (que donnent les mesures astronomiques) et la verticale théorique qui est précisément la direction, au même point, de la normale à l'ellipsoïde de référence support de la triangulation.

Latitudes et longitudes astronomiques résultent directement d'observations stellaires sans autre intermédiaire, latitudes et longitudes géodésiques se calculent à partir des résultats de la triangulation, appliquée sur un ellipsoïde convenablement choisi. Si l'on calcule la même triangulation sur deux ellipsoïdes différents, les coordonnées géodésiques varieront consé-

quemment, les coordonnées astronomiques restant intangibles : la déviation de la verticale dépend donc du choix de l'ellipsoïde de référence.

2 - Ses causes

La cause principale est l'action d'attraction perturbatrice qu'exercent les masses montagneuses et leur soubassement sur la direction du fil à plomb. Si on considère un profil méridien nord-sud par exemple traversant une chaîne de montagnes, au nord de la chaîne, le fil à plomb sera attiré vers le sud et inversement ; l'angle des verticales physiques entre nord et sud sera supérieur à celui que l'on trouverait par la géodésie, le géoïde est plus bombé que l'ellipsoïde dans cette région, et la différence des latitudes astronomiques et géodésiques en chaque point représente la pente du géoïde par rapport à l'ellipsoïde de référence. On peut à partir de cette pente calculer par intégration le relief du géoïde, à condition que l'on dispose d'un nombre suffisant de stations astronomiques le long du profil considéré.

3 - Le géoïde astrogéodésique en France

Un géoïde résultant de la comparaison des coordonnées astronomiques et géodésiques d'un réseau d'ensemble, couvre l'Europe occidentale (figure 2). C'est une représentation en courbes de niveau du relief du géoïde par rapport à l'ellipsoïde de Hayford (cf. tableau I), sur lequel on a calculé l'ensemble des triangulations européennes ; c'est le système dit Europe 1950, date de son achèvement.

La figure 3 en est extraite, elle représente la section de ce géoïde, par la méridienne Dunkerque Barcelone. Le profil du géoïde est la courbe D, P, E, C, B (**D**unkerque, **P**aris, **E**vau, **C**arcassonne, **B**arcelone), les latitudes sont reportées en abscisses. L'attention du lecteur est attirée sur la bosse P, E, C, B. Elle représente la courbure relative du géoïde par rapport à la ligne pointillée, c'est-à-dire par rapport à un ellipsoïde de Hayford convenablement placé, ce qui signifie que le géoïde, selon la méridienne, est beaucoup plus bombé que cet ellipsoïde. Vers 1804, Legendre, par la méthode des moindres carrés qu'il venait de découvrir, trouvait en utilisant les 5 stations astronomiques D, P, E, C, B un aplatissement de

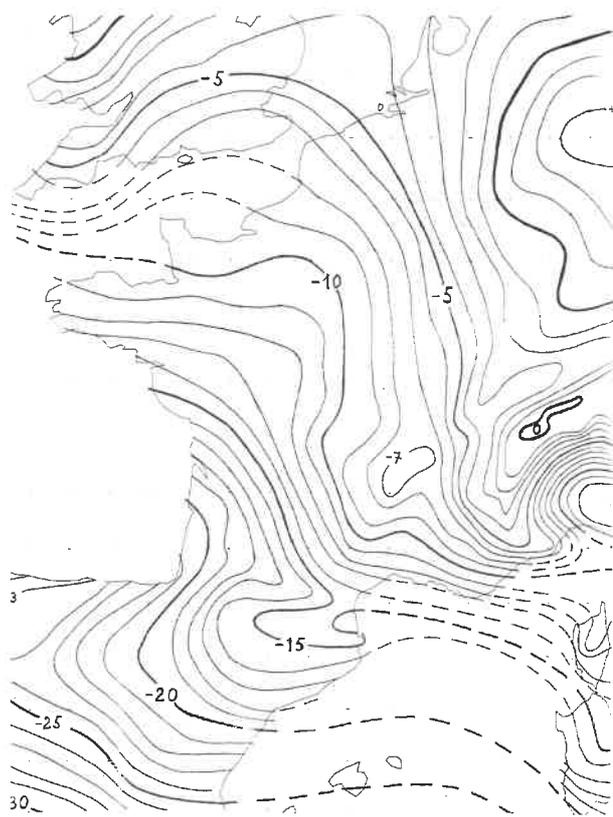
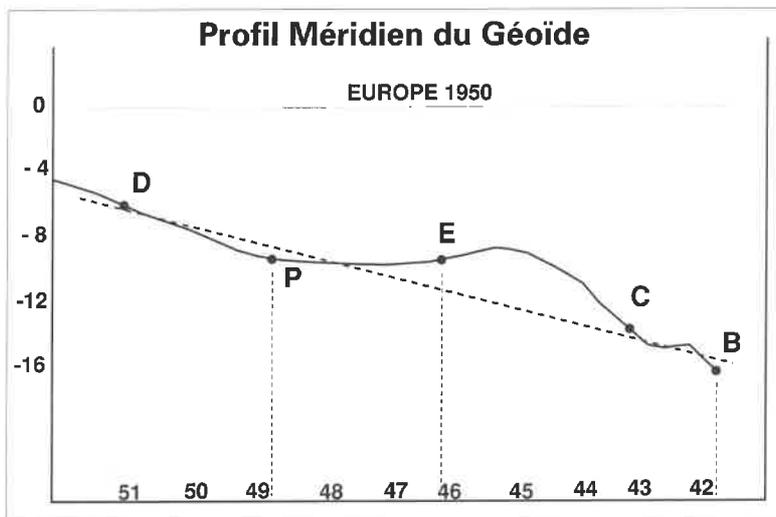


Figure 2

Figure 3



1/150, peu compatible avec ce que l'on connaissait par ailleurs.

Le géoïde européen a été calculé par intégration des valeurs des déviations de verticale résultant de la comparaison des observations astronomi-

+ 3" à Evaux,
- 4" à Carcassonne,
- 10" à Montjuich.

On peut en tirer une intéressante vérification de la précision des mesures de Delambre et Méchain.

Le réseau Europe 1950 est calculé sur des triangulations modernes ; il est totalement indépendant dans ses mesures angulaires, astronomiques, ou son échelle, des mesures de 1792-1798.

Appliquons alors aux valeurs astronomiques des stations de Delambre et Méchain, les déviations de verticale observées sur Europe 50 et calculons sur ces éléments ainsi ramenés à l'ellipsoïde de Hayford, les longueurs des segments Dunkerque-Paris, Paris-Evaux, Evaux-Carcassonne, Carcassonne-Barcelone, Dunkerque-Barcelone ; comparons avec les distances obtenues par Delambre.

Tableau II

Stations	Latitude astronomique	Correction	Latitude géodésique	Distance 1950 (toises)	Distance 1799 (toises)
Dunkerque	51°02'09",20	+ 3"	51°02'12",20	124 933,5	124 944,8
Paris	48°50'49",37	+ 2"	48°50'51",37	152 309,9	152 293,1
Evaux	48°10'42",54	- 3"	46°10'39",54	168 839,3	168 848,7
Carcassonne	43°12'54",30	+ 4"	43°12'58",30	105 506,6	105 499,0
Montjuich	41°21'44",90	+10"	41°21'54",96		

ques de latitude et de longitude à leurs valeurs calculées sur le réseau Europe 1950.

On en connaît donc a priori la valeur aux stations de la méridienne de Delambre :

- 3" dans la région de Dunkerque *,
- 2" dans la région de Paris *,

* On n'a pas fait d'observations astronomiques directes en cette station.
On s'est basé sur une moyenne régionale de 3 ou 4 points situés au plus près.
Le pays étant très peu accidenté, la différence ne dépasse certainement pas 0".5.

Le calcul direct de l'arc entre Dunkerque et Barcelone donne :

Distance 1950 ... 551 589.3 toises
Distance 1799 ... 551 584 toises

Ce dernier résultat est le plus important, les distances des segments intermédiaires sont moins sûres en raison de l'arrondi des valeurs de déviation de la verticale qui se fait évidemment moins sentir sur l'arc total que sur les segments partiels, ce que confirme un examen immédiat.

Cette concordance avec des travaux postérieurs de plus d'un siècle montre l'excellence des

Figure 4



mesures de Delambre et Méchain. C'est une inopportune déviation de la verticale qui leur a donné un mètre «trop court» par rapport à une définition plus générale tirée de la moyenne d'un grand nombre d'arcs.

Il n'est, pour deviner la cause de cette déviation, que de jeter un coup d'oeil sur la carte de la côte espagnole de Perpignan à Barcelone. Le fort de Montjuich est situé au sud de la ville, sur la

rive droite du Llobregat. Il est adossé à la mer au sud dont la côte, dans la région de Barcelone, suit la direction ouest-sud ouest.

Au nord de Barcelone (fig. 4), les contreforts des Pyrénées à une trentaine de kilomètres, s'élèvent déjà à 1 500 m et plus jusqu'au massif du Canigou et à la ligne de partage des eaux de la chaîne.

Il y a donc attraction du fil à plomb par le massif Pyrénées sans que les masses attractives soient balancées au sud.

C - Sur le rapport de l'Académie

Il est difficile de croire que les auteurs du rapport ignoraient totalement l'attraction locale et la disparité des méridiens.

La déviation de verticale avait été mise en évidence et interprétée comme telle par Bouguer au XVIIIème siècle qui avait cherché à mesurer l'action perturbatrice du Chimborazo sur la direction du fil à plomb, au cours de l'expédition du Pérou. La Caille de son côté écrivait en 1758 : « si l'on admet la conjecture des Jésuites italiens qui pensent qu'à Perpignan, le voisinage des Pyrénées a pu faire dévier le fil à plomb de notre instrument vers le sud... il faudra abandonner toutes les déterminations de degré... faites à Perpignan ... ». Enfin, l'Astronome Royal, Maskelyne, avait entrepris des expériences dans ce sens et confirmé ces faits.

Le rapport de l'Académie se borne à une discrète allusion. « Il y a intérêt, dit-il, à mesurer un arc s'étendant jusqu'à Barcelone... pour s'étendre au-delà des Pyrénées et de soustraire aux incertitudes que leur effet sur les instruments peut produire dans les observations... ».

Dans les mémoires de l'Académie pour l'année 1786, Laplace cherchant à calculer l'aplatissement terrestre à partir des mesures d'arc et de pesanteur alors connues, explique : « ... de là nous pouvons conclure que l'hypothèse d'une figure elliptique (de la terre) ne peut pas se concilier avec les observations de la mesure des degrés terrestres et que la terre s'écarte sensiblement de cette figure ; de plus il est fort probable qu'elle n'est pas formée de deux parties semblables de chaque côté de l'Equateur ... on peut même soupçonner d'après ces mesures que la terre n'est pas un solide de révolution, mais les erreurs dont elles sont susceptibles ne permettent pas de se prononcer sur cet objet ... ».

Le rapport de l'Académie, quoique laconique dit clairement «... la régularité de ce cercle (l'équateur) n'est pas plus assurée que la simili-

tude ou la régularité des méridiens ... » mais ajoute «... l'erreur que l'on peut commettre ne serait pas sensible. L'hypothèse elliptique ne peut s'éloigner de la réalité dans l'arc dont la grandeur sera mesurée immédiatement ... ».

Insister plus longuement ne mènerait à rien ; je pense que Laplace et ses collègues avaient, de bonne foi, sous-estimé la disparité des méridiens et l'influence de la déviation de la verticale ; quant à la reproductibilité, ils savaient parfaitement, sans le dire ouvertement, que les vérifications possibles sur d'autres méridiens ne pouvaient mener à grand chose, sinon à ergoter sur des précisions de mesure.

Il est probable que l'on n'aurait pas mieux fait en choisissant comme unité la longueur du pendule simple battant la seconde. Borda avait mis au point un très remarquable pendule dont Biot, ultérieurement, se servira dans toute l'Europe, mais la nature même du problème ne se prête guère à une définition reproductible : le pendule « simple » n'existe pas.

Il est relativement facile de construire un pendule composé battant la seconde de temps en un lieu donné, la difficulté est d'en déduire la longueur du pendule simple correspondant, et là encore, la reproductibilité n'aurait pu se concevoir, sauf à opérer avec un appareil identique, au même point. D'autre part, l'expérience n'aurait guère été plus précise : Borda avait trouvé qu'à l'Observatoire de Paris, la longueur du pendule simple battant la seconde était de 440,5513 lignes, soit 0.993827 m ce qui donnait pour l'accélération de la pesanteur au même point :

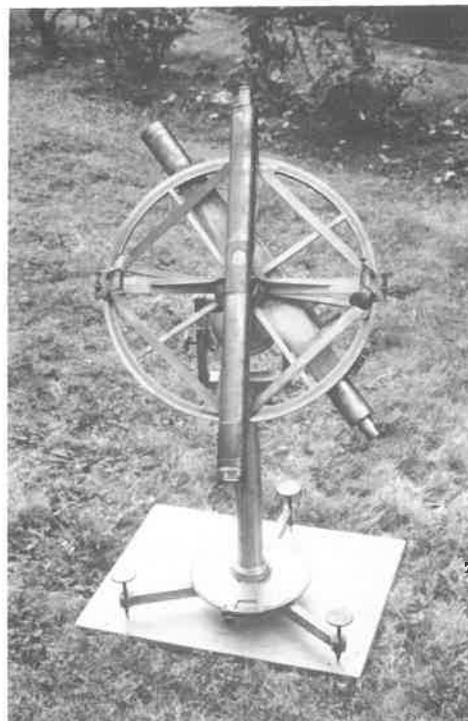
$$g = 980.868$$

Bien qu'on ne sache pas aujourd'hui quel était l'emplacement précis de la station de Borda, on sait que cette accélération y serait de l'ordre de :

$$g = 980.93$$

correspondant à une longueur différente de 6×10^{-5} , et la répétition d'expériences à la station même n'aurait pu engendrer que perplexité et confusion. Rappelons pour confirmation, qu'en 1905, Kuhn et Fürtwangler, s'entourant de toutes les précautions possibles et travaillant pendant plusieurs années à Potsdam n'auraient pu définir une telle longueur qu'à $\pm 1,5 \times 10^5$...

Figures 5



L'I.G.N. possède dans ses collections un cercle répétiteur de Lenoir qui pourrait avoir été l'un des deux cercles de Méchain. Mais l'identification certaine est impossible quoique non invraisemblable. Les photographies ont été prises par Monsieur Louis Moucquet, Ingénieur des Travaux Météorologiques.

II - Epilogue

En 1792, l'adhésion du monde savant n'était pas unanime, certains blâmèrent comme inutilement coûteuse l'opération de mesure de la méridienne, on décida même en 1795 d'établir un mètre provisoire basé sur la méridienne de La Caille. Borda et Brisson, chargés de la construire, lui attribuèrent la longueur de :

3 pieds, 11 lignes, 44 (loi du 18 Germinal An III)

La loi du IX Frimaire, An VIII abrogea purement et simplement la loi du 18 Germinal An III et fixa comme on l'a vu à :

3 pieds, 11 lignes, 296

la longueur officielle du mètre par rapport à la toise de l'Académie qui avait servi de module à la commission des Poids et Mesures.

L'adoption du nouveau système en France même, fut assez longue à s'imposer, mais l'évolution était irréversible :

En 1817, Louis XVIII décidait la mise en chantier d'une nouvelle carte de France. Dans la commission chargée d'étudier les modalités de l'opération figuraient deux vétérans de la com-

mission des Poids et Mesures - et non des moindres - Laplace et Delambre.

La méridienne de 1792-1799 fut adoptée telle quelle comme base d'appui de la triangulation nationale de la future carte d'Etat Major au 1/80 000.

Les mesures géodésiques (figure 5) furent exécutées avec les matériels conçus par Borda ; le système métrique, y compris le grade comme unité angulaire, fut imposé et la description géométrique du pays fut calculée sur un ellipsoïde dit de Plessis, dont le quart de méridien mesurait exactement dix millions de mètres.

La Restauration pouvait-elle rendre un plus bel hommage à la Révolution ?

Le rapport de l'Académie des Sciences avait été rédigé pour entraîner l'adhésion de l'Assemblée Nationale ; les motifs invoqués ne pouvaient que la séduire : universalité du système, changement radical avec le passé, etc ... Les hommes de génie qui le conçurent voyaient loin et juste, l'avenir confirma leur intuition. Peu importait que la définition méridienne soit théoriquement correcte ou non, elle était invérifiable à l'époque ; il n'est même pas impossible qu'elle ait été choisie de préférence à la définition pendulaire pour cette raison même. Il fallait frapper un grand coup, il fut frappé et le résultat fut définitif.

POUR EN SAVOIR PLUS

BIBLIOGRAPHIE

J.B. Delambre, *Les bases du système métrique décimal*, 3 tomes, biblio. Observatoire et Institut.

P.S. Laplace, *Exposition du système du monde*, Fayard 1984, édition de 1835. Corpus des œuvres de philosophie en langue française sous la direction de Michel Serres.

G. Bigourdan, *Le Système métrique des poids et mesures*, Gauthier Villars, 1901.

F. Trystram, *Le procès des étoiles*, Seghers, 1979, récit de l'expédition géodésique du Pérou (1735 - 1745).

H. Lacombe, P. Costabel, *La figure de la Terre du XVIIIe siècle à l'ère spatiale*, Académie des Sciences, Gauthier Villars, 1988.

J.-J. Levaillois, *Mesure de la Terre - 300 ans de géodésie française*, Association Française de Topographie, 136 bis, rue de Grenelle, Paris, 1989.

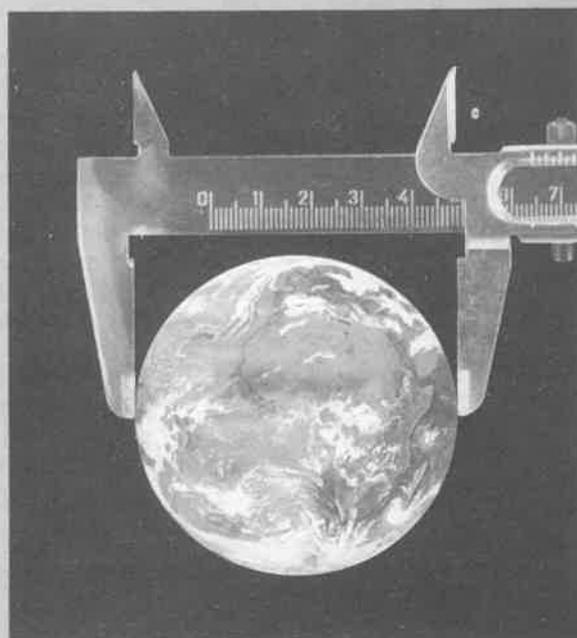
A.M. Motais de Narbonne, J. Alexandre, *Une mesure révolutionnaire : le mètre*, Observatoire de Paris, 1988.

J.J. LEVALLOIS

MESURER LA TERRE

300 ANS
DE GEODESIE FRANÇAISE

De la toise du Châtelet
au satellite



Presses de l'école nationale des
Ponts et chaussées

Association
Française de
Topographie

Disponible à l'AFT, 136 bis, rue de Grenelle, 75700 Paris - Broché 230 F - Relié 300 F (tirage limité)

A propos de la réduction des distances à l'ellipsoïde de référence

par Paul COURBON

Ingénieur des Travaux Géographiques de l'Etat - Géomètre expert
Professeur à l'Institut d'Enseignement Technique de la Grande Tourrache - Toulon

Suite à l'article "Réduction des longueurs", écrit par l'Ingénieur Général Géographe d'Hollander dans la revue XYZ n°30 (1987), je suis amené à critiquer ce qui est enseigné à ce sujet dans les écoles de géomètres ; en ce qui me concerne, je remets en cause les formules que nous inculquons aux élèves que nous préparons au Brevet Technique de topographie, et qui ont été inculquées à de nombreux géomètres experts.

L'altitude moyenne dans la réduction des distances

Pourquoi avoir pris une altitude moyenne ? Comme nous le verrons plus loin, dans une première approximation très suffisante jusqu'à 4 ou 5 km, cela ne s'imposait pas ; je dirai même que cela est illogique au regard de notre procédé de calcul.

En fait, les théoriciens ont pris une altitude moyenne parcequ'ils ne voulaient pas privilégier une extrémité de la longueur mesurée par rapport à l'autre. Or, dans les calculs que nous faisons, nous prenons un *site non réciproque* : celui de A sur B ou encore de B sur A, ce qui est en contradiction avec le souci des théoriciens.

Il faut noter que la formule rigoureuse employée en géodésie tient compte des hauteurs au-dessus de l'ellipsoïde des deux extrémités de la visée, mais elle ne fait pas intervenir directement l'altitude moyenne.

$$D_o = D_p \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{\Delta H}{D_p}\right)^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right)\left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}} \quad (1)$$

D_p est la distance AB suivant la pente, H_A et H_B sont les hauteurs au-dessus de l'ellipsoïde de référence, assimilables en topométrie aux altitudes Z_A et Z_B ; $\Delta H = H_B - H_A$; R est le rayon de courbure moyen dans la direction considérée ; D_o est la distance réduite à l'ellipsoïde de référence. On remarquera que cette formule nous permet de passer directement de D_p à D_o , sans passer par D_h .

Si nous voulons employer une formule plus simple ou plus pédagogique, tout en employant une altitude moyenne, il faut prendre certaines précautions de réciprocité. Ce sont ces précautions qui ont été oubliées dans ce qui est inculqué dans la filière d'enseignement des géomètres et qui font que la formulation :

$$\begin{cases} D_h = D_p \cdot \cos i \\ D_o = D_h \left(1 - \frac{H_m}{H_m + R}\right) \cong D_h \left(1 - \frac{H_m}{R}\right) \end{cases} \quad (2)$$

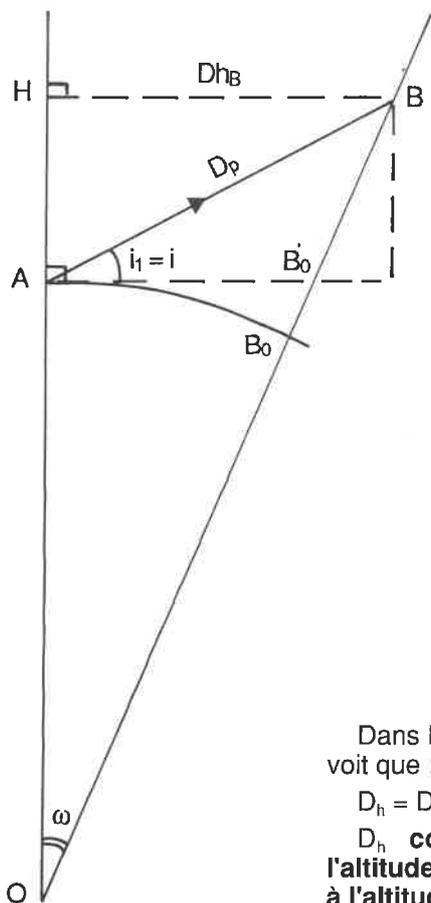
est incorrecte

$$\text{avec } H_m = \frac{H_A + H_B}{2}$$

L'erreur introduite par cette formulation est dans certains cas bien supérieure à la précision des appareils actuels. Dans une polygonalement de précision *en terrain accidenté*, elle crée des erreurs systématiques non négligeables, quand on dépasse des cotes de 600 m. Monsieur d'Hollander nous le montre dans son article où deux tableaux font apparaître les erreurs commises ; encore ces tableaux sont-ils limités à des sites de 6,50 gr qui peuvent être dépassés en Provence ou dans les massifs montagneux français. On dépasse ainsi 14 cm d'erreur pour une visée de 4.600 m, avec un site de 6,50 gr. On retrouve aussi cette erreur dans mon tableau de calcul, joint ci-après, quand on compare la D_o obtenue avec la formule (1) et avec la formule (2) (dernière colonne).

Redémonstration d'une formule approchée

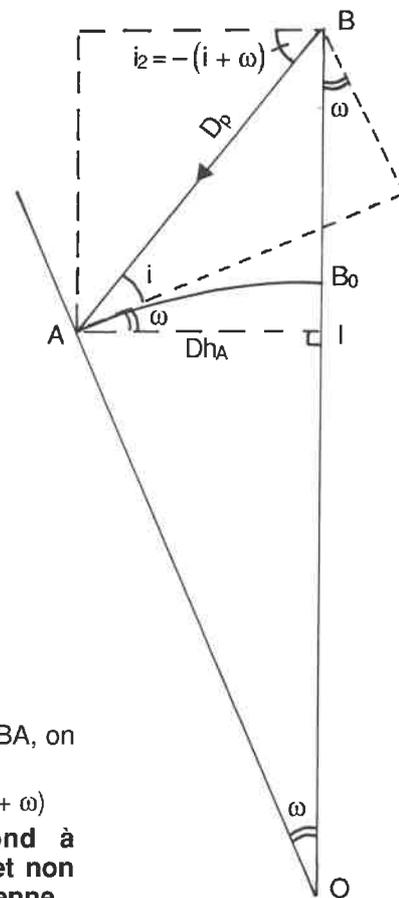
Dans la démonstration qui suit, seule la sphéricité a été prise en compte ; j'ai occulté la réfraction en traçant des visées droites plus commodes pour la démonstration et le calcul. Il en résulte une erreur minime, de l'ordre du cm pour une visée de 3 km avec un site de 6,50 gr et inférieure à 3 cm pour une visée de 4,6 km avec le même site, ce qui est d'autant plus satisfaisant pour une *formule approchée* que cette erreur est inférieure à la précision de mesure de telles longueurs.



Dans le sens AB, on voit que :

$$D_h = D_p \cdot \cos i$$

D_h correspond à l'altitude de B et non à l'altitude moyenne.



Dans le sens BA, on voit que :

$$D_h = D_p \cdot \cos (i + \omega)$$

D_h correspond à l'altitude de A et non à l'altitude moyenne.

Si on considère la visée dans le sens AB, l'angle d'inclinaison vaut : $i = 6,50$ gr.

Avec $D_p = 4600$ m, nous avons :

$$D_{hB} = 4600 \cdot \cos 6,50 \text{ gr} = 4576,04 \text{ m}$$

Supposons $H_A = 0$

Nous obtenons : $D_p \cdot \sin i + NA = 470,26$ m

La distance réduite à l'ellipsoïde est rigoureusement $D_o = AB_o = R\omega$, mais

$$AB_o = R \cdot \text{tg} \omega = R \left(\omega + \frac{\omega^3}{3} \right); \text{ donc } D_o \cong AB_o \quad (1)$$

$$D_o \cong D_{hB} \left(1 - \frac{H_B}{R} \right) \quad (3)$$

Avec $R = 6369$ km, $D_o = 4575,706$ m

(1) terme négligé : $R \frac{\omega^3}{3}$. Si $D_o = 5$ km, $\omega = 5$ cgr = $5 \times \frac{\pi}{2} \times 10^{-4}$

Pour $R = 6367$ km = $\frac{20000 \text{ km}}{\pi}$,

on a : $R \frac{\omega^3}{3} = 1,02 \times 10^{-6}$ km = $1,02 \times 10^{-3}$ m,

de l'ordre du mm, donc tout à fait négligeable.

Si on considère la visée dans le sens BA, en prenant l'angle homologue i de la figure de gauche, l'angle d'inclinaison en B est :

$$i_2 = - (6,50 + 0,046) = -6,546 \text{ gr}$$

Avec $D_p = 4600$ m

$$D_{hA} = 4600 \cdot \cos 6,546 \text{ gr} = 4575,705 \text{ m}$$

Comme précédemment, $D_o = AB_o = R\omega$.

Mais,

$$AI = D_{hA} = R \cdot \sin \omega = R \left(\omega - \frac{\omega^3}{6} \right)$$

Nous voyons que $D_{hA} \cong D_o$ (2)

Avec $R = 6369$ km, $D_o = 4575,706$ m

(2) terme négligé : $R \frac{\omega^3}{6}$. Si $D_o = 5$ km, $\omega = 5$ cgr

on trouve une erreur de l'ordre du demi mm.

On voit ici qu'il n'est pas indispensable de faire intervenir l'altitude moyenne

$$H_m = \frac{H_A + H_B}{2} \quad \left(\frac{H_B}{2} \text{ dans ce cas particulier.} \right)$$

Si, par raison de symétrie, nous voulons faire intervenir l'altitude moyenne entre A et B, ce n'est ni $D_h = D_p \cdot \cos i$, ni $D_h = D_p \cdot \cos (i + \omega)$

qu'il faut prendre en considération, mais comme l'a démontré M. d'Hollander :

$$\left. \begin{aligned} D_{hm} &= D_p \cdot \cos \left(i + \frac{\omega}{2} \right) \\ \text{et } D_o &= D_{hm} \left(1 - \frac{H_m}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Le tableau ci-dessous permet de comparer les résultats obtenus pour quatre valeurs de D_p : 1000 m, 2000 m, 3000 m, 4600 m de 5 manières différentes :

- 2 procédés rigoureux tenant compte de la réfraction,
- 2 procédés moins rigoureux qui tiennent compte

de la sphéricité, mais négligent la réfraction,

— le cinquième procédé étant celui en usage dans l'enseignement du brevet technique et qui est employé par de nombreux géomètres ; dans cet exemple, il est insuffisant à partir de 2 km et peut l'être pour des distances bien inférieures quand on a des pentes plus fortes.

Tableau comparatif des calculs de D_o

Pour simplifier les calculs, nous avons pris $H_A = 0$. On a donc $H_B = D_p \cdot \sin i + n \cdot a \cdot \left(n \cdot a^{(m)} = \frac{D^2 (km)}{15} \right)$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
D_p angle d'inclinaison	H_A	H_B en m	D_o par formule (1) géodésie en m ⁽¹⁾	D_o par formule de M. d'Hollander en m ⁽²⁾	D'_o par formule (3) en m ⁽³⁾	$\Delta^{(6)}$ cm	D'_o par formules (4) en m ⁽⁴⁾	$\Delta^{(6)}$	D'_o par formules (2) en m ⁽⁵⁾	$\Delta^{(6)}$
$D_p = 1000,00$ m $i = 6,50$ gr	0	101,99	994,778	994,778	994,776	— 0,2	994,776	— 0,2	994,784	+ 0,6
$D_p = 2000,00$ m $i = 6,50$ gr	0	204,12	1989,525	1989,525	1989,521	— 0,4	1989,520	— 0,5	1889,552	+ 2,7
$D_p = 3000,00$ m $i = 6,50$ gr	0	306,37	2984,244	2984,244	2984,233	— 1,1	2984,233	— 1,1	2984,305	+ 6,1
$D_p = 4600,00$ m $i = 6,50$ gr	0	470,26	4575,730	4575,730	4575,706	— 2,4	4575,705	— 2,5	4575,875	+ 14,5

(1) le calcul de D_o dans la colonne 4 est fait par la formule de la géodésie : $D_o = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{\Delta H}{D_p}\right)^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right)\left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}}$; $R = 6369$ km

(2) le calcul de D_o dans la colonne 5 est fait par la formule $Dh_m = D_p \cdot \cos\left(i + \frac{\omega}{2}\right)$
 i' est l'angle d'inclinaison corrigé de la réfraction, ω l'angle des verticales en A et B.

D_o s'obtient à partir de Dh_m en faisant intervenir $H_m = \frac{H_A + H_B}{2}$

(3) le calcul de D_o dans la colonne 5 correspond à celui que j'ai fait ci-dessus : $Dh_B = D_p \cdot \cos i$, $D_o \equiv Dh_B \left(1 - \frac{H_B}{R}\right)$;
 H_B est l'altitude du point visé.

(4) le calcul de D_o dans la colonne 8 est effectué au moyen des formules (4) : $Dh_m = D_p \cdot \cos\left(i + \frac{\omega}{2}\right)$, $D_o \equiv Dh_m \left(1 - \frac{H_m}{R}\right)$.

(5) le calcul de D_o dans la colonne 10 est fait selon les errements actuels et les formules enseignées aux géomètres (formule (2) ci-dessus) qui ne présentent plus de rigueur suffisante au-delà de 2 km, compte tenu de la précision des instruments modernes.

(6) les Δ correspondent aux différences exprimées en cm entre les résultats obtenus par les formules simplifiées :
 D'_o est la valeur exacte. $D_o : \Delta D = D'_o - D_o$.

Propositions pour les programmes d'enseignement

1) Soit, nous enseignons que pour réduire les distances au niveau zéro, il faut prendre l'altitude du point visé. Dans notre exemple, si on prend la visée A sur B, ($i = 6,50$ gr), il faut prendre l'altitude de B ; si nous avons pris la visée de B sur A ($i = 6,546$ gr), il aurait fallu prendre l'altitude de A.

2) Soit, nous enseignons comme précédemment qu'il faut prendre l'altitude moyenne, mais alors il faut écrire :

$$D_h = D_p \cdot \cos\left(i + \frac{\omega}{2}\right)$$

et non $D_h = D_p \cdot \cos i$, dès que la distance dépasse 600 m. L'angle ω est facile à calculer : 1 cgr par km de distance.

3) De toutes manières, même si on ne la démontre pas aux élèves qui préparent le brevet technique, on peut enseigner la formule (1) employée en géodésie, facile à programmer et qui ne pose aucun problème d'application avec les calculatrices électroniques. De la même manière que l'on fait appliquer les formules de tolérance de 1980 sans les avoir démontrées !

Tableau I

i (gr)	Dp (m)	400	500	600	700	800	900	1 000	1 100	1 200	1 300	1 400
0,5		- 0,02	- 0,03	- 0,04	- 0,06	- 0,07	- 0,09	- 0,11	- 0,14	- 0,16	- 0,19	- 0,22
1,0		- 0,04	- 0,06	- 0,08	- 0,11	- 0,14	- 0,18	- 0,23	- 0,27	- 0,33	- 0,38	- 0,44
1,5		- 0,05	- 0,09	- 0,12	- 0,17	- 0,22	- 0,28	- 0,34	- 0,41	- 0,49	- 0,58	- 0,67
2,0		- 0,07	- 0,11	- 0,16	- 0,22	- 0,29	- 0,37	- 0,45	- 0,55	- 0,65	- 0,77	- 0,89
2,5		- 0,09	- 0,14	- 0,20	- 0,28	- 0,36	- 0,46	- 0,57	- 0,69	- 0,82	- 0,96	- 1,11
3,0		- 0,11	- 0,17	- 0,24	- 0,33	- 0,44	- 0,58	- 0,68	- 0,82	- 0,91	- 1,15	- 1,33
3,5		- 0,13	- 0,20	- 0,29	- 0,39	- 0,51	- 0,64	- 0,79	- 0,96	- 1,14	- 1,34	- 1,55
4,0		- 0,14	- 0,23	- 0,33	- 0,44	- 0,58	- 0,73	- 0,91	- 1,10	- 1,30	- 1,53	- 1,77
4,5		- 0,16	- 0,25	- 0,37	- 0,50	- 0,65	- 0,82	- 1,02	- 1,23	- 1,47	- 1,72	- 2,00
5,0		- 0,18	- 0,28	- 0,41	- 0,55	- 0,72	- 0,92	- 1,13	- 1,36	- 1,63	- 1,91	- 2,21
5,5		- 0,20	- 0,31	- 0,45	- 0,61	- 0,79	- 1,01	- 1,24	- 1,50	- 1,79	- 2,10	- 2,43
6,0		- 0,22	- 0,34	- 0,49	- 0,66	- 0,87	- 1,10	- 1,35	- 1,64	- 1,95	- 2,29	- 2,65
6,5		- 0,23	- 0,37	- 0,53	- 0,72	- 0,94	- 1,19	- 1,47	- 1,77	- 2,11	- 2,48	- 2,87

Le trait épais en escalier sépare les zones du tableau pour lesquelles, lorsqu'on prend la formule approchée $(Dh_A)_{app} = Dp \cos i$, l'erreur commise est inférieure à 0,5 cm, de celle pour laquelle l'erreur commise est supérieure ou égale à 0,5 cm.

Tableau II donnant les corrections en cm à apporter à la valeur approchée $Dh_{(AB)} = Dp \cos i$ lorsqu'on veut obtenir la distance rigoureuse réduite à l'horizon du point I d'altitude moyenne entre A et B

i (gr)	Dp (m)	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800	3000	3200	3400	3600	3800	4000	4200	4400	4600
0,50		- 0,1	- 0,1	- 0,2	- 0,2	- 0,3	- 0,3	- 0,35	- 0,4	- 0,5	- 0,5	- 0,6	- 0,7	- 0,7	- 0,8	- 0,9	- 1,0	- 1,1
1,00		- 0,2	- 0,3	- 0,4	- 0,4	- 0,5	- 0,6	- 0,7	- 0,8	- 0,9	- 1,1	- 1,2	- 1,3	- 1,5	- 1,7	- 1,8	- 2,0	- 2,2
1,50		- 0,3	- 0,4	- 0,5	- 0,6	- 0,8	- 0,9	- 1,0	- 1,2	- 1,4	- 1,6	- 1,8	- 2,0	- 2,2	- 2,5	- 2,7	- 3,0	- 3,3
2,00		- 0,4	- 0,5	- 0,7	- 0,8	- 1,0	- 1,2	- 1,4	- 1,6	- 1,9	- 2,1	- 2,4	- 2,7	- 3,0	- 3,3	- 3,7	- 4,0	- 4,4
2,50		- 0,5	- 0,7	- 0,8	- 1,0	- 1,3	- 1,5	- 1,7	- 2,0	- 2,3	- 2,6	- 3,0	- 3,4	- 3,7	- 4,1	- 4,6	- 5,0	- 5,5
3,00		- 0,6	- 0,8	- 1,0	- 1,2	- 1,5	- 1,8	- 2,1	- 2,4	- 2,8	- 3,2	- 3,6	- 4,0	- 4,5	- 5,0	- 5,5	- 6,0	- 6,6
3,50		- 0,7	- 0,9	- 1,2	- 1,4	- 1,7	- 2,1	- 2,4	- 2,8	- 3,3	- 3,7	- 4,2	- 4,7	- 5,2	- 5,8	- 6,4	- 7,0	- 7,7
4,00		- 0,8	- 1,1	- 1,3	- 1,6	- 2,0	- 2,4	- 2,8	- 3,2	- 3,7	- 4,2	- 4,8	- 5,4	- 6,0	- 6,6	- 7,3	- 8,0	- 8,7
4,50		- 0,9	- 1,2	- 1,5	- 1,9	- 2,2	- 2,7	- 3,1	- 3,6	- 4,2	- 4,7	- 5,4	- 6,0	- 6,7	- 7,4	- 8,2	- 9,0	- 9,8
5,00		- 1,0	- 1,3	- 1,7	- 2,1	- 2,5	- 3,0	- 3,5	- 4,0	- 4,6	- 5,3	- 6,0	- 6,7	- 7,5	- 8,3	- 9,1	- 10,0	- 10,9
5,50		- 1,1	- 1,5	- 1,8	- 2,2	- 2,7	- 3,3	- 3,8	- 4,5	- 5,1	- 5,8	- 6,6	- 7,3	- 8,2	- 9,1	- 10,0	- 11,0	- 12,0
6,00		- 1,2	- 1,6	- 2,0	- 2,5	- 3,0	- 3,6	- 4,2	- 4,8	- 5,6	- 6,3	- 7,1	- 8,0	- 8,9	- 9,9	- 10,9	- 12,0	- 13,1
6,50		- 1,3	- 1,7	- 2,2	- 2,7	- 3,2	- 3,9	- 4,5	- 5,2	- 6,0	- 6,8	- 7,7	- 8,7	- 9,7	- 10,7	- 11,8	- 12,9	- 14,2



SETAM Informatique

2, rue du Square Jean.Gibert-78114 - Magny-lès-Hameaux

Au service des géomètres depuis 1973

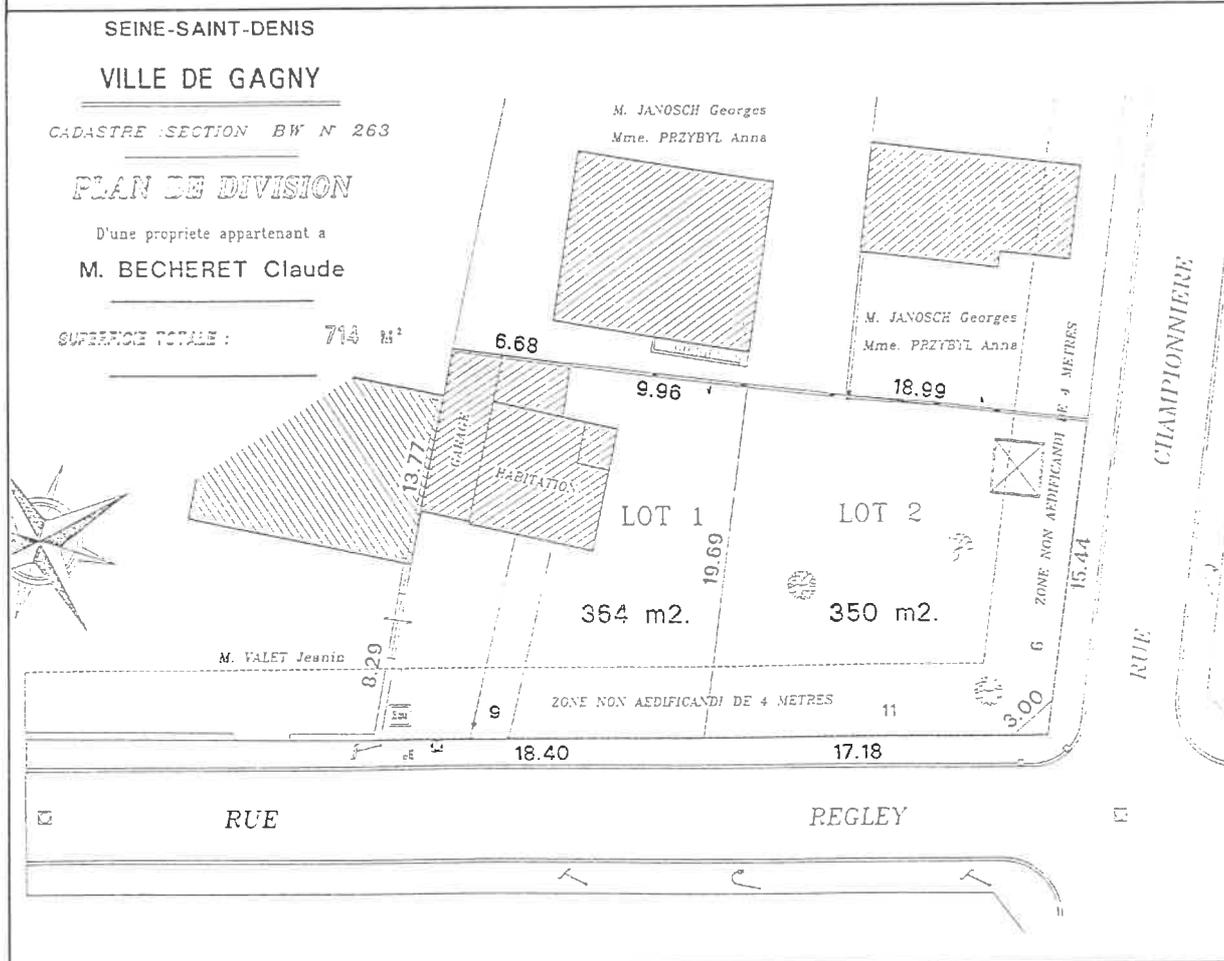
☎ 16 (1) 30 52 23 82 + 30 52 40 49 Télécopie 16(1)30 52 11 25

SPECIALISTE AUTOCAD Conseils-Assistance-Formation(Organisme agréé)
Systèmes clés en main P.C. - Multipostes (réseau NOVELL)

Développement spécifique EN AUTOLISP sur devis

TOPOLISP = Utilisation d'Autocad dans un environnement "Topo"(travaille sur les numéros de points) : Commandes nouvelles de construction géométrique - Plan d'intérieur - plans topo - Calculs automatiques de points et de superficies. (lotiss. et projets) - Cotations automatiques, tableaux de coordonnées avec éléments d'implantations - Dessin de profils en long/travers - Talus cartographiques topographiques - Cadre, carroyage, coordonnées et titres - Interpolation de courbes de niveau. * Hébergés. - * Lien avec Dbase - * Non Chevauchement des écritures - * Accélérateur en mode d'accrochage. **Nouveau Topolisp** : pour version anglaise sous DOS et sous UNIX.
GEOSET : * Transfert de carnets électroniques - * Calculs topo - * Report imprimante - * Report tables traçantes - * Digitalisation - * Interpolation et Dessin des courbes de niveau (DXF pour Autocad) - * Cubatures - * Ouvrages - * Profils (implantations).

TRES NOMBREUSES REFERENCES DANS TOUTE LA FRANCE



MICAD 91 du 12 au 15 Février sur **STAND D12** avec "Autodesk"

SETAM agréée A. A. D. : AutoCAD

Authoried Dealer pour la version 11

Demande de renseignement sans engagement de ma part:

Nom : Tél:.....

Adresse:.....

Responsable:.....

Sciences géographiques, connaissance du monde et conception de l'Univers dans l'Antiquité

par Raymond d'Hollander, ingénieur général géographe

2. SCIENCES GEOGRAPHIQUES DURANT LA PERIODE GRECQUE (SUITE)

CHAPITRE 4. L'ASTRONOMIE GRECQUE D'EUDOXE DE CNIDE À EUCLIDE (4^E SIÈCLE AVANT J.C.)

L'astronomie géométrique amorcée par Autolycus va connaître son apogée avec Eudoxe de Cnide, l'un des plus grands astronomes grecs. Celui-ci est né vers 408 avant J.C. à Cnide, île de la mer Egée, située près de l'extrémité d'une presqu'île de Carie, au Nord Ouest de l'île de Rhodes.

Eudoxe entreprit le voyage d'Athènes pour suivre les leçons de Platon, qu'il quitta par la suite. Après avoir enseigné à Cyzique sur la Propontide (actuelle mer de Marmara), il revint à Athènes avec de nombreux disciples pour éclipser son ancien maître Platon. Il fit d'assez nombreux voyages, au cours desquels il effectua ses observations de levers et de couchers d'étoiles, qui serviront à dresser sa sphère céleste (sphère d'Eudoxe). Malheureusement les ouvrages composés par Eudoxe et notamment la «Description de la Terre», «les Phénomènes» et «le Miroir» ont été perdus. Nous connaissons le contenu des «Phénomènes» et du «Miroir» par le poème d'Aratus, qui florissait vers le milieu du 3^e siècle avant J.C. Ce poème est intitulé «les Phénomènes» et «les Signes ou Pronostics». C'est une paraphrase en vers des deux ouvrages perdus d'Eudoxe, consistant essentiellement en une description du ciel. Delambre dans son astronomie ancienne y consacre 14 pages.

D'après Pline, Eudoxe aurait rapporté d'Egypte l'année de 365 jours 1/4, soit le cycle de 4 années de 365 jours et une de 366. Ce cycle commençait à un solstice d'été qu'il avait observé et que l'on a pu situer au 13 juillet 381 avant J.C.

D'après Archimède il donnait au Soleil un diamètre réel 9 fois plus grand que celui de la Lune (voir le chapitre suivant à Aristarque de Samos).

Selon Vitruve (1^e siècle avant J.C.) on attribue à Eudoxe le cadran solaire horizontal pourvu de courbes pour lire l'heure et la date. Ce cadran a été appelé «araignée» à cause du réseau compliqué de lignes qui y était tracé. Par confusion avec l'araignée de l'astrolabe, certains auteurs ont vu en Eudoxe le père de l'astrolabe, ce qui paraît actuellement très peu vraisemblable. Excellent géomètre, Eudoxe a vraisemblablement eu l'idée de la projection stéréographique dont dérive l'astrolabe. Eudoxe a en outre clairement montré à ses contemporains la différence entre la science astronomique et l'astrologie, pour laquelle il avait un profond mépris.

L'oeuvre d'Eudoxe est immense ; nous la diviserons en 4 parties :

«La sphère d'Eudoxe». 4.1

Le parapegme d'Eudoxe et sa réforme du calendrier. 4.2

L'oeuvre géographique d'Eudoxe. 4.3

Le système des sphères homocentriques d'Eudoxe. 4.4

Nous étudierons ensuite les modifications apportées au système d'Eudoxe par Callippe et par Aristote. 4.5 et 4.6

Nous terminerons ce chapitre en évoquant le rôle joué par Euclide en astronomie. 4.7

4.1 La sphère d'Eudoxe

Nous ne savons rien des dimensions de cette sphère, qui était un globe céleste, mais «le commentaire sur Aratus» d'Hipparque nous donne quelques renseignements à son sujet. Sur cette sphère céleste devaient être tracés l'équateur, les deux tropiques et «les cercles arctiques» en donnant au mot arctique le sens que nous avons indiqué en 3.31 ; c'étaient donc les plus grands cercles de visibilité et de non visibilité des étoiles pour une latitude donnée. Parmi les cercles horaires sont cités les colures, mais non le méridien qu'Euclide sera le premier à nommer expressément. Le nom d'écliptique pour désigner la trajectoire du Soleil n'existait pas encore au temps d'Eudoxe ; on parlait de «cercle médian» ou de «cercle du Soleil» ou même de «cercle oblique» (par rapport à l'équateur). Ce n'est qu'au 4^e siècle après J.C. que Macrobe désignera la trajectoire du Soleil par «écliptique», parce que les éclipses de Soleil et de Lune ne peuvent avoir lieu que sur

ce cercle et à ses intersections avec l'orbite lunaire, intersections que l'on appelle «noeuds lunaires».

D'après «le commentaire sur Aratus» les cercles tracés sur la sphère étaient souvent fort éloignés des étoiles par lesquelles ils auraient dû passer ; les coordonnées qu'on pouvait mesurer sur la sphère d'Eudoxe présentaient des erreurs considérables. Cette sphère avait été établie sans instruments et Delambre admet même que la sphère dite d'Eudoxe ait pu appartenir à une époque plus ancienne.

Quoiqu'il en soit on ignore exactement comment Eudoxe ou éventuellement un de ses prédécesseurs a fait pour construire ce globe céleste, mais on sait que l'on a utilisé uniquement des observations de lever ou de coucher d'étoiles, à l'exclusion d'observations méridiennes comme le faisaient les Chaldéens. G. Bigourdan (Bibl 3) a pu reconstituer la méthode qui a dû être vraisemblablement utilisée. Il nous paraît très instructif d'exposer celle-ci.

4.11 Détermination des tropiques, de l'équateur et des parallèles célestes

Au moyen de trois jalons marqués en un lieu Q les directions QL_E du lever du Soleil au solstice d'été et QC_E du coucher du Soleil au même solstice (Fig 4.1). Toutes les étoiles qui se lèvent et toutes celles qui se couchent dans ces directions se trouvent sur le tropique du Cancer. Celles qui se couchent un peu au Nord ou un peu au Sud se trouvent de même un peu au nord ou un peu au sud du tropique.

En une seule nuit on peut reconnaître la position de plus de la moitié du tropique du Cancer parmi les étoiles.

On opère de même pour le tropique du Capricorne au solstice d'hiver : on matérialise la direction QL_H du Soleil levant au solstice d'hiver, diamétralement opposée à celle du Soleil couchant au solstice d'été QC_E (Fig 4.1). De même la direction du Soleil couchant au solstice d'hiver QC_H est diamétralement opposée à celle du Soleil levant au solstice d'été QL_E . Toutes les étoiles qui se lèvent ou se couchent dans ces nouvelles directions se trouvent sur le tropique du Capricorne.

L'observation du Soleil à son lever et à son coucher aux deux équinoxes donnera la direction correspondant à l'Est et la direction correspondant à l'Ouest ; on les appelle les directions des «points équinoxiaux», que l'on repère aussi sur le terrain au moyen de deux jalons. Toutes les étoiles qui se lèvent ou se couchent dans ces directions sont des étoiles équatoriales de déclinaison

nulle. On peut donc identifier le tracé de l'équateur céleste parmi ces étoiles.

A un instant quelconque de l'année où le Soleil a une déclinaison δ , l'observation du Soleil à son lever ou à son coucher donnera la direction correspondant au parallèle céleste de déclinaison δ , directions que l'on matérialisera sur le terrain par deux jalons. Toutes les étoiles qui se lèveront ou se coucheront dans ces deux directions auront une déclinaison δ , d'où la possibilité de tracer ce parallèle céleste parmi les étoiles.

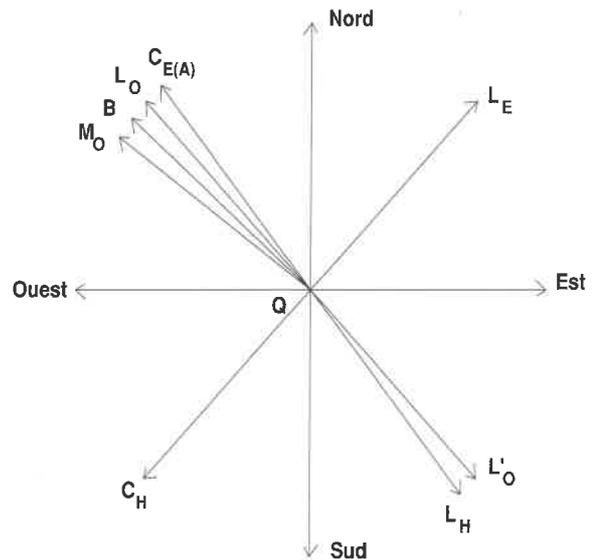


Fig. 4.1

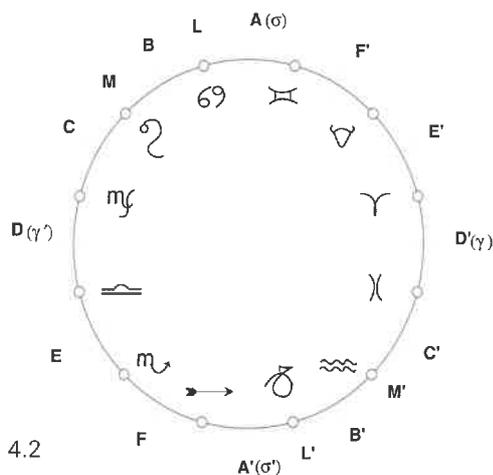


Fig. 4.2

4.12 Détermination de l'écliptique

On détermine la position de l'écliptique en considérant les directions où se lève et où se couche le Soleil au solstice d'été et tous les 15 jours à partir du solstice. Nous ferons le raisonnement en ne considérant que les couchers. En un lieu Q matérialisons par deux jalons la direction QC_E correspondant au Soleil couchant au solstice d'été, puis la direction QL_O correspondant au Soleil couchant 15 jours après le solstice (Fig 4.1). Durant 15 jours la longitude écliptique du Soleil a augmenté de 15° et il est venu en L au milieu du

signe du Cancer désigné par AB sur la figure 4.2, qui représente l'écliptique avec les signes actuels du zodiaque.

A ou (σ) correspond au solstice d'été, D(γ) correspond à l'équinoxe d'automne, A'(σ') correspond au solstice d'hiver, D'(γ) à l'équinoxe de printemps. Sur la figure 4.3 représentons en A le Soleil couchant au solstice d'été et l'arc $\widehat{AL} = 15^\circ$ de l'écliptique, qui coupe l'équateur céleste EO en γ et qui est perpendiculaire en A à l'arc de grand cercle PA.

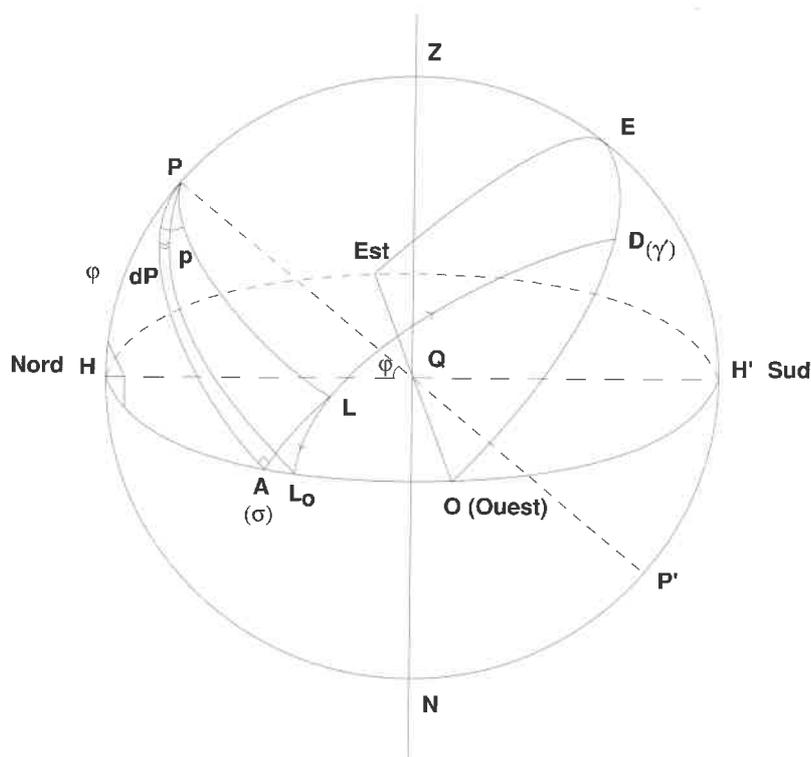


Fig. 4.3

Du solstice d'été σ à l'équinoxe de printemps le Soleil se déplace de σ en γ . Le sens apparent de ce déplacement paraît sur la figure 4.3 inversé par rapport à celui de la figure 4.2, mais celle-ci représente l'écliptique vu du pôle Nord situé au-dessus, alors que la figure 4.3 représente l'écliptique vu par un observateur situé à l'extérieur de la sphère céleste.

Soit T l'instant où le Soleil se couche le jour du solstice d'été. Il occupe la position A sur la figure 4.3. Au moment du coucher du Soleil aucune étoile n'est visible à l'horizon, comme nous l'avons déjà vu à propos d'Autolykus. Portons sur l'écliptique l'arc $\widehat{AL} = 15^\circ$, moitié de l'amplitude du signe du Cancer. Il s'agit de savoir à quel instant le point L se couchera en L_0 , point d'intersection avec l'horizon HH' de l'arc de parallèle céleste que décrit L durant le mouvement diurne. Si P désigne l'angle \widehat{APL} , différence d'angles horaires entre L et A, et \widehat{dP} la différence d'angles horaires entre A et L_0 , le temps que mettra L pour passer de L à L_0

sera mesuré par : $\widehat{P} - \widehat{dP}$, quantité que nous allons évaluer, de sorte que l'instant où L passera dans la direction QL_0 , déjà matérialisée sur le terrain sera : $T' = T + \widehat{P} - \widehat{dP}$.

Considérons le triangle sphérique PAL, rectangle en A. L'arc de grand cercle $\widehat{PA} = \pi/2 - \delta$ m, δ m étant la déclinaison maximale du Soleil atteinte au solstice d'été et égale à l'obliquité de l'écliptique ϵ , qu'Eudoxe considérait égale à 24° , alors que sa valeur correcte était à son époque : $\epsilon = 23^\circ,75$. On a donc $\widehat{PA} = \pi/2 - \epsilon$ et $\widehat{AL} = 15^\circ$. On peut calculer l'angle $\widehat{APL} = \widehat{P}$ et l'arc \widehat{PL} par la règle de Néper.

$$a) \sin \widehat{PA} = \cotan \widehat{P} \cdot \tan \widehat{AL} \text{ ou :}$$

$$\tan \widehat{P} = \tan \widehat{AL} / \sin \widehat{PA}$$

$$\tan \widehat{P} = \tan 15^\circ / \cos 23^\circ,75 ;$$

$$\text{on trouve } \widehat{P} = 16^\circ,3169 = 1\text{h } 5\text{m } 16\text{s.}$$

$$b) \cos \widehat{PL} = \cos \widehat{PA} \cdot \cos \widehat{AL}$$

$$\cos \widehat{PL} = \sin 23^\circ,75 \times \cos 15^\circ ;$$

$$\text{on trouve } \widehat{PL} = 67^\circ,1064.$$

Supposons qu'on soit à la latitude de Rhodes ; l'axe des pôles PP' est incliné par rapport à HH' d'un angle φ égal à la latitude de Rhodes ; on a donc $\widehat{HP} = \varphi = 36^\circ$.

Considérons les deux triangles sphériques PHA et PHL₀ rectangles en H. Dans le premier triangle la règle de Néper donne :

$$c) \cos \widehat{HPA} = \tan \varphi \cdot \cotan \widehat{PA}$$

$$\cos \widehat{HPA} = \tan \varphi \cdot \tan \epsilon ;$$

$$\text{on trouve } \widehat{HPA} = 71^\circ,3560.$$

Dans le 2ème triangle PHL₀ la même règle donne :

$$d) \cos \widehat{HPL}_0 = \tan \varphi \cdot \cotan \widehat{PL}_0.$$

Or il est clair que $\widehat{PL}_0 = \widehat{PL}$ puisque \widehat{LL}_0 est un arc de parallèle céleste ; on a donc :

$$\cos \widehat{HPL}_0 = \tan \varphi \cdot \cotan \widehat{PL} ; \text{ on trouve :}$$

$$\widehat{HPL}_0 = 72^\circ,1330.$$

On a donc : $\widehat{dP} = \widehat{APL}_0 = \widehat{HPL}_0 - \widehat{HPA} = 0^\circ,7770$ et : $\widehat{P} - \widehat{dP} = 15^\circ,5399$ soit 1h,03599 ou 1h 2m 10s.

T désignant l'instant où le Soleil se couche en A au solstice d'été, il suffit à l'instant $T' = T + \widehat{P} - \widehat{dP}$, c'est à dire à : $T' = T + 1\text{h } 2\text{m } 10\text{s}$, où il fait

suffisamment nuit, d'observer l'étoile qui se couche dans la direction QL_0 matérialisée sur le terrain. Cette étoile marque dans le ciel la position du point L de l'écliptique.

Nous avons calculé le temps $P - dP$ mis par le point L, dont la longitude écliptique est celle de σ augmentée de 15° , pour venir de L en L_0 , en utilisant une méthode trigonométrique.

Eudoxe ne disposait pas de la trigonométrie, mais il était suffisamment fin géomètre pour pouvoir déterminer ce temps voisin d'une heure ou une valeur approchée de ce temps sans avoir à recourir à la trigonométrie.

Dans la direction diamétralement opposée QL'_0 on identifiera au même instant T' l'étoile qui se lève ; elle matérialise le point L' de l'écliptique situé au milieu du signe du Capricorne $A'B'$.

Nous allons montrer maintenant que toujours lors du solstice d'été le point équinoxial d'automne $D(\gamma)$ se couche dans la direction QO de la figure 4.1, c'est à dire rigoureusement dans la direction de l'ouest, exactement au milieu de la nuit, instant que l'on peut déterminer à la clepsydre.

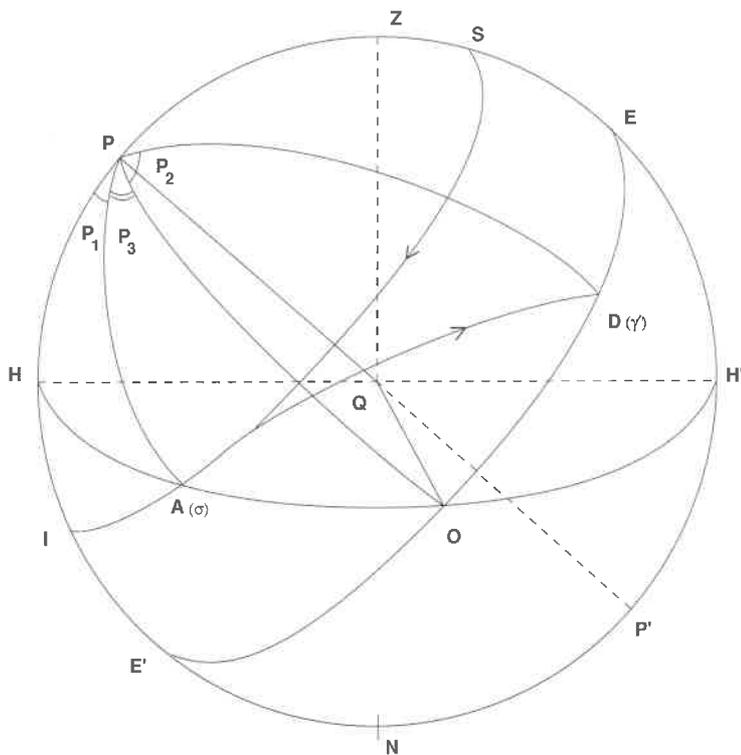


Fig. 4.4

Figurons la trajectoire apparente du Soleil au solstice d'été : culmination ou passage supérieur en S, coucher en A, passage inférieur en I (fig 4.4).

Désignons par P_1 l'angle compris entre les cercles horaires PA et le méridien du lieu PHI. Le milieu de la nuit aura lieu à l'instant $T + P_1$, où le

Soleil est à son passage inférieur I. D'autre part l'arc $OE' = \pi / 2$, de sorte que l'angle $OPE' = \pi / 2$. Si on désigne par \widehat{P}_3 l'angle compris entre les cercles horaires PA et PO on a : $\widehat{P}_1 = \pi / 2 - \widehat{P}_3$.

Mais A et D correspondent respectivement au solstice d'été σ et à l'équinoxe d'automne γ de sorte que $\widehat{AD} = \pi / 2$. De même $\widehat{APD} = \pi / 2$. Désignons par \widehat{P}_2 le temps à partir de T que met, lors du mouvement diurne, le point D pour venir se coucher en O ; on a :

$$\widehat{P}_2 = \pi / 2 - \widehat{P}_3$$

On en déduit $\widehat{P}_2 = \widehat{P}_1$. Le milieu de la nuit est l'instant : $T_m = T + \widehat{P}_1$.

Au même instant : $T + \widehat{P}_2 = T + \widehat{P}_1 = T_m$ le point D est bien venu en O, ce qu'il fallait démontrer.

Si on a matérialisé la direction QO sur le terrain et si on connaît grâce à la clepsydre le milieu de la nuit, toute étoile qui à cet instant se couchera dans la direction QO sera confondue avec D et matérialisera le point γ de l'écliptique.

De même l'étoile qui se lève dans la direction diamétralement opposée QE , au milieu de la nuit, sera confondue avec le point D' et matérialisera le point γ de l'écliptique.

Ainsi en une nuit on aura une position approchée de l'écliptique parmi les étoiles en joignant par un arc de grand cercle sur la sphère céleste les points L, L' , D, D' .

On aura une position mieux définie de l'écliptique en répétant cette opération tous les mois. Un mois après le solstice d'été le Soleil sera en B, à la fin du signe du Cancer. On répètera pour l'arc BC , signe du Lion, les opérations effectuées pour l'arc AB . Si M est le milieu de l'arc BC on matérialisera sur le terrain les directions QB et QMo correspondant à la direction du Soleil couchant respectivement 30 jours et 45 jours après le solstice d'été ; on calculera l'intervalle de temps $\widehat{P}' - dP'$ entre le coucher du Soleil en B et le passage d'une étoile dans la direction QM_0 . Cette étoile matérialise dans le ciel la position du point M de l'écliptique situé au milieu du signe du Lion : BC . Au même instant dans la direction diamétralement opposée QM'_0 on identifiera l'étoile qui se lève ; celle-ci matérialise sur l'écliptique le point M' situé au milieu du signe du Verseau $B'C'$.

Au bout de six mois on aura déterminé assez exactement la position de l'écliptique parmi 12 étoiles coïncidant avec les milieux des signes du zodiaque. Il faut y ajouter en outre : les points solsticiaux $\sigma\sigma'$ et les points équinoxiaux $\gamma\gamma'$, ce qui fait en tout 16 points.

On constate que ce mode opératoire, qui utilise uniquement des couchers du Soleil et des couchers et levers d'étoiles, diffère nettement de la méthode chaldéenne d'observations dans le plan méridien du lieu, méthode exposée en 1.2 ; rappelons que les Chaldéens pointaient le Soleil à sa culmination le jour du solstice d'été et le jour du solstice d'hiver et qu'ils pointaient douze heures après une étoile du ciel, exactement dans la même direction.

4.13 Détermination des colures

On sait qu'on distingue :

- le colure des équinoxes, grand cercle de la sphère céleste passant par les pôles et par les points équinoxiaux γ et γ' ,
- le colure des solstices, grand cercle de la sphère passant par les pôles et par les points solsticiaux σ et σ' .

Ces colures perpendiculaires entre eux avaient été tracés par Eudoxe sur sa sphère puisque Aratus indique leurs positions parmi les étoiles, mais ces positions sont généralement très erronées. Il est évident que des observations de levers et de couchers d'étoiles ne permettent la détermination de ces deux méridiens célestes qu'avec beaucoup de difficulté, alors que c'est beaucoup plus facile avec des observations méridiennes. Eudoxe a vraisemblablement tracé les colures sur la sphère elle-même.

4.14 Mise en place des étoiles sur la sphère

Pour la mise en place des étoiles équatoriales, il suffisait à Eudoxe de diviser l'équateur céleste en parties égales au moyen de la clepsydre et de noter à intervalle fixe les étoiles qui se levaient dans la direction de l'Est et celles qui se couchaient dans la direction de l'Ouest : directions Q Est et Q Ouest de la figure 4.1. Pour la mise en place des étoiles situées sur un parallèle donné, Eudoxe procédait à la division de ce parallèle en parties égales, toujours à l'aide de la clepsydre, et notait à intervalles fixes les étoiles qui se levaient et se couchaient dans la direction correspondant à l'intersection du plan de ce parallèle et de l'horizon, direction matérialisée sur le terrain.

4.15 Division du zodiaque

Pour la division du zodiaque en parties égales, on ignore si Eudoxe, qui vécut peu avant la période séleucide babylonienne, savait résoudre le

problème des «ascensions obliques» (voir chap. 1 n° 1.2.2). Il dut vraisemblablement, comme pour le tracé des colures des équinoxes et des solstices, opérer la division du zodiaque sur la sphère elle-même. A son époque les Grecs ne disposaient sur le zodiaque que de 11 constellations à figures d'êtres animés, qui ne coïncidaient pas avec les «dodécatomies», c'est à dire avec les douze arcs égaux de 30° de l'orbite annuelle du Soleil. Le Scorpion occupait près de deux dodécatomies, de sorte qu'on divisa cette constellation en deux parties, dont l'une garda le nom de Scorpion, tandis que l'autre prit le nom de «Chelae» («serres» de l'animal). Au milieu du premier siècle avant J.C. seulement les «serres» furent remplacées par la «Balance» («libra» en latin).

On a établi que l'année solaire d'Eudoxe ne commençait pas à un des points équinoxiaux ou solsticiaux, mais au lever héliaque du matin de Sirius ; il en était de même pour l'année solaire de Méton et vraisemblablement aussi celle d'Euctemon ; comme nous l'avons vu à propos de ces deux astronomes (voir n° 2.5), l'origine prise sur l'écliptique correspondait à la position du Soleil lors du lever héliaque de Sirius : en ce point finissait le signe du Cancer et commençait celui du Lion. Eudoxe fit de même ; il y avait donc un décalage d'environ 15° par rapport aux signes que déterminera plus tard Hipparque ; ce décalage était donc différent de celui des Babyloniens : 8° et 10° .

C'est pour des questions de commodité que sur la fig 4.1 nous avons représenté les signes du zodiaque tels qu'ils ont été définis par Hipparque et tels que nous les avons conservés.

4.16 Obliquité de l'écliptique

Alors que les Chaldéens avaient déterminé l'obliquité de l'écliptique par des observations

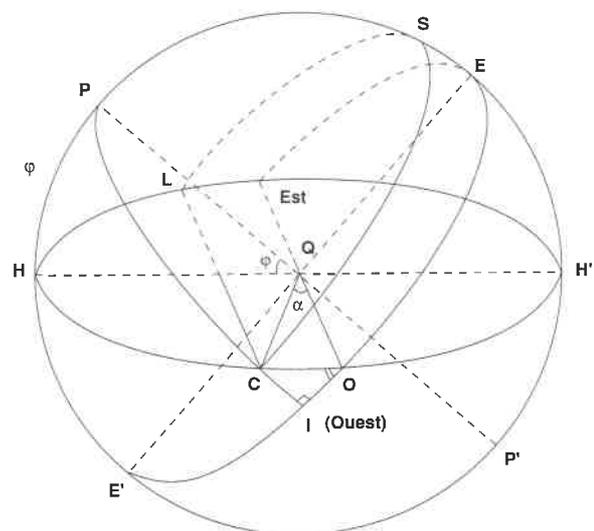


Fig. 4.5

méridiennes du Soleil lors de sa culmination aux deux solstices, Eudoxe reste fidèle à des observations horizontales. Il déterminera pour cela «l'amplitude occase» du Soleil à l'un des solstices. On appelle «amplitude occase» d'un astre à son coucher l'angle que fait au point de station Q la direction QC correspondant au coucher de l'astre avec la ligne équinoxiale QO où O est le coucher du Soleil lors des équinoxes. Pour un lever d'astre on définit de façon analogue son «amplitude ortive». Sur la fig 4.5 nous avons représenté la trajectoire apparente du Soleil LSC au solstice d'été (C coucher) et la trajectoire apparente du Soleil à l'équinoxe où il décrit l'équateur EE'. L'angle $\alpha = \widehat{OQC}$ est évidemment accessible à l'expérience et peut être mesuré sur le terrain.

Soit I l'intersection de l'arc de grand cercle \widehat{PC} avec l'équateur. L'angle en I est droit et l'arc \widehat{IC} est la déclinaison du Soleil au solstice d'été ; donc : $\widehat{IC} = \delta = \varepsilon$, obliquité de l'écliptique.

Dans le triangle sphérique rectangle CIO, $\widehat{CO} = \alpha$ correspond à l'amplitude occase mesurée. L'angle \widehat{COI} , angle de l'horizon et de l'équateur est le complément de la latitude du lieu φ , qui est la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon, d'où : $\widehat{COI} = \pi / 2 - \varphi$. La règle de Néper appliquée au triangle sphérique CIO, rectangle en I, donne :

$$\sin \widehat{CI} = \sin \widehat{CO} \cdot \sin \widehat{COI},$$

d'où on tire :

$$\sin \varepsilon = \sin \alpha \cdot \cos \varphi,$$

relation qui donne l'obliquité de l'écliptique ε .

La trigonométrie n'était pas encore née, mais Eudoxe devait savoir résoudre graphiquement un triangle sphérique, peut-être en utilisant la projection stéréographique. Il adopta :

$\varepsilon = 1/15$ ou $4/60$ de circonférence, soit 24° , correspondant au côté du pentédécagone régulier, valeur reprise vers 320 avant J.C. par Eudème de Rhodes, disciple d'Aristote.

4.17 Utilisation de la sphère d'Eudoxe. Détermination de l'heure de nuit

La sphère d'Eudoxe servit de modèle pour la construction de globes célestes appelés «sphères d'Aratus» à l'usage des marins. Aratus indique le mode d'emploi de ces globes pour reconnaître durant la nuit les étoiles et les constellations, et en utilisant les constellations équatoriales, d'après leur lever et leur coucher, pour déterminer approximativement l'heure de nuit, fonction que l'on demandera plus tard à l'astrolabe. Les sphères d'Aratus furent perfectionnées par Hipparque.

On pensa naturellement à noter les levers et couchers d'autres étoiles se produisant en même temps que les levers et couchers des étoiles équatoriales, ce qui augmentait les chances de voir les unes quand les autres étaient cachées.

Les Grecs donnaient le nom de «Phénomènes» à ces levers ou couchers simultanés d'étoiles.

Pour situer dans le ciel un point diamétralement opposé à un autre ou vérifier que lorsqu'une étoile se levait, l'étoile diamétralement opposée se couchait, Eudoxe utilisait comme ligne de visée celle d'une dioptré fixe ; il suffit d'imaginer deux pinnules diamétralement opposées sur ce que nous appelons maintenant une alidade fixe. Chacune de ces pinnules devait être double : une moitié de la pinnule aménagée avec un trou pour l'oeil ; sur le même axe vertical une fente rectangulaire pour la visée. On est à peu près sûr que l'emploi de l'alidade mobile autour d'un axe, avec index se déplaçant sur un cercle gradué n'avait pas encore vu le jour. Si Eudoxe avait disposé d'un instrument de mesure angulaire il eut évité de nombreuses erreurs dans sa description du ciel.

4.18 Utilisation du scaphé

Pour la détermination de l'heure de nuit dans les agglomérations urbaines au temps d'Eudoxe, Tannery (Bibl 2) admet que les Grecs utilisaient le «scaphé», que nous avons décrit au premier chapitre (voir 1.2.1.2.). Ils emboîtaient dans la demi-sphère creuse du scaphé une sphère mobile autour de l'axe des pôles, simulant le mouvement diurne. Sur cette sphère figurait l'écliptique qui permettait de situer la position du Soleil le jour de l'observation. Pour avoir l'heure de nuit, il suffisait de constater la position du point, matérialisant le Soleil, par rapport au réseau des courbes horaires (graduées soit en heures égales, soit en heures inégales).

4.2 Parapegme d'Eudoxe

Nous avons déjà eu l'occasion d'évoquer la notion de «parapegme», sorte d'almanach précisant notamment les dates des levers et couchers héliques (ou levers et couchers apparents) des principales étoiles. Avant Autolycus il y eut les parapegmes de Meton, d'Euctemon, de Démocrite, dont nous avons quelques éléments dans le dernier chapitre de «l'Introduction aux phénomènes» de Geminus.

Eudoxe établit lui-même un parapegme en se servant des données d'Autolycus et de la «règle de symétrie» établie par celui-ci. Nous reproduisons ci-après en 4.6 le tableau du parapegme d'Eudoxe tel qu'il a été reconstitué et présenté par Tannery (Bibl 4).

Colonnes LAM, LAS, CAM, CAS.

Les chiffres de ces colonnes expriment le nombre de jours à partir de l'équinoxe de printemps selon les habitudes modernes, alors que dans le parapegme d'Eudoxe ils sont décomptés à partir

LA TECHNOLOGIE DE L'EXTREME



CLICHÉ TOPO-FRANCE BOURGOIN-JALLIEU
NORVEGE - LATITUDE DU CERCLE POLAIRE

GTS-4

- Portée avec 1 prisme : 2.000 m.
- Précision
Distances : $\pm (3 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$.
Angles : 2 cc.
- Écart type : 5 cc (selon norme DIN 18723).
- Programmes de calculs intégrés.

GTS-4 B

- Portée avec 1 prisme : 1.400 m.
- Précision :
Distances : $\pm (3 \text{ mm} + 3 \text{ ppm})$.
Angles : 10 cc.
- Écart type 15 cc (selon norme DIN 18723)
- Programmes de calculs intégrés.

2 ÉCRANS A 4 LIGNES D'AFFICHAGE.



MENU SÉQUENTIEL A L'ÉCRAN

QUAND LA PRÉCISION S'IMPOSE

11 bis, rue du Perche - 75003 PARIS - Tél. : (1) 42 71 28 30
Télex : 240 729 - Télécopie : (1) 42 78 37 18

Tableau 4.6 Le parapegme d'Eudoxe

Etoiles	LAM	LAS	CAM	CAS	A	B	C	D	B - D	2 δ
Zodiacales					A _z	B _z	C _z	D _z		C _z -A _z
Pléiades	48	190	231	8	40	142	41	142	0	1
Hyades	63	204	241	16	47	141	37	140	+ 1	- 10
Orion (Commencement)	82	224	231	8	74	142	7	142	0	- 67
Orion (fin)	101	{243}	250	27	74	{142}	{7}	142	{0}	- {67}
Scorpion (commencement des levers et fin des couchers)	230	{17}	47	199	31	{152}	{30}	152	{0}	- {1}
Australes					A _a	B _a	C _a	D _a		-A _a -C _a
Chien	117	258	254	{30}	{87}	137	4	{137}	{0}	- {91}
Scorpion (fin des levers et commencement des couchers)	263	{55}	37	194	69	139	{18}	{139}	{0}	- {87}
Boréales					A _b	B _b	C _b	D _b		A _b +C _b
Aigle	268	65	126	{289}	{21}	{141}	61	142	- {1}	{82}
Dauphin	{276}	76	139	304	{28}	137	63	{137}	{0}	{91}
Chèvre	35	186	265	{51}	{16}	{135}	79	135	{0}	{95}
Arcture	171	334	71	220	49	114	102	100	+ 14	151
Lyre	233	22	143	311	78	76	121	90	- 14	199
Couronne	{192}	351	131	280	{88}	71	145	{61}	+ 10	{233}

du lever apparent du matin de Sirius. C'est ainsi que le lever apparent du matin (LAM) des Pléiades se situe à 48 jours après l'équinoxe de printemps, leur lever apparent du soir (LAS) à 190 jours après l'équinoxe de printemps, etc...

Colonnes A, B, C, D, B - D, 2 δ.

A, B, C, D correspondent aux quantités, définies dans l'étude sur Autolycus, exprimées en jours. L'indice z est relatif aux étoiles zodiacales, l'indice a est relatif aux étoiles australes, l'indice b est relatif aux étoiles boréales. En additionnant A+B+C+D on trouve bien chaque fois 365 jours.

Les deux dernières colonnes donnent la différence B - D et la valeur de 2δ. En règle générale la règle de symétrie est satisfaite :

B - D = 0 ou B - D = 1, sauf pour les trois dernières étoiles du tableau.

Il est intéressant de comparer les données de l'étoile Arcturus, francisée en Arcture par Tannery, avec les résultats obtenus pour cette étoile par Delambre et récapitulés dans le tableau 3.11 (n° 3.34) ; nous avons transcrit les résultats de la 2ème colonne de ce tableau, relatifs aux levers et aux couchers apparents dans la première colonne du tableau 4.7 ci-dessous.

col 1	col 2	col 3	col 4	col 5
Résultats bruts de Delambre	Différences en degrés (Delambre)	Différences en jours (Delambre)	Différences en jours (Eudoxe)	
LAM = 174,204	Ab = 31°,640	Ab = 32,078 j	Ab = 49 j	
CAS = 205°,844	Bb = 117°,052	Bb = 118,678 j	Bb = 114 j	
LAS = 322°,896	Cb = 117°,737	Cb = 119,373 j	Cb = 102 j	
CAM = 360° + 80°,633	Db = 93°,571	Db = 94,871 j	Db = 100 j	
LAM = 174°,204				
	360°,000	365,000	365 j	Totaux

Tableau 4.7

Colonne 2 : nous avons calculé les différences :

$$\begin{aligned} Ab &= CAS - LAM, Bb = LAS - CAS, \\ Cb &= CAM - CAS, Db = LAM - CAM, \end{aligned}$$

telles qu'elles sont définies par Tannery pour les étoiles boréales (voir 3.32 B3) et telles qu'elles résultent des valeurs données par Delambre.

Colonne 3 : nous avons transformé les différences de longitude écliptique de la colonne 2 en jours en multipliant par le rapport : $365 / 360$, afin de les comparer aux expressions de Ab, Bb, Cb, Db , du parapegme d'Eudoxe (colonne 4).

Delambre n'a pas fait les mêmes hypothèses qu'Eudoxe. Celui-ci assigne à la différence $Bb - Db$ la valeur de 14 jours, alors que Delambre prend 23,807 jours, aucune des deux valeurs ne respectant la règle de symétrie d'Autolycus. D'autre part Delambre a effectué son calcul pour la latitude de Thèbes : $38^{\circ},2$ alors que le parapegme d'Eudoxe est établi soit pour la latitude de Cnide, soit pour celle de Rhodes, ces deux villes étant approximativement situées sur le parallèle de latitude 36° .

4.3 L'oeuvre géographique d'Eudoxe

Eudoxe a composé une «Description de la Terre» en 7 livres malheureusement perdue. Une carte, elle aussi perdue, accompagnait l'ouvrage. Il eut le mérite d'être le premier à lier la géographie à l'astronomie, créant ainsi une «géographie mathématique». Il releva un certain nombre de latitudes lors d'observations astronomiques en Egypte, à Cyzique et à Cnide. Passons en revue quelques aspects de son oeuvre géographique.

4.31 Détermination de la longueur de la circonférence terrestre

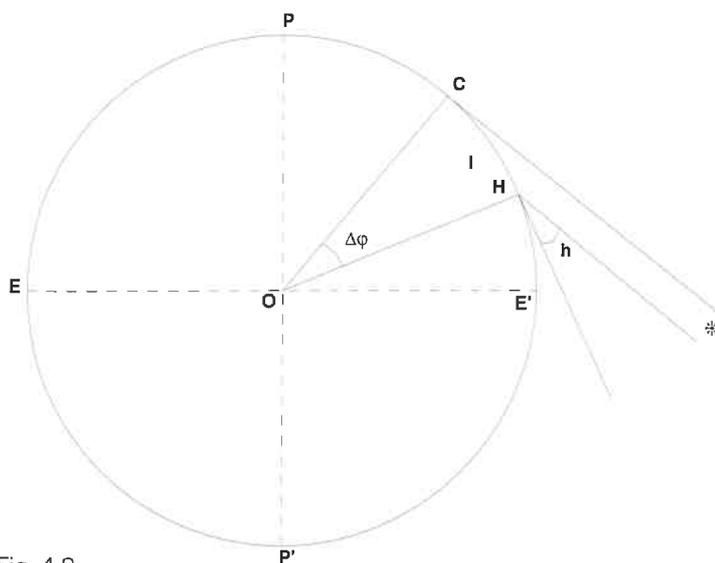


Fig. 4.8

Eudoxe fut le premier à donner une évaluation de la longueur de la circonférence terrestre, mais on ignore le détail de sa détermination puisque l'ouvrage d'Eudoxe ne nous est pas parvenu. Il aurait observé que l'étoile Canope, lors de son passage supérieur rasait l'horizon de Cnide (C sur la figure 4.8) et qu'elle culminait plus au Sud à Héliopolis (H sur la figure 4.8), près du Caire, à une hauteur h qu'Eudoxe mesura. La figure 4.8 représente une coupe méridienne du globe terrestre, Héliopolis et Cnide étant supposés sur le même méridien. Il est clair sur la figure que la différence de latitude : $\Delta \varphi$ entre Héliopolis et Cnide, qui est aussi l'angle des deux verticales de ces villes, correspond à la hauteur h mesurée, puisque ces deux angles ont leurs côtés perpendiculaires : $\Delta \varphi = h$.

Ayant ainsi l'angle $\Delta \varphi$, il lui suffisait de connaître la longueur : $l = HC$ qui séparait les deux villes. Il est vraisemblable qu'Eudoxe s'est servi d'une part de la distance maritime entre Cnide et Alexandrie, estimée d'après la durée de la navigation, d'autre part de la distance terrestre Alexandrie Héliopolis et qu'il a ensuite additionné ces deux distances. Si on désigne par L la longueur de la circonférence terrestre et si on évalue $\Delta \varphi$ en degrés on a évidemment : $L / 360 = l / \Delta \varphi$.

Eudoxe obtint $L = 400.000$ stades. Le problème est de savoir quelle était exprimée en mètres la longueur du stade utilisé. On dispose de deux méthodes :

■ une méthode archéologique consistant à mesurer la valeur du stade sur la piste de course à pied des terrains de jeux de la Grèce antique. D'après l'article «stadion» de la Realencyclopädie (Bibl 5) les mesures s'échelonnent entre 177,36 m à Milet (valeur douteuse) ou plutôt entre 177,50 m à Delphes et 192,25 m à Olympie. La fourchette est bien large.

■ une autre méthode consiste à déduire la valeur du stade, servant aux mesures d'itinéraires, de la valeur du pied grec ; celui-ci vaudrait d'après Evaristo Luciani (Bibl 10) 0,308642m. Or le stade contient 600 pieds grecs, ce qui fait :

$$0,308642 \times 600 = 185,185 \text{ m ;}$$

cette valeur est assez proche de la moyenne arithmétique entre le stade olympique de Delphes et celui d'Olympie. Il faut rejeter catégoriquement la valeur du stade dit d'Aristote de 100 m, donnée semble-t-il pour la première fois par Gosselin et qui a été reprise par certains auteurs, dont Evaristo Luciani (Bibl 10) ; les 400.000 stades de circonférence correspondent alors à : $0,1 \times 400.000 = 40.000$ km, ce qui constitue une précision extraordinaire.

En revenant aux valeurs plus fiables du stade évoquées ci-dessus, les longueurs L de la circonférence terrestre seraient alors :

valeur minimale :

$$L_1 = 0,1775 \times 400.000 = 71.000 \text{ km}$$

valeur médiane :

$$L_2 = 0,185185 \times 400.000 = 74.074 \text{ km}$$

valeur maximale :

$$L_3 = 0,19225 \times 400.000 = 76.900 \text{ km.}$$

Quel que soit le chiffre adopté on est loin de 40.000 km, valeur correcte, mais on conçoit aisément le manque de précision des mesures d'Eudoxe, en ce qui concerne d'une part la distance entre Cnide et Héliopolis et d'autre part l'incertitude due à la réfraction atmosphérique pour les deux visées et notamment celle rasant l'horizon.

Quoiqu'il en soit il revient à Eudoxe le mérite d'avoir le premier imaginé une méthode, qui permet de mesurer la circonférence terrestre en associant à une différence de latitude $\Delta \varphi$ entre deux points d'un même méridien, mesurée astronomiquement, la longueur l séparant ces deux points. Cette méthode sera reprise par d'autres astronomes grecs et notamment par Eratosthène, par les Arabes au 8^e siècle, par Fernel au 16^e siècle ; elle restera aussi le fondement des déterminations de la forme de la Terre au 18^e siècle. L'estimation d'Eudoxe de 400.000 stades pour la longueur de la circonférence terrestre sera adoptée par Aristote.

4.32 Détermination du pôle céleste

Les marins phéniciens avaient observé que la position des étoiles dans le ciel était modifiée selon qu'ils se déplaçaient vers le Nord ou vers le Sud et que la hauteur des étoiles proches du pôle augmentait lorsqu'on se déplaçait vers le Nord. Mais à l'époque d'Eudoxe le pôle céleste, point du ciel, qui reste immobile durant le mouvement diurne, se trouvait dans une zone vide d'étoiles ; en effet par suite de la précession des équinoxes le pôle céleste se déplace parmi les constellations et vers 400 avant Jésus Christ les étoiles les plus proches du pôle en étaient à environ 8°, alors qu'actuellement l'étoile polaire se trouve à moins de 1° du pôle. Malgré cette difficulté Eudoxe eut le mérite de déterminer, le premier, la position du pôle céleste parmi les étoiles ; sa détermination sera améliorée plus tard par Pythéas (voir 6.2).

4.33 Passage de la latitude au «climat»

Hipparque indique qu'Eudoxe savait déterminer la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon, c'est à dire la latitude, par le rapport des arcs diurne et nocturne du parallèle décrit par le Soleil au solstice d'été. Comme la durée de la nuit au solstice d'été est égale à la durée du jour au solstice d'hiver, le rapport dont parle Hipparque

est le même que celui de la durée du jour M au solstice d'été à la durée du jour m au solstice d'hiver, en reprenant les notations que nous avons utilisées pour l'astronomie chaldéenne. Le rapport M / m , correspondant à une latitude donnée, définissait un «climat» selon l'appellation des Anciens Grecs. Le rapport donné par Eudoxe dans le «Miroir» était de $5 / 3$, ce qui correspond à la latitude de Cyzique. Dans les «Phénomènes» il est donné un autre rapport : $12 / 7$ qui s'appliquerait à la latitude d'Abdère en Macédoine. Tannery (Bibl 4) suppose que «les Phénomènes» ne sont qu'une révision posthume du «Miroir» et que le rapport M / m avait été mis à jour pour la Macédoine à l'époque où ce royaume prit une grande importance dans l'histoire de la Grèce antique. On ignore toutefois de quelle relation se servait Eudoxe pour passer de la latitude au rapport M / m ou vice-versa.

4.34 Cercles arctiques. Zones climatiques

A propos d'Autolycus (3.31) nous avons défini «le plus grand cercle de visibilité des étoiles» (AB) (fig 4.9a) ainsi que «le plus grand cercle de non visibilité des étoiles» (CD) ; nous savons que ces cercles étaient appelés «arctiques», l'adjectif ayant son sens étymologique et n'ayant rien à voir avec les latitudes $\pm 66^\circ 33'$. Lorsque la hauteur du pôle varie, l'amplitude de ces deux cercles (AB) et (CD) varie aussi. Les Anciens Grecs avaient pris l'habitude de considérer que la latitude de Rhodes : $\varphi = 36^\circ$ correspondait à la latitude moyenne de l'oecumène et ils définissaient leurs cercles «arctiques» par rapport à cette latitude.

Sur la fig 4.9a inclinons l'axe des pôles PP' de 36° sur l'horizontale HH' figurant l'horizon de Rhodes.

Le cercle «arctique» céleste boréal (AB) avait donc un rayon sphérique $\widehat{PA} = 36^\circ$ qu'Eudoxe exprimait par $6 / 60$ de circonférence ; ce cercle avait donc une déclinaison de $90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$. Quant au cercle «arctique» austral il avait une déclinaison de -54° .

Le tropique céleste du Cancer (FG) a pour déclinaison l'obliquité de l'écliptique, soit $4 / 60$ de circonférence ou 24° (voir 4.16).

Le tropique céleste du Capricorne (IJ) a pour déclinaison -24° .

L'arc de méridien AF a pour amplitude :

$$15 / 60 - 6 / 60 - 4 / 60 = 5 / 60 \text{ de circonférence ou } 30^\circ, \text{ nombre que l'on obtient aussi par la différence : } 54^\circ - 24^\circ.$$

Eudoxe avait pris conscience en Egypte de ce que les crues du Nil s'expliquaient par l'alternance des saisons sous les deux tropiques. Aussi imagina-t-il deux hémisphères jouissant de conditions climatiques semblables, mais alternées selon les déclinaisons positive ou négative du Soleil. Il fut ainsi amené à transposer sur le globe terrestre les cercles «arctiques» et les tropiques célestes décrits

ci-dessus. On se reportera à la figure 4.9b dessinée à droite de la sphère céleste et représentant une coupe méridienne du globe terrestre.

Au cercle «arctique» céleste boréal (AB) de déclinaison 54° correspond sur le globe terrestre le cercle «arctique» terrestre boréal (A'B'), de latitude : $\varphi_f = 54^\circ$, qui limite la «zone froide» boréale, s'étendant jusqu'au pôle terrestre boréal. Il y a la même correspondance entre le cercle «arctique» céleste austral (CD) et le cercle «arctique» terrestre boréal (C'D') de latitude -54° .

Au tropique du Cancer céleste (FG) de déclinaison 24° correspond sur le globe terrestre le tropique du Cancer terrestre (F'G') de latitude 24° . Il y a la même correspondance entre le tropique céleste du Capricorne IJ de déclinaison -24° et le tropique terrestre I'J' de latitude -24° sur le globe terrestre.

Entre les deux tropiques terrestres s'étend la «zone torride», qui a donc très sensiblement la même amplitude que dans le critère moderne. Entre le tropique et le cercle arctique terrestres s'étend dans chaque hémisphère une «zone tempérée», seule partie de cet hémisphère qui soit habitable. Il y a donc cinq zones climatiques : deux froides, deux tempérées, une torride. A l'œcumène boréal Eudoxe opposait un «antœcumène» dans la zone tempérée australe, séparé de l'œcumène par la zone torride, que l'on considérait comme infranchissable. Rappelons que Parménide (voir 2.3) avait déjà esquissé une théorie des cinq zones climatiques, mais en exagérant la largeur de la zone torride. Aristote adoptera les cinq zones climatiques définies par Eudoxe.

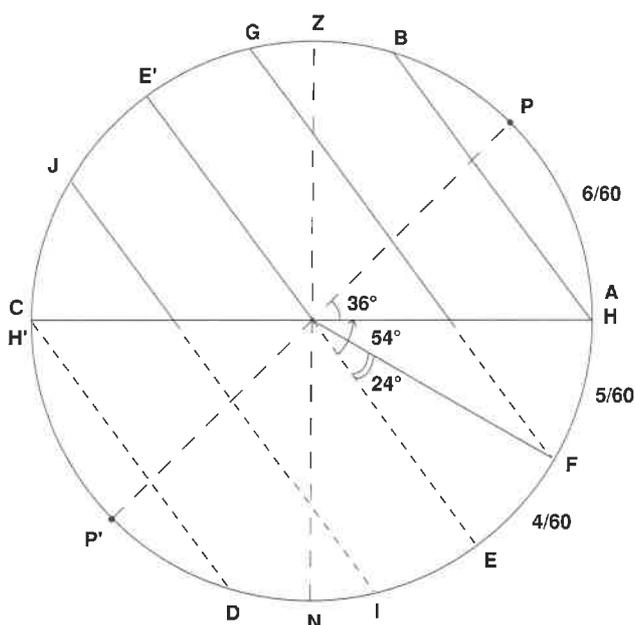
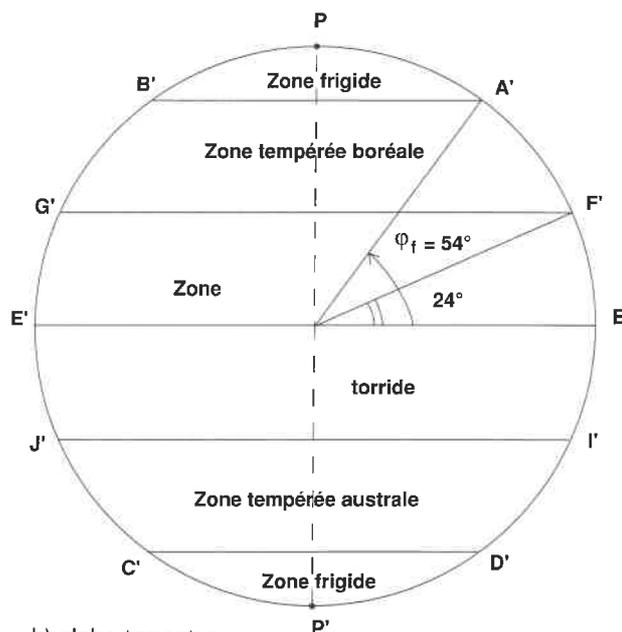


Fig. 4.9

a) Sphère céleste
HH' horizon de Rhodes : $\varphi = 36^\circ$



b) globe terrestre
les zones climatiques
limite de la zone froide : $\varphi_f = 54^\circ$

4.35 La Cartographie d'Eudoxe

Pour Eudoxe l'œcumène était deux fois plus long que large et il le divisait en trois parties : l'Europe, l'Asie, l'Afrique. Pour dresser sa carte il s'est inspiré d'Hérodote, de Ctésias, de relations de marchands fréquentant la région de la mer Caspienne et surtout des informations qu'il avait recueillies en Egypte ; quant aux contours des golfes et des îles, ils étaient issus des renseignements de différents périples.

4.36 La Géographie descriptive d'Eudoxe

Eudoxe s'est intéressé aussi à la géographie descriptive, notamment à la géographie urbaine ; il a décrit Corinthe, dominée par l'Acrocorinthe, pour lequel il donne la première mesure de dénivellée : 3,5 stades, la longueur de la montée étant de 30 stades.

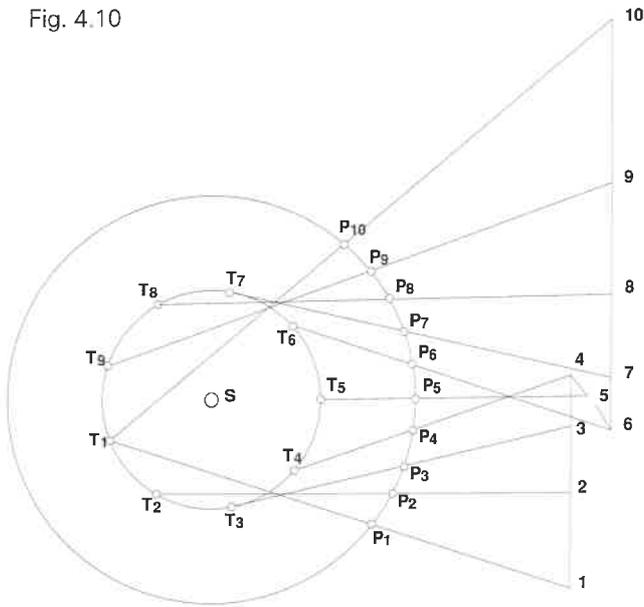
4.4 Les sphères homocentriques d'Eudoxe

Tout en respectant la conception géocentrique de l'univers, le modèle des sphères homocentriques d'Eudoxe constitue la première tentative d'explication rationnelle des mécanismes de l'univers, et en particulier des «stations» et des «rétrogradations» des planètes, que nous allons définir dans l'introduction ci-après.

4.41 Introduction

Nous savons depuis Kepler que la Terre et les planètes décrivent des orbites elliptiques autour du Soleil. Les schémas héliocentriques ci-après

Fig. 4.10



permettent d'expliquer facilement les «stations» et «rétrogradations» des planètes.

A) Considérons d'abord une planète supérieure P (fig 4.10), donc située à une distance du Soleil supérieure à la distance Soleil-Terre. Pendant que la Terre effectue une rotation complète autour du Soleil, prenant les positions : $T_1 T_2 \dots T_9 T_1$ etc..., la planète décrit la trajectoire : $P_1 P_2 \dots P_9 P_{10}$, une position telle que P_i correspondant à l'instant où la Terre se trouve en T_i . Joignons les points homologues ; un observateur terrestre constate un mouvement général dans le sens direct de 1 à 4, de 6 à 10, mais perturbé par deux «stations» 4 et 6. Entre 4 et 6 la planète semble rétrograder par rapport à son mouvement général direct, de sorte qu'on parle de l'arc de «rétrogradation» : 4-6, qui s'étend de part et d'autre de «l'opposition» : $T_5 P_5$. Dans cette opposition le Soleil et la planète sont dans des directions diamétralement opposées depuis T_5 .

Si le mouvement d'une planète supérieure

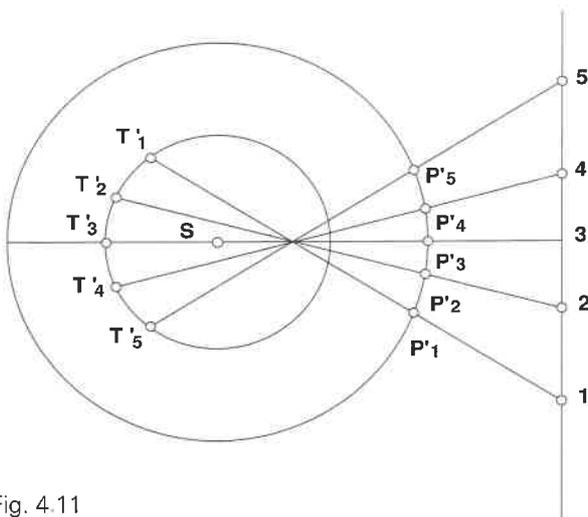


Fig. 4.11

devient rétrograde au moment de l'opposition, le mouvement reste normal, c'est à dire direct, au moment de «la conjonction», cas où le Soleil et la planète sont vus dans la même direction depuis la Terre : c'est le cas des positions respectives T'_3 et P'_3 de la Terre et de la planète (fig 4.11), où depuis T'_3 on voit le Soleil et la planète dans la même direction. On constate sur la figure qu'il n'y a ni station, ni rétrogradation.

Il est évident enfin que les planètes supérieures peuvent être observées en n'importe quel point du zodiaque.

Révolution synodique d'une planète supérieure

On appelle *durée de révolution synodique* σ d'une planète supérieure l'intervalle de temps compris entre deux oppositions successives. On appelle *durée de révolution sidérale* S l'intervalle de temps que met la planète à revenir au même point de son orbite. Nous savons qu'une année correspond à la *durée de révolution sidérale de la Terre* A . Partons de l'opposition $T_0 SP_0$ de la fig 4.12. Au bout d'un jour la planète est venue en P_1 et la Terre en T_1 , la planète étant en retard par rapport à la terre de l'angle $\widehat{P_1ST_1}$.

$$\text{Or on a : } \widehat{P_1ST_1} = \widehat{T_0ST_1} - \widehat{P_0SP_1}$$

L'angle $\widehat{T_0ST_1}$ correspondant à un jour vaut : $1/A$.

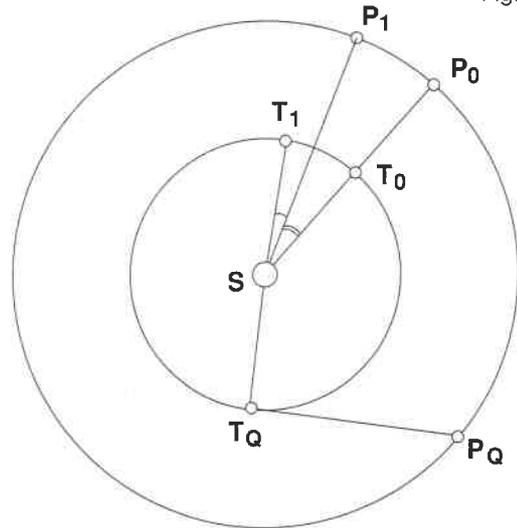
De même l'angle $\widehat{P_0SP_1}$, correspondant aussi à un jour vaut $1/S$.

Enfin puisque le rayon SP fait par rapport à ST un tour complet en σ jours : $\widehat{P_1ST_1} = 1/\sigma$

On a donc :

$$1/\sigma = 1/A - 1/S$$

Fig. 4.12



B) Considérons maintenant le cas d'une planète inférieure, telle que Vénus, située entre la Terre et le Soleil : soient : $V_0 V_1 V_2 \dots V_i$ ses positions successives (fig 4.13), celles de la terre étant

: $T_0 T_1 T_2 \dots T_i$, la position V_i de Vénus correspondant à l'instant où la terre se trouve en T_i . Joignons les points homologues $T_i V_i, T_2 V_2 \dots T_i V_i$, mais par chaque point T_i menons en tireté une parallèle à la direction précédente $T_{i-1} V_{i-1}$, direction que nous désignerons par $T_i V'_{i-1}$.

Voir fig 4.13 où $T_1 V'_0$ est parallèle à $T_0 V_0$

$T_2 V'_1$	$T_1 V_1$
$T_3 V'_2$	$T_2 V_2$
$T_4 V'_3$	$T_3 V_3$
$T_5 V'_4$	$T_4 V_4$
$T_6 V'_5$	$T_5 V_5$
$T_7 V'_6$	$T_6 V_6$

On constate qu'en T_1, T_2 et T_7 le mouvement apparent de la planète vu de la terre s'effectue dans le sens direct (des mathématiques), qu'en T_3 et T_6 les directions $T_3 V_3$ et $T_3 V'_2$ d'une part, les directions $T_6 V'_6$ et $T_6 V'_5$ sont confondues, ce qui correspond à des «stations» de la planète, enfin qu'en T_4 et T_5 le mouvement apparent de la planète vu de la Terre s'effectue dans le sens rétrograde (sens de rotation des aiguilles d'une montre). Ainsi les deux «stations» $T_3 V_3$ et $T_6 V_6$ encadrent-elles les mouvements de rétrogradation en T_4 et T_5 . Or lorsque Vénus en V_4 et le Soleil sont vus dans la même direction à partir de T_4 , Vénus étant plus proche que le Soleil, on dit qu'on a affaire à une «conjonction inférieure». Lorsque la planète est en V_s diamétralement opposé à V_4 et que le Soleil S et la planète V_s sont vus dans la même direction à partir de T_4 , mais Vénus étant derrière le Soleil, on dit qu'on a affaire à une «conjonction supérieure».

Ainsi il y a stations et rétrogradation de part et d'autre d'une «conjonction inférieure». Par contre il est facile de voir que le mouvement de la planète reste direct lorsqu'elle est en conjonction supérieure. Si d'une position T de la Terre, on mène deux tangentes TV_m et TV'_m à l'orbite de Vénus,

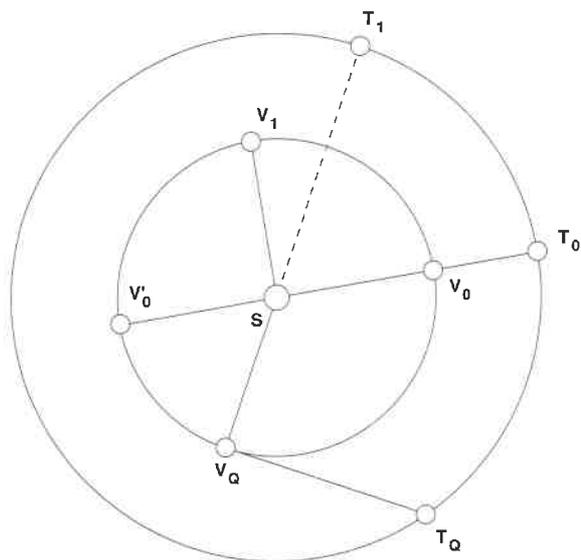


Fig. 4.15

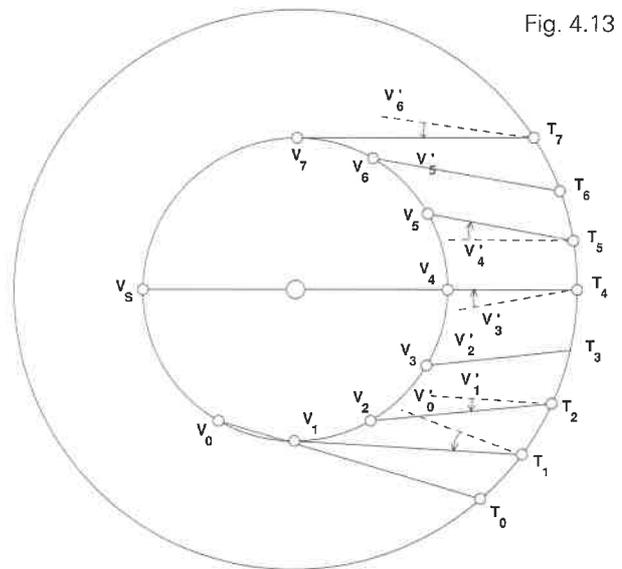


Fig. 4.13

on met en évidence deux positions V_m et V'_m de la planète, correspondant à «l'élongation maximale» α_m , plus grand écart angulaire entre le Soleil et la planète. Cette élongation maximale est en général de l'ordre de 43° pour Vénus, pouvant atteindre dans certains cas 49° (Fig 4.14). Pour Mercure l'élongation maximale est de l'ordre de 23° environ.

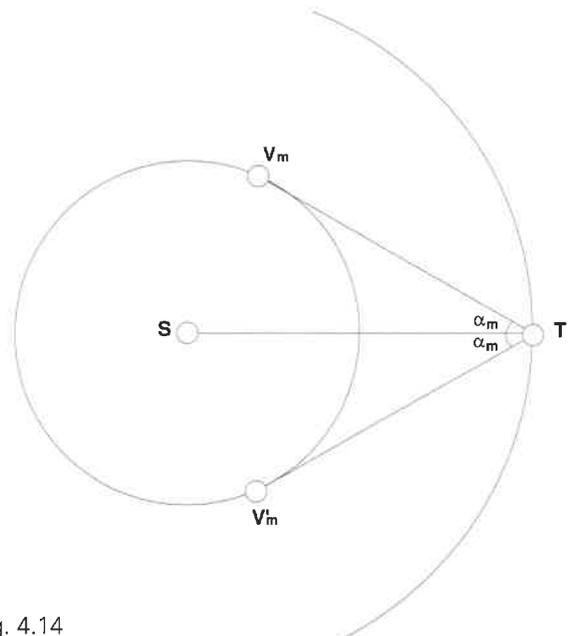


Fig. 4.14

Révolution synodique d'une planète inférieure

La définition de la «révolution sidérale» pour une planète inférieure est la même que pour une planète supérieure, mais on appelle «révolution synodique» d'une planète inférieure le temps qui s'écoule entre deux conjonctions successives de même nature, soit entre deux conjonctions inférieures : $T_0 V_0 S$ (fig 4.15), soit entre deux conjonctions supérieures.

Considérons la conjonction inférieure T_0V_0S . Au bout d'un jour la planète Vénus a décrit l'arc V_0V_1 et la Terre l'arc T_0T_1 , la Terre étant cette fois-ci en retard sur Vénus.

Par un raisonnement analogue à celui d'une planète supérieure, on obtient :
 $1/\sigma = 1/S - 1/A$

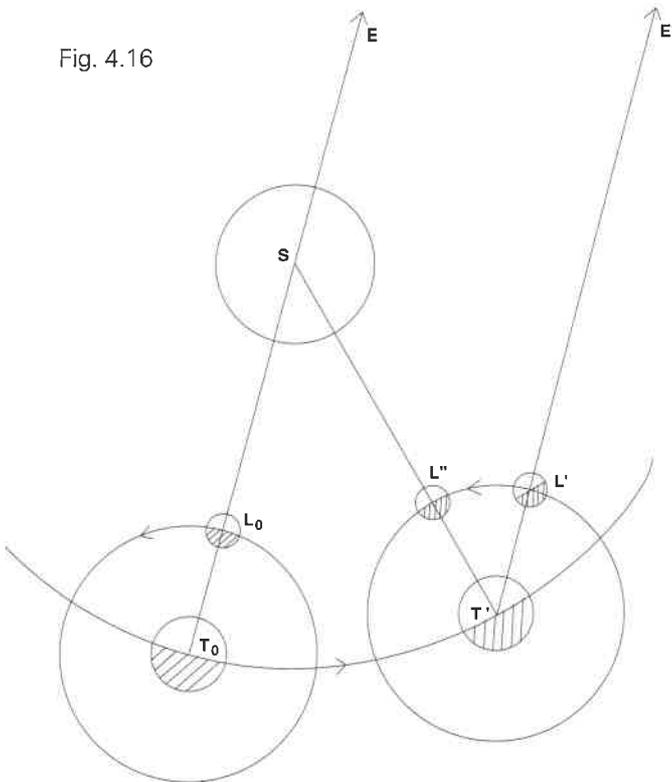
Quadratures

Planète supérieure. Une planète supérieure et le Soleil sont en quadrature par rapport à la terre lorsque (fig 4.12) la direction T_qS est perpendiculaire à la direction $T_q P_q$.

Planète inférieure. Pour une planète inférieure il y a quadrature lorsque les directions V_qS et $V_q T_q$ sont perpendiculaires (fig 4.15).

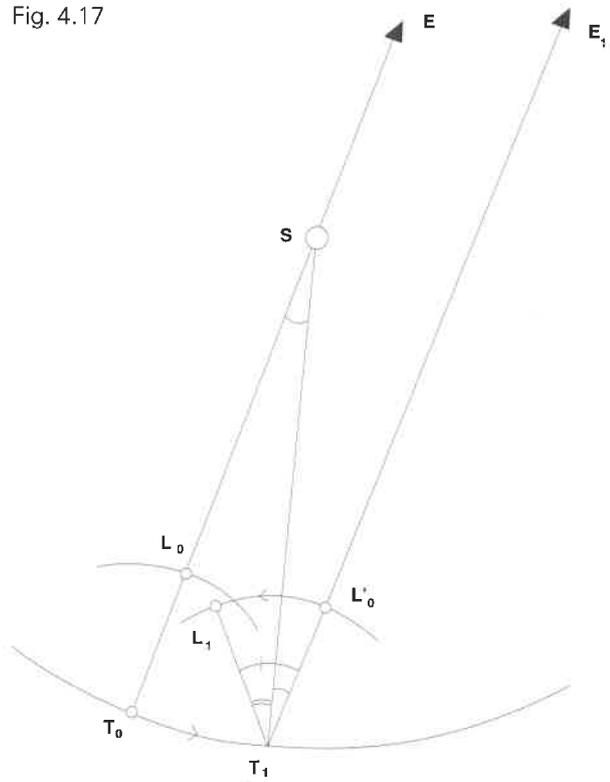
C) Cas de la Lune. Considérons la Lune dans sa position initiale L_0 en conjonction avec le Soleil. Ces deux astres sont alors alignés par rapport à la Terre, située en T_0 ; supposons que cet alignement passe par une étoile E , située pratiquement à l'infini (Fig. 4.16). La moitié de la Lune qui regarde la Terre est obscure, donc invisible ; c'est la nouvelle Lune.

Fig. 4.16



Considérons une nouvelle position T' de la Terre sur son orbite, telle que la Lune qui décrit sa trajectoire autour de la Terre soit dans la direction de l'étoile E ; $T' L' E'$ est alors parallèle à $T_0 L_0 E$. Le temps mis par la Lune pour accomplir une révolution complète sur son orbite l'amenant de L_0 en L' est la durée de révolution sidérale.

Fig. 4.17



$S = 27$ jours, 7 heures, 43 minutes ou
 $S = 27,32157$ jours.

Mais pour venir dans la position L'' , c'est-à-dire à nouveau en position de nouvelle Lune, il lui faut parcourir en plus l'arc $L' L''$ pendant que la Terre se déplace quelque peu sur son orbite. L'intervalle de temps que met la Lune pour passer de L_0 à L'' , ou intervalle de temps séparant deux conjonctions successives est la durée de révolution synodique σ ou *lunaison*. Elle vaut :
 $\sigma = 29$ jours, 12 heures, 44 minutes ou :
 $\sigma = 29,5306$ jours.

Partons de la conjonction $T_0 L_0 S$ (fig 4.17). En un jour la Terre se déplace de T_0 en T_1 ; menons par T_1 la parallèle $T_1 E_1$ à $T_0 E$ et considérons la nouvelle position de l'orbite lunaire, rencontrée par $T_1 E_1$ en L'_0 . Pendant que la Terre se déplace de T_0 en T_1 la Lune se déplace de L'_0 en L_1 . Or :
 $\widehat{ST_1L_1} = \widehat{L'_0T_1L'_0} - \widehat{ST_1E_1}$. (1).

Puisque le rayon $T_1 L_1$ fait par rapport à $T_1 S$ un tour complet en σ jours : $\widehat{ST_1L_1} = 1/\sigma$; puisque $T_1 L_1$ fait par rapport à l'étoile un tour complet en S jours, on a :

$$\widehat{E_1T_1L_1} = \widehat{L'_0T_1L'_0} = 1/S$$

Enfin $\widehat{ST_1E_1} = \widehat{T_0ST_1}$ (angles alternes internes). Comme l'arc T_0T_1 est décrit en un jour $\widehat{T_0ST_1} = 1/A$, où A est la durée de révolution sidérale de la Terre, soit :

$$A = 365,2563 \text{ jours}$$

On a donc d'après la relation (1):

$$1/\sigma = 1/S - 1/A$$

et on vérifie que :

$$\frac{1}{29,5306} = \frac{1}{27,32157} - \frac{1}{365,2563}$$

D) Les parties A, B, C ci-dessus de cette introduction constituent un rappel des notions modernes de cosmographie en système héliocentrique. Elles nous ont paru nécessaires pour mieux appréhender le système d'Eudoxe, puis pour comprendre l'évolution ultérieure de l'astronomie grecque avec Aristarque de Samos, Apollonius, Hipparque et surtout Ptolémée. Nous venons de voir qu'en système héliocentrique l'explication des stations et des retrogradations des planètes, ce que l'on appelle quelquefois «l'anomalie héliaque» ne posait pas de problème particulier. Il en est de même de «l'anomalie zodiacale», selon laquelle les planètes parcourent des arcs inégaux en des temps égaux ; on sait en effet depuis Kepler que les orbites des planètes sont des ellipses, dont le Soleil est un des foyers, parcourues selon «la loi des aires» (aires égales balayées en des temps égaux).

Mais l'explication de ces deux anomalies devient beaucoup plus difficile lorsqu'on reste en système géocentrique, sous la contrainte d'orbites circulaires décrites selon le précepte platonicien (voir 3.22). Le commentaire de Simplicius sur le «De Caelo» d'Aristote, qui date du 5e siècle après J.C. s'exprime ainsi à ce sujet :

«Platon admet en principe que les corps célestes se meuvent d'un mouvement circulaire, uniforme et constamment régulier. Il pose alors aux mathématiciens ce problème : quels sont les mouvements circulaires et parfaitement réguliers qu'il convient de prendre pour hypothèses, afin que l'on puisse sauver les apparences présentées par les astres errants?».

Le problème s'était présenté de la même façon au sein de l'Ecole pythagoricienne, comme le rapporte Géminus.

Durant cinq siècles d'Eudoxe à Ptolémée les astronomes et mathématiciens grecs essaieront de donner des solutions au problème posé par Platon.

Eudoxe, très imprégné des préceptes de Platon, s'est efforcé de les mettre en pratique ; il a cherché à «sauver les apparences», offertes par le cours des planètes, au moyen de mouvements circulaires uniformes ayant pour centre le centre de la Terre. Pour cela il emboîta les uns dans les autres plusieurs globes concentriques, animés chacun d'une rotation uniforme autour d'un axe convenablement choisi. Chaque planète était solidaire d'une sphère portante représentée en trait épais sur la figure 4.18 ; elle tournait autour de

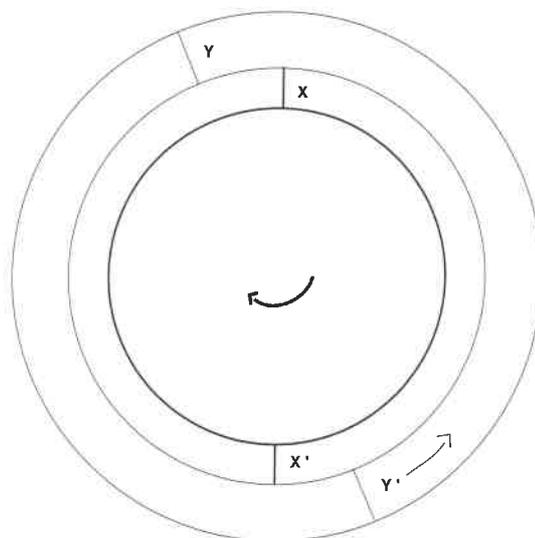


Fig. 4.18. Sphères homocentriques d'Eudoxe.

l'axe X X' (trait épais) dans le sens de la flèche (épaisse). Cet axe était implanté en deux points sur la sphère enveloppante, qui elle-même tournait autour d'un axe Y Y' implanté sur une 3ème sphère (2ème sphère enveloppante), mais dans le sens de la flèche filiforme, opposé au premier mouvement. Pour les planètes Eudoxe considéra quatre sphères concentriques, réalisant ainsi le premier système des «sphères homocentriques», qui sera modifié par Callippe puis par Aristote. On connaît ce système par le commentaire de Simplicius, dont nous avons donné un extrait ci-dessus.

4.42 L'hippopède

Le Moyen-âge et la Renaissance ont complètement oublié le système cinématique d'Eudoxe, qui ne fut retrouvé qu'en 1874 par l'astronome italien Schiaparelli. Celui-ci fut le premier à déterminer les caractéristiques mathématiques de «l'hippopède», nom que les Anciens utilisaient pour désigner la courbe selon laquelle la planète exécute son cycle synodique. Les travaux de Schiaparelli furent diffusés en France par P.Tannery (Bibl 4), qui utilise la géométrie analytique. Otto Neugebauer dans son «A History of Ancient Mathematical Astronomy» (Bibl 7) reprend la question de façon plus élégante en utilisant la géométrie pure, comme a du le faire Eudoxe. Dans ce qui suit nous nous inspirerons de la méthode de Neugebauer.

Nous allons d'abord démontrer les propriétés géométriques de l'hippopède, indépendamment de considérations astronomiques. Considérons la première sphère de centre O, qui tourne autour de l'axe XX' dans le sens de la flèche et soit A un point de l'équateur E_x E'_x de cette sphère, elle-même entraînée par la rotation de la sphère enveloppante autour de l'axe YY'.

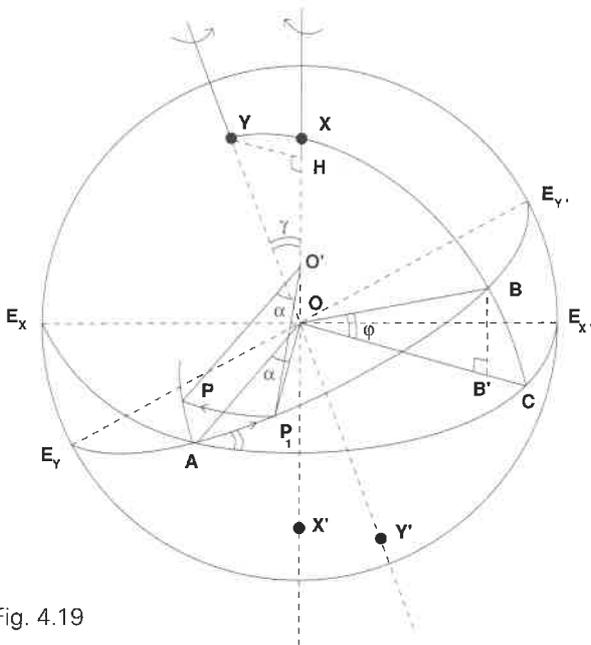


Fig. 4.19

Désignons par $E_y E'_y$ l'intersection de la première sphère avec le plan passant par O et perpendiculaire à YY' (Fig 4.19). Si γ désigne l'angle que font entre elles les deux directions XX' et YY' , les deux «équateurs» $E_x E'_x$ et $E_y E'_y$ font aussi entre eux l'angle γ . Considérons sur l'équateur $E_y E'_y$ le point B tel que $\widehat{AB} = \pi/2$. Le plan contenant les axes XX' et YY' passe par ce point B et coupe la sphère considérée selon l'arc $YXBC$, C étant dans le plan $E_x E'_x$, tel que $\widehat{AC} = \pi/2$.

Faisons effectuer au point A une rotation de l'angle α autour de YY' l'amenant en P_1 sur l'arc AB . Sur la figure 4.20 nous avons représenté la

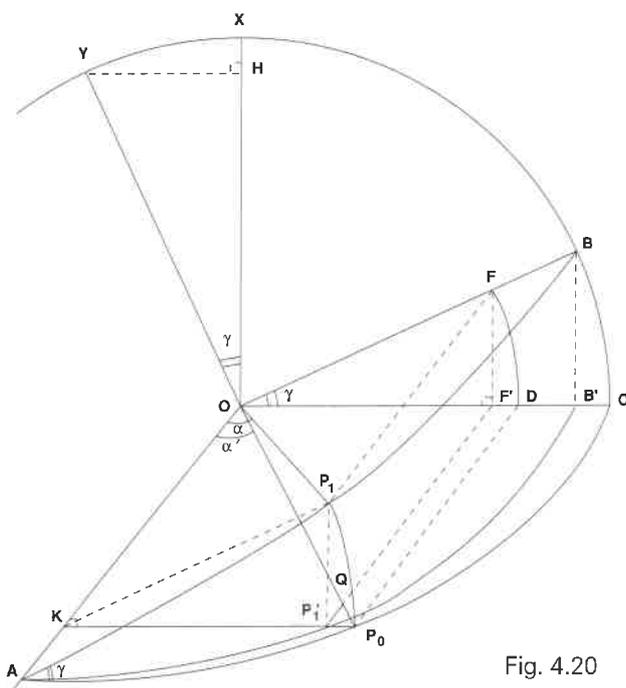


Fig. 4.20

projection de l'arc de grand cercle AB sur le plan AOC selon l'ellipse AB' . La projection P'_1 de P_1 sur le plan AOC se trouvera donc sur cette ellipse. Considérons dans le plan AOC le point P_0 déduit de A par une rotation de l'angle α autour de O. Les rayons de la sphère OP_1 , OP_0 qui font avec OA l'angle α appartiennent à un cône de révolution de demi-angle au sommet α , qui coupe la sphère selon le petit cercle P_0P_1 , dont le plan est perpendiculaire à OA et qui coupe le plan AOC selon la direction P_0K , elle-même perpendiculaire à OA, K étant sur OA le centre du petit cercle considéré. Le point P'_1 se trouve donc à la fois sur la direction P_0K perpendiculaire à OA et sur l'arc d'ellipse AB' . Projetons P_1 en F sur OB, P'_1 en F' sur OC et P_0 en D sur OC. Comme $P_1P'_1$ est perpendiculaire à KP_0 , FF' est aussi perpendiculaire à OC. Comme $KP_1 = KP_0$, on a aussi : $OF = OD$.

Désignons par Q l'intersection de OP_0 avec P'_1F' . Comme QF' et P_0D sont parallèles, on peut écrire :

$$\frac{OF'}{OQ} = \frac{OD}{OP_0} \quad (2)$$

On a aussi :

$$\frac{OF'}{OD} = \frac{OF'}{OF} = \cos \gamma,$$

de même :

$$\frac{OB'}{OB} = \frac{OB'}{OP_0} = \cos \gamma,$$

On déduit des deux relations précédentes :

$$\frac{OF'}{OD} = \frac{OB'}{OP_0} = \cos \gamma,$$

ou bien :

$$\frac{OF'}{OB'} = \frac{OD}{OP_0}$$

Si on remplace OD/OP_0 par sa valeur tirée de la relation (2), on a :

$$\frac{OF'}{OB'} = \frac{OF'}{OQ} \quad (3)$$

Il en résulte que $OQ = OB' = OA \cos \gamma$, donc que OQ est une constante. De même le segment QP_0 , hypoténuse du triangle rectangle $Q P'_1 P_0$, est constant puisque : $QP_0 = OP_0 - OQ$. Remarquons que dans ce triangle l'angle en Q est égal à α . Remarquons aussi que : $B'C = HX = OA (1 - \cos \gamma)$. On a de même :

$$QP_0 = OP_0 - OQ = OA (1 - \cos \gamma)$$

d'où :

$$QP_0 = B'C = HX.$$

Considérons maintenant la rotation autour de XX' qui amène P_1 en P (fig 4.19) ; cette rotation est

Fig. 4.21

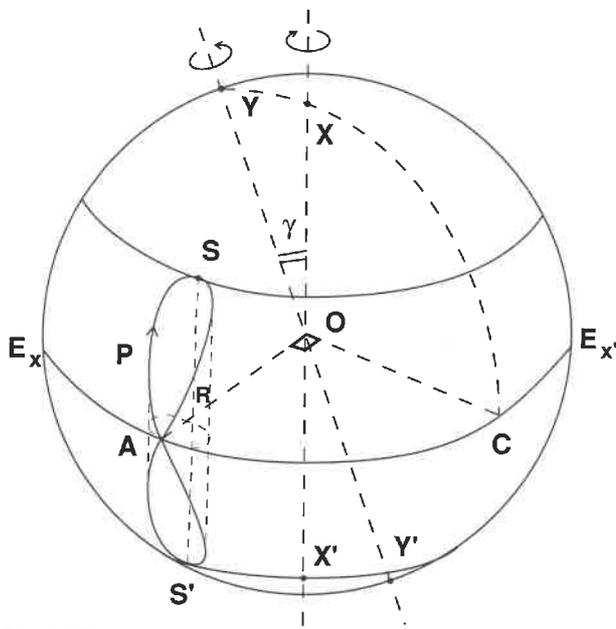
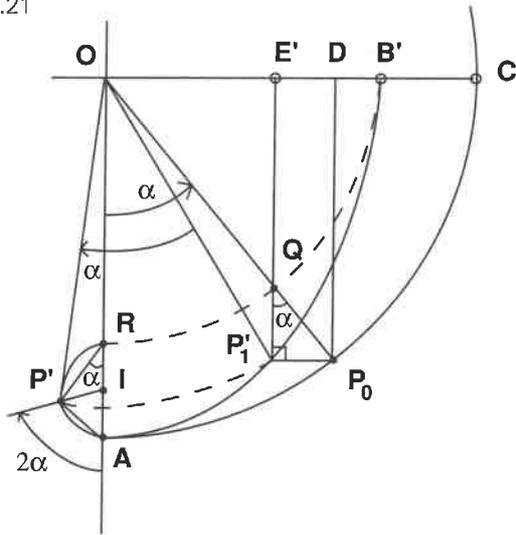


Fig. 4.22

aussi de l'angle α , mais en sens contraire de celle qui a amené A en P_1 ; elle s'effectue autour de O' dans un plan parallèle au plan AOC.

Raisonnons en projection sur ce plan AOC (fig 4.21). La projection P'_1 de P_1 tourne dans ce plan du même angle α et vient en P' projection de P, tel que :

$$P'_1OP' = \alpha.$$

Dans la même rotation le triangle rectangle $P_0P'_1Q$ vient occuper la position $AP'R$ où : $\widehat{AP'R} = \pi/2$ et $\widehat{P'RA} = \alpha$.

Désignons par I le milieu de AR. L'angle au centre $P'IA = 2\alpha$.

Ainsi quelle que soit la valeur de l'angle α , P' décrit un cercle de diamètre constant :

$$AR = P_0Q = OA (1 - \cos \gamma) \text{ ou : } 2r = OA (1 - \cos \gamma) \quad (4)$$

Il en résulte que P décrit sur la sphère une courbe gauche dont la projection sur l'équateur $E_x E_{x'}$ est le cercle de diamètre AR. La figure 4.22 montre la nature de la courbe décrite par le point P. Ainsi la rotation d'un couple de deux sphères tournant autour de deux axes XX' et YY' constamment en sens contraire engendre le déplacement AP pour un angle $2\alpha < \pi$, le déplacement AS pour un angle égal $2\alpha = \pi$. Le vertex S de la courbe a pour projection sur le plan AOC le point R diamétralement opposé à A. Après une rotation : $2\alpha = 2\pi$, le point P revient en A, après avoir décrit la boucle APSA. Mais lorsque l'angle 2α varie de 2π à 4π le point P décrit la boucle inférieure de l'hippocampe dont le point le plus bas est S' , projeté aussi en R sur le plan AOC. Ainsi la boucle entière de l'hippocampe est décrite lorsque l'angle 2α varie de 0 à 4π , ou ce qui revient au même lorsque α varie de 0 à 2π . «L'hippocampe» dont le mode de génération et de construction est dû à Eudoxe, a donc une forme de huit ou de lémniscate ; on peut la définir aussi comme étant l'intersection de la sphère considérée avec le cylindre dont la section droite est le cercle de diamètre AR.

On peut constater par cet exemple qu'au 4e siècle avant J.C. la géométrie grecque était parvenue à un certain degré de complexité ; des constructions semblables étaient familières aux géomètres grecs de cette époque.

4.43 Le mouvement zodiacal et le mouvement diurne de l'hippocampe

Passons maintenant à l'application astronomique. Le mouvement de P avec ses oscillations entre deux extrêmes rappelle évidemment le mouvement synodique d'une planète entre deux de ses «stations» S et S' . Mais ce cycle synodique doit participer à un mouvement sur l'écliptique. Aussi Eudoxe introduisit-il une 3ème sphère entraînant d'Ouest en Est l'ensemble des deux sphères intérieures déjà considérées, avec une vitesse constante sur l'écliptique, dont le plan coïncide avec le plan de symétrie de l'hippocampe, qui passe par les points A, S, R, O, S' (fig 4.22). Bien entendu la rotation de cette 3ème sphère entraîne aussi la rotation de l'hippocampe.

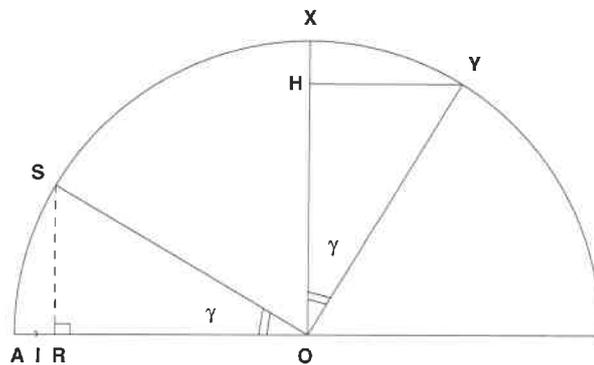


Fig. 4.23

Sur la fig 4.22 OY se trouve dans un plan perpendiculaire à OA et est lui-même perpendiculaire à OA. Amenons A en R par une rotation $2\alpha = \pi$ autour de I. L'axe OY tourne autour de OX de l'angle $\alpha = \pi/2$ et vient donc dans le plan AOX dans une position perpendiculaire à OS. C'est ce que montre la figure 4.23 qui représente une coupe de la première sphère par le plan de symétrie de l'hippopède et pour la position S du vertex.

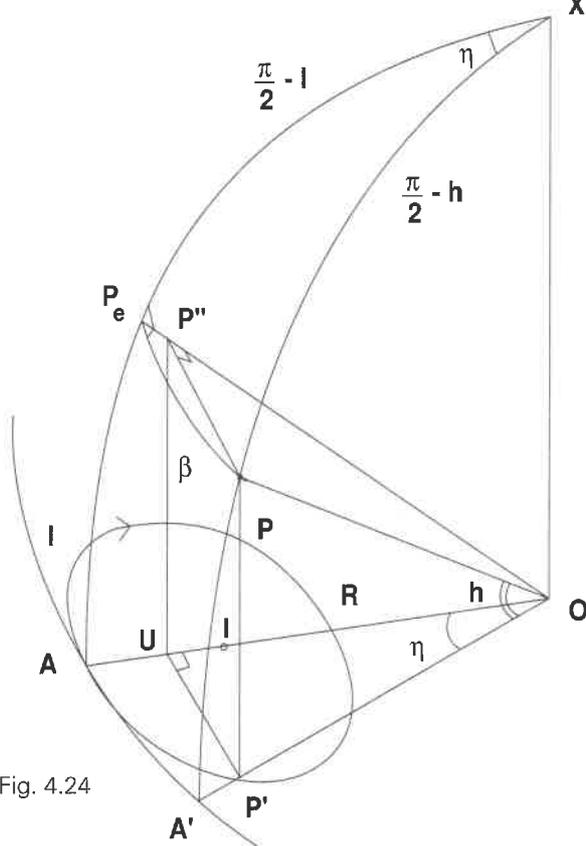


Fig. 4.24

Revenons à la 3ème sphère, dont l'axe de rotation est OC et qui entraîne les deux premières sphères dans la révolution zodiacale de la planète. Cette troisième sphère est placée à l'intérieur de la 4ème sphère des fixes, qui effectue sa rotation selon le mouvement diurne. Aussi la révolution de l'hippopède s'accomplit sur l'écliptique grâce à la 3ème sphère pendant la révolution zodiacale de la planète ; quant au mouvement de la planète sur l'hippopède, il s'accomplit pendant le temps de révolution synodique de celle-ci, grâce aux mouvements des deux premières sphères. Selon l'endroit où se trouve la planète, le mouvement de celle-ci sur l'hippopède, composé avec celui de l'hippopède sur l'écliptique, sera accéléré si les deux mouvements sont dans le même sens, sera retardé et même rétrograde si les deux mouvements s'effectuent en sens contraire.

La 3ème sphère d'Eudoxe avait une durée de révolution qui correspondait pour les planètes supérieures à leur durée de révolution sidérale,

mais qui pour les planètes inférieures correspondait à un an ; la rotation de cette 3ème sphère s'effectuait d'un mouvement uniforme, car Eudoxe n'avait aucune idée sur l'anomalie des planètes en longitude, occasionnée par l'excentricité de leur orbite. Il en résultait que les conjonctions et oppositions successives étaient équidistantes en temps et à intervalles réguliers sur l'écliptique ; les arcs de rétrogradations étaient égaux dans toutes les parties du zodiaque. Or ces phénomènes ne correspondent pas à la réalité.

Un autre défaut majeur du système d'Eudoxe est qu'il ne disposait que d'un paramètre pour représenter les mouvements des planètes, à savoir l'angle γ entre les deux axes XX' et YY', ou ce qui revient au même la valeur du segment :

$HX = B'C = AR$ (fig 4.20 et 4.21). Or $AR = 2r$, dont l'expression est donnée par la formule (4) du n° 4.42 :

$$2r = OA (1 - \cos \gamma) \quad (4)$$

Plus γ sera faible plus $\cos \gamma$ se rapprochera de 1 et plus le rayon r du cylindre supportant l'hippopède sera petit ; à contrario plus γ sera voisin de $\pi/2$ plus $\cos \gamma$ sera faible et plus r se rapprochera de OA. Montrons que de façon corollaire les latitudes écliptiques β de la planète augmentent avec r et cherchons la valeur maximale β_m de β .

Considérons le plan de l'écliptique AOX et une position P de la planète située sur l'hippopède entre S et A, donc $2\alpha > \pi$. La latitude écliptique β sera mise en évidence en abaissant de P l'arc de grand cercle PP_e perpendiculaire à AX : $\beta = \widehat{P_e P}$. Soit A' le point où l'arc de grand cercle XP rencontre le plan AOC, de section droite du cylindre, qui supporte l'hippopède et qui coupe ce cylindre selon le cercle de centre I et de diamètre AR = 2r. Abaissons de P la perpendiculaire PP'' sur OP_e et la perpendiculaire PP' sur OA' (Fig 4.24).

$$\text{On a : } \sin \beta = \frac{P''P}{OP} = \frac{P''P}{OA}$$

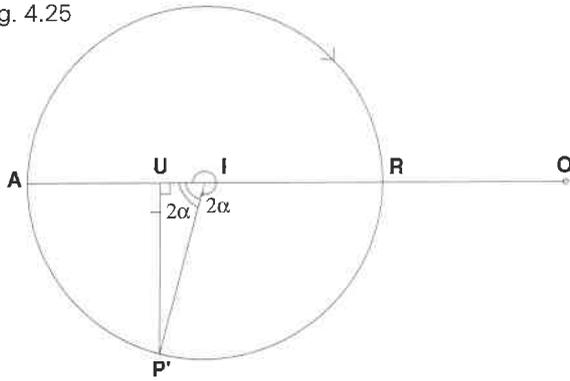
Projetons P' en U sur OA, U étant aussi le pied de la perpendiculaire abaissée de P'' sur OA. Il est clair que $UP' = P''P$. Donc : $\sin \beta = UP'/OA$. Le maximum de $\sin \beta$, donc aussi celui de β , a lieu lorsque UP' atteint sa valeur maximale, à savoir le rayon "r" du cercle. On a alors : $\widehat{AIP'} = 2\alpha = 3\pi/2$. La valeur β_m de ce maximum est donc :

$$\sin \beta_m = r/OA$$

Compte tenu de la relation (4), on a aussi :

$$r = OA/2 (1 - \cos \gamma), \text{ d'où : } \sin \beta_m = 1 - \cos \gamma / 2 \quad (5)$$

Fig. 4.25



Cette formule donne donc la latitude écliptique maximale atteinte par la planète dans chacune de ses boucles synodiques ; mais β_m n'a rien à voir avec la latitude maximale β'_m atteinte par la planète une fois dans chaque période sidérale et qui est due à l'inclinaison du plan de l'orbite sidérale par rapport au plan de l'écliptique. Pour Eudoxe la planète oscille de part et d'autre du plan de l'écliptique. C'est là un des défauts majeurs du système d'Eudoxe, connu d'ailleurs de ses contemporains et de ses disciples.

Représentons fig 4.25 le cercle de diamètre AR de centre I, le point O, le point P' projeté en U sur AR avec : $\widehat{AIP'} = 2\alpha$.

Reprenons la relation : $\sin \beta = UP'/OA$

Or : $UP' = r \sin (-2\alpha) = -r \sin 2\alpha$,
d'où : $\sin \beta = -r/OA \sin 2\alpha$

Dans le cas de figure $2\alpha > \pi$ et $\sin 2\alpha$ est négatif. Lorsque $2\alpha < \pi$, on a :

$$\sin \beta = r/OA \sin 2\alpha \quad (6)$$

Ainsi la latitude écliptique β s'exprime en fonction de r et de α par la relation (6).

Proposons-nous maintenant d'évaluer les longitudes écliptiques l, comptées à partir de A : $l = AP_e$, en fonction de r et de α . Considérons d'abord la « hauteur » h de la planète par rapport au plan OAA' supposé provisoirement horizontal (voir fig 4.24).

On a : $OP' = OP \cos h = OA \cos h = \sqrt{OU^2 + UP'^2}$,
d'où :
 $\cos h = 1/OA \sqrt{OU^2 + UP'^2} \quad (7)$

Il est clair que le point U pied de la perpendiculaire abaissé de P' sur OA (Fig 4.25) est tel que :
 $OU = OA - UA = OA - (IA - IU)$. Or $IA = r$
et $IU = r \cos (-2\alpha) = r \cos 2\alpha$, d'où :
 $OU = OA - r (1 - \cos 2\alpha) \quad (8)$

On a déjà vu plus haut que :
 $UP' = -r \sin 2\alpha \quad (9)$

Il suffit de remplacer dans la relation (7) OU et UP' par leurs valeurs en fonction de r et de α pour obtenir une relation complexe du type :

$$h = f(r, \alpha) \quad (16)$$

Soit η l'angle du plan mobile OPA' avec le plan de l'écliptique OXA. Dans le triangle sphérique XP_eP rectangle en P_e (fig 4.24) la règle de Néper donne :

$\cos \eta = \tan (\pi/2 - l) \cotan (\pi/2 - h)$, d'où :

$$\tan l = \frac{\tan h}{\cos \eta} \quad (11)$$

Mais $\cos \eta = OU / OP'$.
OU s'exprime en fonction de r et de α par la relation (8).

$OP' = OP \cos h = OA \cos h$, où h s'exprime en fonctions de r et de α par la relation (10).

Il résulte donc de la relation (11) que l'on peut exprimer la longitude écliptique d'un point de l'hippopède à partir de A, pris comme origine par une relation du type :

$$l = g(r, \alpha) \quad (12)$$

où g est une fonction assez complexe.

Ainsi après avoir choisi le paramètre r ou ce qui revient au même l'angle γ que font entre eux les axes XX' et YY' , puisque d'après (4) :

$$2r = OA (1 - \cos \gamma),$$

Eudoxe pouvait définir les coordonnées écliptiques β et l de tout point P de l'hippopède en fonction de l'angle α par les formules (6) et (12).

4.44 Résultats obtenus par Eudoxe pour les planètes

Simplicius donne, mais en nombres ronds de jours et d'années les valeurs adoptées par Eudoxe pour les révolutions synodique et zodiacale des 5 planètes. Nous les reproduisons dans le tableau 4.26 ci-après, comparées aux valeurs modernes.

La valeur de la révolution synodique de Mars est évidemment fautive : elle représente seulement un tiers de la période synodique moderne ; cela voudrait dire qu'Eudoxe aurait dénombré par exemple trois oppositions de Mars dans un intervalle qui actuellement n'en contient qu'un.

Il faut donc éliminer Mars pour lequel le système des sphères homocentriques d'Eudoxe ne convient pas du tout.

A. Planètes supérieures

Soit σ la période de révolution synodique du-

Planètes	Révolutions synodiques		Révolutions zodiacales		
	Eudoxe en jours	Modernes en jours	Eudoxe années	Modernes années	Modernes jours
Saturne	390	378	30	29	166
Jupiter	390	399	12	11	315
Mars	260	780	2	1	322
Mercure	110	116	1	1	0
Vénus	570	584	1	1	0

Tableau 4.26

rant laquelle la planète décrit l'intégralité de la boucle (double) de l'hippopède. D'après la fig 4.23 le point S a pour longitude écliptique : $l = \gamma$ et il est facile de voir que S' a pour longitude écliptique $l' = -\gamma$, de sorte que l'amplitude en longitude de la boucle est 2γ , décrite en une moitié de période de révolution synodique : $\sigma/2$. Mais durant ce temps : $\sigma/2$ l'hippopède participe au mouvement sidéral de la planète.

Désignons par Δl la variation de longitude écliptique pour une variation de temps σ : pour $\sigma/2$ la variation de longitude écliptique sera $\Delta l/2$.

Ainsi l'arc de rétrogradation Δr de la planète s'obtient par la relation :

$$\Delta r = 2\gamma - \Delta l/2, \text{ d'où :}$$

$$\gamma = \Delta r/2 + \Delta l/4 \quad (13)$$

Les quantités Δr et Δl sont accessibles à l'expérience ; on en déduit γ .

■ Pour Saturne l'arc de rétrogradation est : $\Delta r = 7^\circ$. Déterminons pour cette planète Δl pour : $\sigma = 390$ jours = 13 mois (valeur d'Eudoxe). Comme Saturne décrit sa trajectoire de 360° en 30 ans (valeur d'Eudoxe), soit 360 mois, la variation de longitude écliptique est de 1° par mois, soit : $\Delta l = 13^\circ$ pour 13 mois.

La relation (13) donne : $\gamma = 3,5^\circ + 3^\circ,25 = 6^\circ,75$

La relation (4) donne le rayon de l'hippopède :

$$r/OA = \frac{1 - \cos \gamma}{2} = 3,4658 \times 10^{-3}$$

La relation (5) permet de calculer la latitude écliptique maximale :

$$\sin \beta_m = \frac{1 - \cos \gamma}{2}, \text{ d'où : } \beta_m = 0^\circ 11' 55''$$

■ Pour Jupiter l'arc de rétrogradation est : $\Delta r = 10^\circ$. Jupiter décrit sa trajectoire de 360° en 12 ans (144

mois) ; pour $\sigma = 390$ jours, on a :

$$\Delta l = \frac{360 \times 13}{144} = 32^\circ,5$$

La relation (13) donne : $\gamma = 5^\circ + 8^\circ,125 = 13^\circ,125$

La relation (4) donne le rayon de l'hippopède :

$$r/OA = \frac{1 - \cos \gamma}{2} = 0,01306$$

La relation (5) permet de calculer la latitude écliptique maximale :

$$\sin \beta_m = \frac{1 - \cos \gamma}{2}, \text{ d'où } \beta_m = 0^\circ 44' 54''$$

Le modèle d'Eudoxe devait avoir pour Saturne et Jupiter des valeurs de γ proches de celles que nous avons reconstituées à partir des données de Simplicius. Dans ce modèle ces deux planètes oscillaient très peu en latitude par rapport à l'écliptique. Comme les observations de l'époque ne devaient pas avoir une précision meilleure que le degré, les hypothèses d'Eudoxe représentaient correctement les observations.

B. Planètes inférieures

Pour les deux planètes inférieures Mercure et Vénus, leur lieu moyen coïncide avec celui du Soleil : le centre de l'hippopède de ces deux planètes devait se confondre constamment avec cet astre, ce qui exigeait que les pôles de la deuxième sphère fussent constamment à 90° du Soleil pour les deux planètes, ce que confirme Aristote.

En ce qui concerne Vénus, Eudoxe obtint une durée de révolution synodique de 570 jours (au lieu de 584), mais divisée en deux parties égales par les instants de maximum d'élongation orientale et de maximum d'élongation occidentale, ce qui est très éloigné de la vérité (voir fig 4.14), puisque les durées sont respectivement de 441 et de 143 jours : total 584 jours. Cette simple remarque suffirait à affirmer que le modèle d'Eudoxe n'est pas valable pour Vénus. On en a

confirmation en calculant γ par la formule (13). Pour Vénus : $\Delta r = 16^\circ$ et la variation de longitude écliptique pour 570 jours (valeur d'Eudoxe) est :

$$\Delta l = \frac{570 \times 360}{365} = 562^\circ, \text{ d'où } \Delta l / 4 = 140^\circ,5.$$

Ainsi $\gamma = \Delta r / 2 + \Delta l / 4 = 8^\circ + 140^\circ,5 = 148^\circ,5$, ce qui est absurde puisque pour Vénus on a en général : $\gamma = \alpha m = 43^\circ$, exceptionnellement $\gamma = 49^\circ$.

Pour Mercure non plus le modèle d'Eudoxe n'est guère valable.

4.45 Autres sphères homocentriques d'Eudoxe

A. Sphère des fixes

Les étoiles sont supposées fixées à une sphère tournant autour de l'axe du monde en un jour sidéral, ce qui représente le mouvement diurne de la voûte céleste.

B. Sphères du Soleil.

Pour le Soleil Eudoxe considérait trois sphères :

1) la première tournait autour de l'axe de l'écliptique dans le sens des signes du zodiaque avec une période d'un an environ.

2) la deuxième tournait dans le même sens, autour d'un axe légèrement incliné par rapport à celui de l'écliptique.

3) la troisième tournait autour de l'axe du monde pour représenté le mouvement diurne.

Or la première et la troisième sphère suffisent pour expliquer le mouvement diurne et le mouvement annuel du Soleil ; pourquoi Eudoxe a-t-il introduit la deuxième sphère, qui a pour effet d'éloigner le Soleil de l'écliptique et de lui donner une sorte de mouvement de balancement ou de « nutation ». D'après Simplicius ce serait pour expliquer le fait, noté par Eudoxe et ses prédécesseurs, que le Soleil ne se lève pas toujours au même point de l'horizon lors des solstices, ce fait étant inexact pour une période assez courte. Cette idée du mouvement du Soleil en latitude écliptique a été tenace car elle a persisté aux temps d'Aristote, d'Hipparque et même de Charlemagne.

On a voulu voir dans le déplacement du point du lever du Soleil aux solstices, soit le fait qu'Eudoxe connaissait la variation de l'obliquité de l'écliptique, soit le fait qu'il connaissait la précession des équinoxes. Aucune de ces hypothèses n'est fondée.

L'explication la plus plausible de ce pseudo-mouvement en latitude attribué au Soleil serait la suivante : Si l'année tropique avait eu exactement 365 jours 1/4, au bout de quatre ans le solstice aurait été observé exactement à la même heure du jour. Or l'année tropique vaut exactement 365,2422 jours. D'après Tannery (Bibl 4) Eudoxe aurait interprété cette « avance » du solstice en admettant pour le Soleil un mouvement en latitude analogue à celui de la Lune.

Toujours d'après Tannery (Bibl 4) le fait que le mouvement des sphères 1 et 2 soit dans le même sens conduit à une obliquité de l'écliptique inférieure à la valeur de 24° , admise par Eudoxe et vraisemblablement déterminée avant lui. Si on admet une inclinaison d'un demi degré entre les axes XX' et YY' des sphères 1 et 2, les points solsticiaux oscillent sur un arc de $2^\circ 28'$. L'année tropique a alors une longueur variable, tantôt plus longue, tantôt plus courte que l'année sidérale.

Eudoxe ne tenait pas compte dans son système de l'anomalie annuelle du Soleil en longitude, connue par les observations de Méton et d'Euctémon quelques dizaines d'années auparavant ; ceux-ci avaient aussi découvert l'inégalité des saisons. Eudoxe attribue 91 jours à chacune des trois saisons sauf l'automne auquel il affecte 92 jours pour que le total fasse 365 jours.

C. Sphères de la Lune

Le système d'Eudoxe rapporté par Simplicius comportait 3 sphères : la sphère 3 représentant le mouvement diurne, la sphère 2 représentant la circulation de la Lune sur son orbite sans anomalie, la sphère 1 représentant le mouvement de nutation de l'orbite lunaire autour de l'axe de l'écliptique, mouvement qui entraîne la rétrogradation des noeuds lunaires. Il y a évidemment inversion dans l'ordre des sphères 2 et 1 ; c'est la sphère 1 qui devrait avoir la période de révolution la plus courte en durée, égale à celle du « mois draconitique », c'est-à-dire à l'intervalle de temps qui sépare deux passages successifs de la Lune à son noeud ascendant ; la sphère 2 au contraire qui entraîne la sphère 1, comme la sphère 3 entraîne les deux autres, devrait avoir la période de révolution la plus longue, égale à la durée de la période de rétrogradation des noeuds soit environ 223 lunaisons.

Une telle inversion n'a pu être commise par Eudoxe et on attribue à Aristote cette erreur, qui aurait été reproduite par son commentateur Simplicius.

L'ordre corrigé des sphères est donc :

- Sphère 1 : révolution d'Ouest en Est autour d'un axe perpendiculaire à celui de l'orbite de la Lune avec une période égale à celle du « mois draconitique » (27 jours 1/4 environ),

PRISES DE VUES AERIENNES



AVIONS RAPIDES
 COUVERTURE
 EUROPEENNE
 2 EQUIPAGES :
 365 JOURS SUR 365
 MATERIEL FMC

A D R E S S E

APEI
 Aérodrome de Moulins
 03400 YZEURE
 Tél. 70 20 63 67
 Téléc. 960 882 - Fax : 70 20 84 87

irremplaçable !

REPRODUCTION PHOTOGRAPHIQUE
 votre seul partenaire de précision et de qualité.

TOPOGRAPHIE

CARTOGRAPHIE

INDUSTRIE &
 BUREAU D'ETUDES

ARTS GRAPHIQUES
 &
 DOCUMENTATION

ARCHITECTURE &
 URBANISME

Consultez-nous
 sur
 Minitel 

votre spécialiste :



5, RUE DE LA VEGA 75012 PARIS

(1) 43.47.15.92

- Sphère 2 : révolution d'Est en Ouest autour d'un axe faisant avec le plan de l'orbite lunaire un angle égal aux plus grandes latitudes de cet astre, avec une période plus lente que pour la sphère 1, période de 223 lunaisons,

- Sphère 3 représentant le mouvement diurne.

Par l'inclinaison du plan de rotation de la première sphère sur l'écliptique, Eudoxe expliquait les variations de latitude de la Lune et par la combinaison des mouvements des sphères 1 et 2 il expliquait le déplacement des noeuds lunaires.

Le système était relativement satisfaisant, mais Eudoxe ne tenait pas compte de l'anomalie de la Lune en longitude. Vingt ans plus tard environ Callippe prit connaissance de cette anomalie et s'efforça d'en tenir compte.

4.46 Conclusion sur le système d'Eudoxe

Le système d'Eudoxe comportait au total 27 sphères motrices ou «déférentes» :

Astres	Nombre de sphères motrices
Etoiles	1
Saturne	4
Jupiter	4
Mars	4
Mercure	4
Venus	4
Soleil	3
Lune	3
Total	27

Ce système de sphères homocentriques représentait assez bien les mouvements du Soleil et de la Lune, sauf en ce qui concerne le mouvement imaginaire de balancement en latitude du Soleil et sauf la non prise en considération des anomalies en longitude du Soleil et de la Lune.

Pour Saturne, Jupiter et dans une certaine mesure pour Mercure l'hypothèse des sphères homocentriques donnait une explication générale assez satisfaisante des mouvements en longi-

tude, des stations et des rétrogradations. Pour Vénus les défauts étaient manifestes et pour Mars la théorie devenait aberrante.

Malgré ces imperfections Eudoxe a le mérite d'avoir été le premier à tenter une explication géométrique et cinématique des principales inégalités planétaires. Les historiens de l'astronomie qui on écrit avant Schiaparelli, comme Bailly, Delambre,... n'ont pas manifesté d'intérêt pour le système d'Eudoxe et ont même mis en doute ses qualités de géomètre.

Depuis les travaux de Schiaparelli le système des sphères homocentriques d'Eudoxe a été réhabilité et l'on a apprécié la grande finesse géométrique de l'astronome grec.

4.5 Callippe de Cyzique (floruit deuxième moitié du 4e siècle)

Callippe de Cyzique qui naquit au début du 4e siècle améliora la durée de la lunaison en introduisant une période callippique de 76 ans, qui fut à l'origine de la modification du calendrier grec ; adoptée par les Athéniens, puis les Macédoniens la modification pénétra ensuite en Asie. Ptolémée faisait usage de ce calendrier modifié au 2e siècle.

Nous avons vu en 2.5 que l'année de Méton représentait un excédent de 1/76 de jour par rapport à l'année de 365,25 jours ; c'est la raison pour laquelle Callippe substitua au cycle de Méton de 19 ans un cycle de 76 ans et de 27759 jours. Si on divise ce nombre par 76 on trouve en effet exactement 365,25 jours. Le cycle comprenait 940 lunaisons représentant chacune 29,5308 jours, ce qui rapprochait ainsi la valeur de la lunaison de sa valeur exacte : 29,5306 jours.

Nous avons vu aussi en 2.5 que Méton et Euctémon avaient mis en évidence l'inégalité des saisons. Callippe améliora sensiblement les résultats obtenus un siècle avant lui, comme on peut le constater grâce au double tableau 4.27 ci-dessous établi par Bigourdan (Bibl 3). A côté des valeurs d'Euctémon et de Callippe figurent les

Tableau 4.27

	En 430 avant J.C			En 330 avant J.C		
	EUCTEMON	Valeur calculée	Erreur	CALLIPPE	Valeur calculée	Erreur
Printemps	93	94,23	-1,23	94	94,17	-0,17
Eté	90	92,01	-2,01	92	92,08	-0,08
Automne	90	88,52	+1,48	89	88,57	+0,43
Hiver	92	90,50	+1,50	90	90,44	-0,44

valeurs calculées pour 430 et 330 avant Jésus-Christ ; tous les chiffres sont exprimés en jours.

On constate que pour Callippe les erreurs sont inférieures à la demi-journée, alors qu'elles dépassent le quadruple pour Euctémon.

De 336 à 323 avant J.C., Callippe apporta au système d'Eudoxe un certain nombre de modifications. Tenant compte des résultats qu'il avait obtenus pour les longueurs des saisons, Callippe ajouta deux sphères à celles d'Eudoxe pour représenter les mouvements du Soleil et notamment son anomalie en longitude, concrétisée par l'inégalité des saisons.

Pour représenter les mouvements de la Lune il ajouta aux trois sphères d'Eudoxe deux sphères

mouvement de chaque planète se transmette aux autres. Entre la sphère extérieure d'une planète quelconque et la sphère intérieure de la planète adjacente, Aristote imagina un certain nombre de sphères «compensatrices» ou «réactives» qui tournaient dans la direction opposée à celle des sphères «motrices» ou «agissantes».

Soient par exemple 1,2,3,4 les sphères agissantes de Saturne, 1 étant la plus petite ; à l'intérieur de celle-ci plaçons une première sphère réactive I, tournant autour d'un axe porté par la sphère 1, parallèle à celui de 1, avec une vitesse égale mais de sens contraire ; à chaque instant les mouvements de 1 et de I se détruisent et tous les points de I se déplacent exactement comme si cette sphère était liée à la sphère agissante 2. De même une sphère réactive II, placée à l'intérieur

Tableau 4.28

	Nbre de sphères agissantes	Nombre de sphères réactives	Total
Etoiles fixes	1	0	1
Saturne	4	3	7
Jupiter	4	3	7
Mars	5	4	9
Mercure	5	4	9
Vénus	5	4	9
Soleil	5	4	9
Lune	5	0	5
Totaux	34	22	56

aussi, peut être par analogie avec le Soleil et pour représenter l'anomalie en longitude de la Lune, qui peut monter jusqu'à 8°. Il ajouta une sphère supplémentaire pour Mars, une sphère supplémentaire pour Mercure et Vénus.

Au total Callippe augmenta le nombre de sphères d'Eudoxe de 7 unités, ce qui porte le nombre de sphères homocentriques de Callippe à 34.

4.6 Modifications apportées par Aristote au système d'Eudoxe

Eudoxe et Callippe n'avaient pas voulu construire un modèle mécaniquement possible : leurs sphères étaient de simples abstractions géométriques. Aristote va transformer ce modèle en un vrai modèle physique ; dans celui-ci les sphères adjacentes sont toutes reliées mécaniquement, en restant solidaires les unes des autres, de manière à former un tout dans lequel le mouvement de la sphère extérieure se transmettait successivement à toutes les autres jusqu'à la plus petite, celle de la Lune. Mais il fallait éviter que le

de la sphère I sur un axe parallèle à celui de la sphère 2 et tournant avec une vitesse égale et de sens contraire à celle de la sphère 2, détruira complètement l'influence du mouvement de 2, de sorte que II aura les mêmes mouvements que si elle était liée à 3 ; de même une troisième sphère réactive III aura le même mouvement que la sphère 4, celle des fixes.

Si n est le nombre des sphères agissantes il y a donc lieu d'ajouter n-1 sphères réactives pour détruire l'effet des premières.

Comme Aristote adopta le système des 34 sphères agissantes de Callippe, il dut y ajouter le nombre de sphères réactives du tableau 4.28 ci-dessus, soit 22 sphères réactives supplémentaires, ce qui porte le total des sphères à 56.

La complexité de ce système porta préjudice au succès des sphères homocentriques, qui malgré les aménagements de Callippe ne rendaient pas compte de tous les phénomènes, en particulier celui de la variation de l'éclat de Vénus et de Mars, celui de la variation du diamètre apparent du Soleil et de la Lune. De telles variations ne pou-

vaient dépendre que d'une modification de la distance de la Terre à ces astres, de sorte que la théorie des sphères homocentriques, qui conservait constantes les distances Terre - astres était condamnée.

Certes des orbites elliptiques auraient pu rendre compte de ces phénomènes, mais le dogme du mouvement circulaire et uniforme des corps célestes, introduit par Platon, était tellement ancré dans les esprits, qu'on substitua au système des sphères homocentriques celui des excentriques et des épicycles, dont l'initiateur fut Apollonius de Perge et qui fut développé ensuite par Hipparque et surtout par Ptolémée, comme nous le verrons dans les articles ultérieurs.

4.7 Euclide d'Alexandrie (floruit vers 295 avant J.C)

Euclide vécut à Alexandrie à la fin du 4^e siècle et au début du 3^e siècle avant J.C. C'est le plus célèbre géomètre de l'Antiquité. Ses «Eléments de géométrie» restent la base de ce qui l'on appelle la «géométrie euclidienne». Dans le livre premier de ces «Eléments», on trouve des théorèmes importants sur la nature des triangles et sur la proposition connue sous le nom de théorème de Pythagore, qui est le fondement de la doctrine des cordes (et des sinus), base de la trigonométrie.

Outre les «Eléments de géométrie», Euclide nous a laissé un ouvrage d'astronomie intitulé «Les Phénomènes», qui contient toutes les connaissances que l'on avait en Grèce au début du 3^e siècle. Il y énonce notamment 18 théorèmes dont Delambre (Bibl 1) donne les énoncés.

Euclide y définit le concept de «parallèle céleste», cercle décrit par une étoile dans le mouvement diurne et ayant dans l'hémisphère nord le pôle céleste boréal pour pôle géométrique. Il définit aussi la notion «d'étoile circumpolaire», qui n'a ni lever, ni coucher. Il met clairement en évidence que le lever et le coucher d'une étoile impliquent l'existence d'un «cercle horizon», ap-

pellation dont il semble être l'auteur.

Parmi les différents parallèles célestes il en est un pour lequel les étoiles, qui y sont situées, demeurent autant de temps au-dessus et au-dessous de l'horizon : c'est le «cercle équinoxial» ou «équateur».

Deux autres grands cercles de la sphère céleste sont l'écliptique et la voie lactée, dont une moitié est toujours au dessus de l'horizon.

Euclide démontre en géomètre que le monde est sphérique et tourne autour de l'axe des pôles célestes.

Il appelle «méridien» un cercle passant par l'axe des pôles, contenant la verticale du lieu, perpendiculaire à l'horizon.

Il désigne le «zénith» par le pôle de l'horizon et l'écliptique par le «cercle oblique» du zodiaque.

Il indique «la dioptré» pour vérifier que lorsqu'un point se lève à l'horizon, le point diamétralement opposé se couche, mais comme pour Eudoxe, il s'agit d'une dioptré fixe, car l'idée n'était pas encore apparue d'associer à la dioptré mobile un cercle gradué.

Euclide n'a rien découvert de fondamental en astronomie, toutefois il a eu le mérite d'énoncer dans un langage géométrique clair des notions connues avant lui, mais souvent confuses.

Certains historiens de l'astronomie, dont Bigourdan (Bibl 3) attribuent à Euclide les «Caractérismes», sorte de catalogue où figurent 475 étoiles, mais sans aucune indication concernant leurs coordonnées équatoriales ou écliptiques. Selon d'autres auteurs les «Caractérismes» seraient d'Eratosthène ou d'un historien du Bas Empire (voir 8.21).

Enfin Euclide est aussi l'auteur d'un traité d'optique dont certaines propositions concernent l'astronomie.

Bibliographie

1) Histoire de l'astronomie ancienne par **M. Delambre**. Paris 1817.

2) Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne par **P. Tannery**. Paris 1893.

3) L'astronomie, évolution des idées et des méthodes par **G. Bigourdan**. Paris 1911.

4) Mémoires scientifiques de **P. Tannery** : T I (avec seconde note sur le système astronomique d'Eudoxe), T II, T III. Paris 1912.

5) Paulys Realencyclopädie der classischen Altertumswissenschaft Tome III A2. Stuttgart 1929.

6) Les Somnambules par **Arthur Koestler**. Paris 1960.

7) A history of ancient mathematical astronomy par **Otto Neugebauer**. Berlin, Heidelberg, New-York 1975.

8) La géographie dans le monde antique par **G. Aujac**. Paris 1975.

9) La géographie des Grecs par **P. Pedech**. Paris 1976.

10) Histoire des arpenteurs et géomètres des origines à l'an 1900 par **Evaristo Luciani**. Rome 1978.

**Ingénieur, écrivain, poète,
Philippe Saint-Gil, lauréat du premier prix littéraire des Ingénieurs
L'ILE D'ACIER**

Jouer avec la chair de notre planète. Aller dans l'estomac de cet objet cosmique issu du big-bang primitif pour y puiser un suc qu'il a digéré jalousement pendant des millions d'années. Percer d'un trou d'aiguille cette carapace multiple pour atteindre une boue nutritive sous pression inimaginable qui va vous sauter à la figure comme un hydre foudroyant.

Le faire en étant posé sur trois pieds instables supportant des centaines de tonnes, sur le fond d'une mer qui se rebelle en colères sporadiques sur ses centaines de mètres de profondeur liquide.

Cela, des ingénieurs le calculent, le conçoivent, le réalisent et le vivent. Ils ne l'écrivent pas.

Si ! justement. Philippe Saint-Gil. Et parce qu'il sait qu'il n'y a pas que les éléments à combattre et à vaincre, mais aussi la haine et la bêtise, parce qu'il sait que ces hommes sont aussi des maris, des parents, des amants, des poètes et des rêveurs, des méchants ou des bons, bref des hommes ordinaires, il en fait un roman.

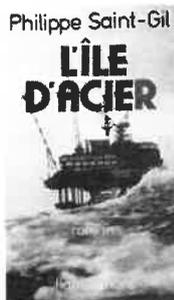
Ingénieur et écrivain, deux mots rarement accolés qui sont la raison originelle de ce "prix littéraire des ingénieurs" nouvellement créé par le Conseil National des Ingénieurs Français (C.N.I.F.) et dont le jury, auquel s'honore d'appartenir notre Président, vient de décerner la primeur à notre écrivain.

Philippe Saint-Gil, Ingénieur polytechnicien, n'en n'est pas à son coup d'essai. En son temps son roman "La meilleure part" fut porté à l'écran, Gérard Philipe y interprétant le héros. Récemment "Le vendredi des banquiers" conte l'histoire d'un chef d'entreprise qui, dans un combat désespéré, tente d'arracher sa société à la faillite. Il faut lire aussi "Le barrage" et "La machine à faire des dieux".

Ingénieur, écrivain et, pour faire bon poids, poète. Lisez "Romantismes" et surtout ces "Dialogues à une voix" qui obtint le prix Jean Cocteau de poésie 1967.

Jack Biquand

L'île d'acier - Philippe Saint-Gil - Flammarion 60 F.



Philippe Saint-Gil
L'ÎLE
D'ACIER

Disponible en librairie :
En stock chez Flammarion.

Au vu de l'intérêt exceptionnel de cet ouvrage, la Fondation Frédéric R. Bull a décidé de mettre à la disposition des non-voyants et des mal-voyants la disquette informatique contenant la transcription de "L'île d'acier" ; utilisable sur un terminal Braille.

N.B. Signalons également l'œuvre de son épouse Claire Vallières. Lire dans la collection "J'ai lu", "Ce toit fragile où veillent les vautours" et "L'arbre à pluie" sa suite.

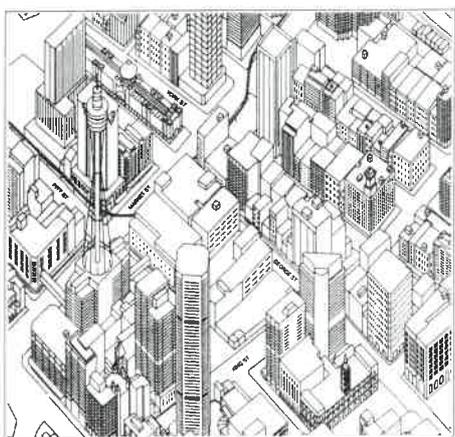


Cérémonie de la remise du prix le 29 octobre 1990 dans les salons du Sénat sous la présidence de Alain Poher, Président du Sénat et Ingénieur des Mines.

De gauche à droite : MM. A. Bailly, P. Saint-Gil, A. Poher, J. Lebel, Y. Comolli, J. Perrin.

NOUVEAU

LA PHOTOGRAMMETRIE c'est facile avec le stéréorestituteur analytique MPS-2 (ADAM Technology)



Il vous restituera tout, partout

Le MPS-2 vous restituera aussi votre investissement ; très rapidement.

Le MPS-2 met la photogrammétrie à la portée de tous par sa maniabilité, son faible encombrement, sa rapidité d'emploi, son faible coût.

Il est connectable sur un ordinateur compatible PC pour la formation de l'image stéréoscopique obtenue très facilement et très rapidement, et pour le stockage des données obtenues sur disquette.

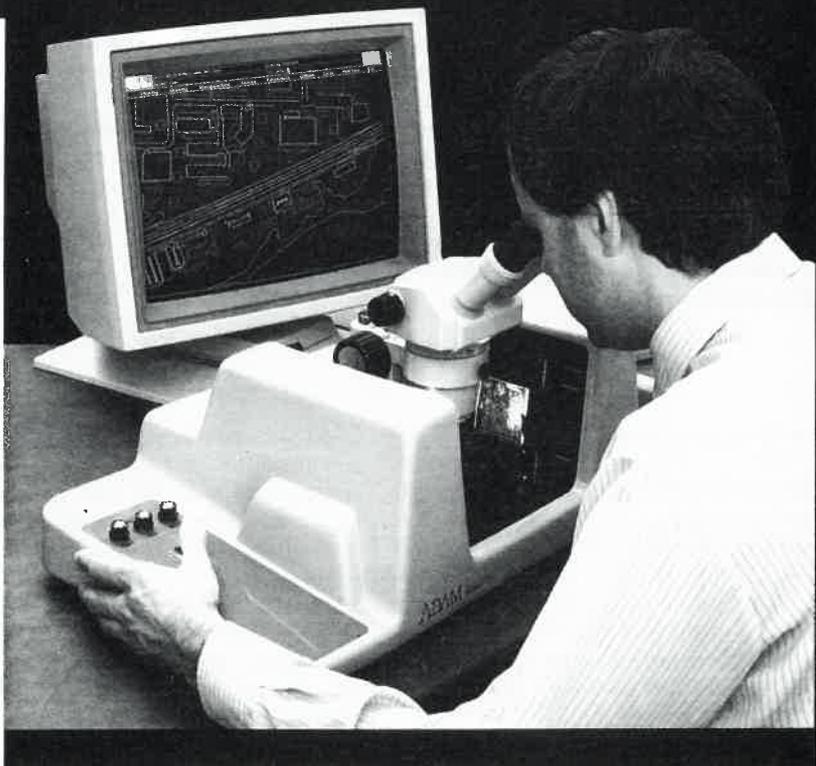
L'affichage au PC conduit l'opérateur pas à pas par des instructions, menus et messages-guide.

Le modèle étudié, restitué, peut être représenté à l'écran couleur du PC.

Le MPS-2 passe des clichés de 35 mm jusqu'à 70 mm. Il peut traiter des prises de vue aériennes et terrestres. Comme les autres produits de la gamme ADAM Technology, le MPS-2 permet d'entrer par un interface en temps réel, directement sur AutoCad et sur Microstation.

Le MPS-2 nécessite peu d'entraînement.

A partir de 240 000 F. Nous consulter.

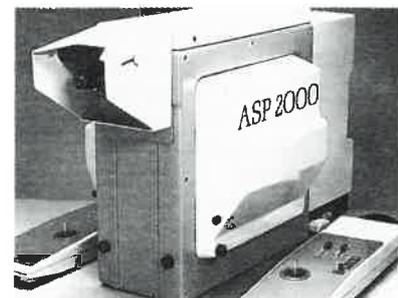


DE NOMBREUSES APPLICATIONS :

- Levés cartographiques et mises à jour pour systèmes d'informations géographiques (SIG)
- Relevés d'archéologie, d'architecture, de monuments, de façades.
- Mesures industrielles : Machines, pièces mécaniques, états d'avancement...
- Constats d'accident, relevés des lieux.
- Engineering : Etudes de maquettes et modèles, échantillons, tests, déformations.
- Etudes d'érosion, couverture végétale, zones forestières, plantations.
- Occupation des sols, études agricoles.
- Biologie, images de microscopie électronique.
- Domaine médical : Restructuration de membres, visages...

AUTRE MODELE

ASP 2000. Pour les clichés jusqu'au format aérien 230 x 230. Certains stéréorestituteurs analogiques peuvent être « transformés » en analytiques.



Transportable sur le site



Documentation sur demande



MESURES & SYSTEMES

6, Rue des Jardins. 60500 CHANTILLY - FRANCE.
Tél. : 44 57 27 97. Fax : 44 57 46 58. Telex : MESYST 150153 F

Toutes nos excuses, Monsieur Descartes

J.-P. Miserez

La société occidentale est très marquée par le raisonnement cartésien ou rationnel. Tout doit être logique, décomposable, analysable. Cette philosophie a des avantages indéniables et a permis à l'Europe et aux Occidentaux en général de prendre une place de tête évidente dans le domaine de la technologie. Mais cette approche complètement rationnelle peut-elle nous permettre de comprendre le monde vivant qui nous entoure, avec tout ce qu'il comprend d'irrationnel et d'abnormal?

L'article essaye de décrire une approche nouvelle de l'étude de la réalité humaine et naturelle: la systémique, méthode qui raisonne plus en terme d'ensembles et de systèmes qu'en termes de plus petit commun multiple. A la veille d'entreprendre l'aventure de la REMO, une réflexion sur nos méthodes et un nouveau regard seront sans doute bénéfiques.

Die westliche Gesellschaft ist stark durch die kartesische oder rationale Vernunft geprägt. Alles muss logisch, zerlegbar, analysierbar sein. Diese Philosophie hat unleugbar Vorteile und erlaubt Europa und dem Westen generell, im Bereich der Technik eine offensichtliche Spitzenposition einzunehmen. Aber erlaubt uns dieser vollständig rationale Ansatz, die belebte Welt, die uns umgibt, zu verstehen, mit allem, was er als irrational und abnormal bezeichnet?

Der Artikel versucht, einen neuen Ansatz der menschlichen und natürlichen Realität zu beschreiben: Die Systemik, die Methode, die vermehrt in Gesamtzusammenhängen und Systemen als in kleinen Einzelteilen denkt. Am Vorabend des Unternehmens RAV sind einige Gedanken über unsere Methoden und ein Ausblick ohne Zweifel nützlich.

Cher Monsieur Descartes, En 1637, par la publication de votre «Discours de la Méthode», vous avez ouvert, ou au moins formalisé, une nouvelle façon d'observer le monde qui nous entoure. Au risque de trop simplifier, on peut résumer en disant que c'est vous qui nous avez appris à observer les détails pour comprendre l'ensemble et à ne rien admettre qui ne soit clairement compris et démontré.

Votre «Discours de la Méthode» a été publié en préface de vos trois traités fondamentaux, dont celui que vous avez consacré à la géométrie. C'est aussi vous, cher Monsieur Descartes, qui avez «inventé» la géométrie analytique. C'est dire combien notre profession d'arpenteurs vous doit; c'est dire aussi que nous avons reçu votre message dix sur dix.

A notre tour, avec un esprit méthodique de bénédictin qui vous honore, nous avons décortiqué le monde qui nous entoure pour le réduire en bornes et en limites. Et, comme un enfant qui démonte un réveil pour mieux le connaître, nous nous sentons parfois bien démunis pour tout remettre en place. C'est vraisemblablement cet état d'esprit qui a permis à nos prédécesseurs du siècle passé de nous transmettre des plans remarquables, où chaque borne est reportée avec minutie, mais dont l'image globale est fort difficile à placer dans un contexte global.

C'est peut-être aussi cet état d'esprit cartésien qui fait que certain professeur se contente de multiplier une opération unitaire bien étudiée et compliquée par mille ou dix mille pour affirmer que la résultante est impossible.

A force d'analyser, grâce à votre méthode, l'homme est bientôt capable de comprendre les mécanismes du monde, mais saura-t-il encore regarder globalement la création qui nous entoure?

Chercher une méthode à la dimension du monde moderne

Notre monde moderne prend des dimensions différentes. Grâce aux télécommunications, ses limites deviennent quasiment infinies.

Nous savons instantanément tout ce qui se passe à Tombouctou ou à Goumcoensle-Jux, et il ne faut que 6 heures pour recevoir des nouvelles de Saturne.

Notre perception n'est donc plus essentiellement orientée vers le détail ou l'élément de base, mais sur la globalité. L'adolescent moderne ne démonte plus son réveil, il utilise son ordinateur, sa télévision ou la voiture de son père pour découvrir le monde.

De même, on demandera de moins en moins au géomètre moderne de détermi-

ner la position exacte d'une borne. On lui demandera plutôt de situer (exactement si nécessaire) ses droits fonciers par rapport à l'ensemble du territoire et du paysage juridico-administratif dans lequel sa propriété se situe.

L'ensemble est plus que les parties

En d'autres termes, on est en train de découvrir que deux et deux peuvent faire plus que quatre. Ce que l'on appelle par fois la synergie.

Et quant à donner un nom à cette nouvelle façon de voir le monde, appelons-la la systémique, où le système se substitue, dans notre analyse, à la particule cartésienne. Sans perdre trop de temps dans les définitions, rappelons cependant celles que quelques auteurs en ont donné: «Totalité organisée, faite d'éléments solidaires ne pouvant être définis que les uns par rapport aux autres en fonction de leur place dans cette totalité; de Saussure», «Ensemble d'unités en interrelations mutuelles; von Bertalanffy», ou encore «ensemble d'éléments liés par un ensemble de relations; J. Lesourne».

Quatre concepts fondamentaux

Tout système peut être étudié par rapport à quatre concepts fondamentaux: l'interaction, la totalité, l'organisation et la complexité.

L'interaction ne se limite pas à aborder la simple relation de cause à effet mais elle tient compte aussi de la donnée temporelle (A suit ou précède B), de la rétroaction (B fait plus, ou moins que A) et des effets indirects (A agit sur B par l'intermédiaire de C, D, ...).

La totalité affirme que le système, composé d'éléments, n'est pas la simple somme de ces éléments, contrairement à ce qu'affirme le raisonnement cartésien. Un système est un tout non réductible à ses parties. Pascal – un de vos contemporains, M. Descartes – affirmait qu'il «tenait pour impossible de connaître les parties sans connaître le tout, non plus que de connaître le tout sans connaître particulièrement les parties».

Quant à l'organisation, elle s'attache à observer l'agencement des relations entre composants qui produit une nouvelle unité possédant des qualités que n'ont pas ses composants.

La complexité nous entraîne à l'opposé de la logique cartésienne qui nous avait appris à simplifier tous les phénomènes en éliminant l'inconnu ou l'incertain. Mais il faut bien reconnaître que la complexité est partout et que l'on perdrait à la combattre; ne vaut-il pas mieux admettre que l'on ne

peut pas en saisir et comprendre toute la richesse? Et pour encore mieux observer cette complexité, Joël de Rosnay proposait que l'on invente le «macroscop», instrument permettant d'observer la globalité du complexe, alors que le microscope ou le télescope ont été inventés pour permettre d'observer l'infiniment petit et l'infiniment lointain.

Le raisonnement analogique

Faute de macroscop, nous avons besoin d'un instrument qui nous permette d'observer et de réfléchir en termes de systèmes et non plus de particules unitaires. A nos modes de raisonnement classiques (raisonnement analytique, synthétique, déduction et induction), la systémique nous propose d'ajouter l'analogie. Rien de nouveau, puisque l'analogie est le pain quotidien des enfants et des artistes. Mais la nouveauté consiste à proposer aux penseurs et aux scientifiques de l'utiliser. Le raisonnement analogique bénéficie d'un statut ambigu: considéré comme une imprudence intellectuelle, on lui conteste toute rigueur scientifique, tout en admettant qu'il stimule l'imagination et la découverte grâce à son pouvoir suggestif. Je commence à comprendre pourquoi un géomètre cantonal de mes connaissances, qui avait parfois tendance à abuser de l'analogie, se faisait si facilement qualifier de «philosophe»!

Cette méthode analogique nous conduit logiquement vers la modélisation et la si-

mulation, technique qui permet de transposer dans un référentiel que l'on connaît bien les éléments d'un problème nouveau et complexe. Ainsi, comprendre l'ordinateur est souvent difficile pour nous qui n'avons jamais été formés sur ce nouvel instrument; souvent, il est très éclairant de comparer l'ordinateur et la place qu'il prend dans notre vie à la voiture, réalité que l'on connaît souvent mieux.

Ces regards relativement nouveaux nous conduisent inexorablement au langage graphique langage tellement plus riche que celui des mots, et langages que nous, géomètre, devons particulièrement bien connaître.

Conclusion

Monsieur Descartes, nous devons bien admettre que la philosophie que vous nous avez léguée il y a plus de 350 ans ne suffit plus pour notre monde moderne. C'est avec plaisir que nous avons fait un bon bout de chemin ensemble, mais dès à présent, permettez que l'on fasse route avec ceux qui dans les domaines de l'informatique, de la linguistique, de la psychologie ou même de la sociologie, ont fait le pas de la systémique. Et avec Daniel Durand, auteur de «La Systémique» dans la collection Que Sais-je?, nous nous fixons les quelques règles suivantes:

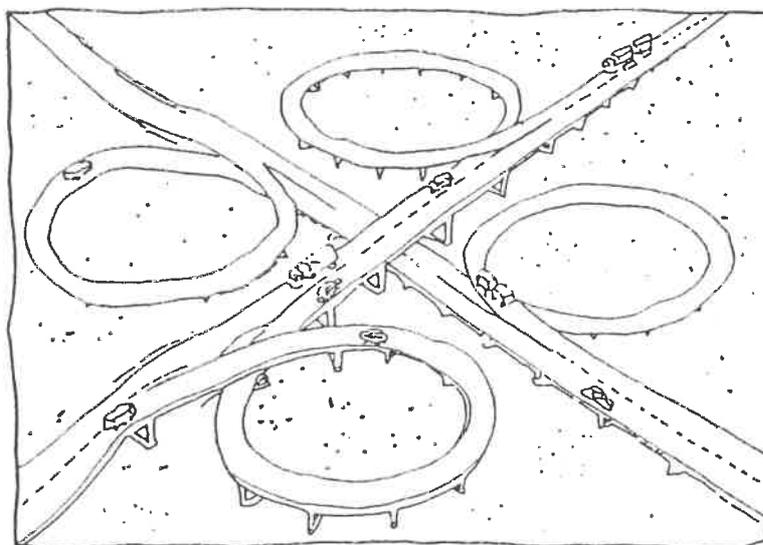
- ne pas réduire la variété en vue de simplifier
- n'éliminer ni l'incertain, ni l'aléatoire, ni le flou ou l'ambigu

- ne pas ignorer les contraintes
- ne pas viser une connaissance exhaustive
- ne pas rejeter l'analogie, même si elle est incertaine
- préférer un schéma révélateur à une explication détaillée
- observer le système alternativement de l'intérieur et de l'extérieur
- fixer des objectifs plutôt qu'établir une programmation détaillée
- accepter les conflits et rechercher les compromis
- se consacrer autant à l'observation de l'environnement qu'au fonctionnement du système.

Bibliographie:

- Daniel Durand: La systémique, Que Sais-je?, 1987
 J.-L. Le Moigne: La théorie du système général, 1978
 B. Walliser: Systèmes et modèles, Le Seuil, 1977
 J. De Rosnay: Le Macroscop, Le Seuil, 1975
 Edgar Morin: La méthode, Points, Le Seuil, 1977

Avec l'aimable autorisation de la revue "Vermessung Photogrammetrie Kulturtechnik" 5/90



Un échangeur européen

Informations AFT

Les manifestations 1991

- **13 au 15 juin** - XVIIème Colloque AFT, région Rhône-Alpes - Cern, Laboratoire Européen pour la Physique des Particules, Groupe de Géodésie Appliquée :
Métrologie géodésique et photogrammétrique
Inscription à : Michel Mayoud, GGA - CERN site de Prévessin, F - 01631 Cern cedex, ou Cern, CH - 1211 Genève 23.
Informations à : Madame S. Beauquis (même adresse). Tél : (19) 41 22 767 47 75 - Fax (19) 41 22 767 34 56.
- **Avril 91** - Journée dans le Sancerrois : remembrement et voirie de vignoble.
- **Novembre 91** - Journée et exposition à Cachan : sur le thème GPS, techniques nouvelles.

Forum International de l'Instrumentation et de l'Information Géographiques (FI3G) à Strasbourg, 25-27 mai 1992

Les thèmes :

- 1) Les systèmes d'informations géographiques (SIG) et la gestion globale de régions et d'espaces naturels nationaux ou internationaux.
- 2) Les systèmes de localisation et de cartographie assistée par ordinateur.
- 3) Les normes d'échange des données numériques localisées.
- 4) La gestion des réseaux et des services.
- 5) Les aspects économiques, sociaux et industriels des informations géographiques.
- 6) L'apport des données satellites aux systèmes d'informations géographiques.
- 7) L'innovation et la recherche géographiques au sein des organismes d'Europe, notamment communautaires.

Un colloque et une double exposition, industrielle d'une part accueillant les constructeurs, les producteurs, les éditeurs nationaux et internationaux, panorama complet de l'ensemble des matériels, scientifique et technique d'autre part, montrant la gamme des produits disponibles dans le domaine des informations géographiques.

Appel à communications FI3G :

Les propositions de communications doivent être envoyées sous forme de résumés d'une page (format A4) dans au moins deux langues (allemand, anglais, français) à l'adresse suivante :
AFI3G (attn. Mme Isabelle Petit-Rousset)
136 bis rue de Grenelle - F-75700 Paris
Tél : (33-1) 43 98 83 12 - Fax : (33-1) 45 55 07 85 - Télex : 204 989 F

avant le 15 avril 1991 sur les thèmes proposés.

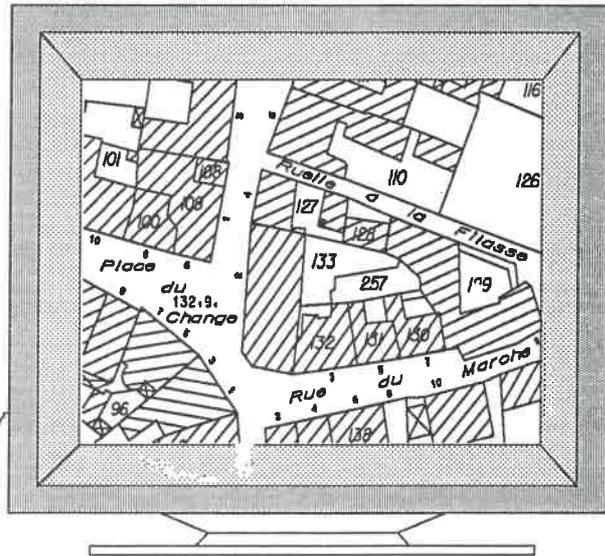
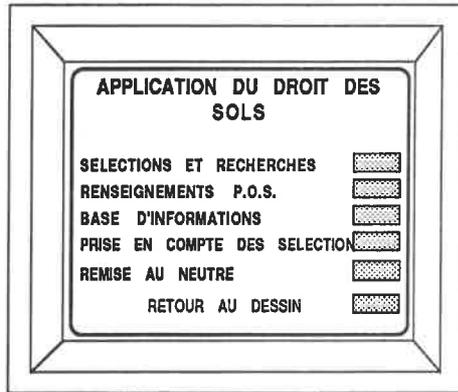
Annonces

- Offre de services : dispose de brigade topographique sur région parisienne. Accepterais tous travaux dans secteur. Ecrire XYZ, réf 46-1.
- Cabinet de géomètre, région grenobloise
 - Pour chantier européen du synchrotron à Grenoble (Fev. à Déc. 91) : recherche : ESGT, ENSAIS ou ETP en fin de 3ème année pour assistance topométrie, métrologie et développements informatiques (langage C ou Pascal). Et techniciens stagiaires IT, ESGT ou ENSAIS, métrologie, topométrie. Tél : 76 90 43 54.
 - Pour son siège à Meylan : recherche opérateurs confirmés ou débutants, techniciens confirmés ou débutants, stagiaires IT, ESGT, ENSAIS. Travaux fonciers et topographiques (sous S.I.G.). Stages validables à l'O.G.E. Tél : 76 90 43 54

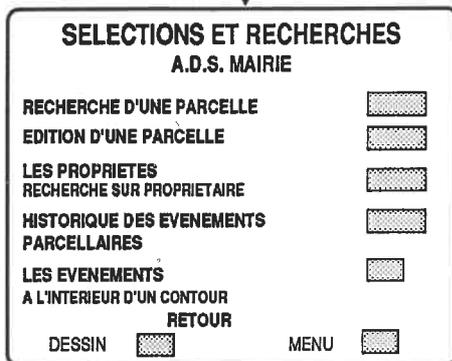
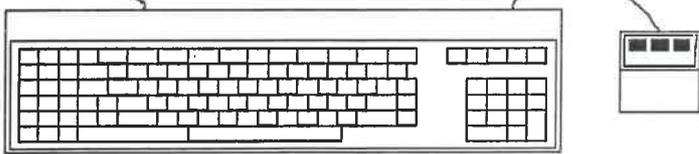
S.I.G. / CARTOGRAPHIE

A.D.S.[®], Application du Droit des Sols

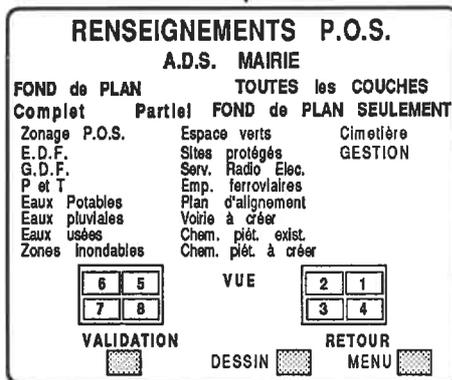
ADS, la puissance d'une base alphanumérique dédiée à la gestion des dossiers d'urbanisme, connectée à MicroStation[®] et AUTOCAD[®] pour former une cartographie communale renseignée.



Attachement automatique des données DGI au parcellaire.



- ✦ Localisation et visualisation d'une parcelle
- ✦ Edition de la fiche cadastrale par parcelle
- ✦ Visualisation des parcelles d'un propriétaire
- ✦ Edition des événements parcellaires dans un secteur géographique donné



- ✦ Mise à jour automatique des symboles représentant l'état des dossiers d'urbanisme sur une couche "Gestion"
- ✦ Gestion Interactive de cartographie communale
- ✦ Cartographie thématique issue de sélections multi-critères des données alphanumériques

SIGEF, les outils pour la maîtrise de l'espace (Présent à MICAD 91 du 12 au 15 Février, Stand M 15)

4 et 6, Rue Borromée - 75015 PARIS - FRANCE - Tél. : 45.67.88.66 - Fax : 42.73.36.62

© Marques déposées par les concepteurs des produits.

Une nouvelle technique révolutionnaire de bornage :

le système BISS de BORNES et BALISES, le complément indispensable d'un plan de récolement

Le système BISS de BORNES et BALISES est une technique révolutionnaire de matérialisation d'un point géométrique couplé à un mode de localisation permanent et précis au centimètre près.

PRINCIPE

Il est composé de deux éléments : le premier, actif, est un émetteur récepteur radio calé sur deux fréquences prédéterminées — l'une, d'émission, l'autre de réception — (Sondeur 2B SENSOR) ; le deuxième, passif, dénommé "BORA" (borne radio).

Son principe correspond à une antenne qui renvoie sous un code précis le signal émis par l'émetteur 2B SENSOR.

AVANTAGES

Depuis de nombreuses années, l'évolution des engins agricoles et de travaux publics ont rendu les bornes de plus en plus vulnérables. Grâce au système BISS, on peut raisonnablement concevoir aujourd'hui que chaque borne implantée permettra d'être conservée dans le temps et, par conséquent, amènera une économie importante dans la recherche de ces points.

En effet, par ses caractéristiques, le système BISS apporte les avantages suivants :

- durée de vie illimitée de la borne (élément passif sans énergie) ;
- pose et manutention ultra-rapides (poids de la borne : 50 g ; longueur : 11,5 cm ; diamètre : 2 cm) ;
- facilité de recherche du point grâce à sa personnalisation ;
- localisation unique sans interférence (aucun écran d'arrêt tel que béton armé, plaque de fer, pierres, eau, etc...) ;
- rétablissement du point avec une précision à la verticale d'environ 2 cm.



A gauche :
Repère topographique de réseau.

A droite :
Borne radio "BORA".

Au centre :
Émetteur-récepteur "2B SENSOR".

APPLICATIONS

Les performances de cette nouvelle technique de bornage ont amené la Société BORNES et BALISES à affecter des fréquences d'utilisation en accord avec les Administrations concernées :

- 25 KHz : IGN, Cadastres, bornes géodésiques, bornes de triangulation.
- 33 KHz : bornes foncières contrôlées par l'Ordre des Géomètres-Experts.
- 40 KHz : repère topographique affecté pour les repères de drainage, d'adduction d'eau et d'assainissement.

Le système BISS de BORNES et BALISES devient donc un outil indispensable dans le cadre des Banques de Données Urbaines et des nouvelles structures d'aménagement rural.



Détermination de verticalité d'un point avec émetteur-récepteur 2B SENSOR.

Tous les topographes savent que la réalisation d'un plan de récolement nécessite en complément un balisage des points singuliers définis par rapport à la topographie des lieux. Au fur et à mesure des années, cette topographie peut changer et il devient plus compliqué pour les utilisateurs qui recherchent ces points, de les redéfinir.

Grâce au système BISS, le gain de temps dans la recherche va donc être considérablement augmenté ou accru et il apportera une économie extrêmement intéressante, en particulier, dans le cadre de la recherche de réseaux.

L'ensemble des Administrations concernées a déjà implanté 10 000 points en FRANCE et les tests de recherche réalisés ont amené ces Administrations à homologuer définitivement ce système.

REPertoire DES ANNONCEURS - N° 46

LEICA	2 ^e CV
NIKON	2
GEOTRONICS	6
TOPOSAT	11
SETAM INFORMATIQUE	28
SLOM	35
LART	50
APEI	50
MESURES ET SYSTEMES	55
SIGEF	59
BORNES ET BALISES	60
SOKKISHA	3 ^e CV
TOPO CENTER	4 ^e CV