

Sciences géographiques, connaissance du monde et conception de l'Univers dans l'Antiquité

par Raymond d'Hollander, ingénieur général géographe

2. SCIENCES GEOGRAPHIQUES DURANT LA PERIODE GRECQUE (SUITE)

CHAPITRE 4. L'ASTRONOMIE GRECQUE D'EUDOXE DE CNIDE À EUCLIDE (4^E SIÈCLE AVANT J.C.)

L'astronomie géométrique amorcée par Autolycus va connaître son apogée avec Eudoxe de Cnide, l'un des plus grands astronomes grecs. Celui-ci est né vers 408 avant J.C. à Cnide, île de la mer Egée, située près de l'extrémité d'une presqu'île de Carie, au Nord Ouest de l'île de Rhodes.

Eudoxe entreprit le voyage d'Athènes pour suivre les leçons de Platon, qu'il quitta par la suite. Après avoir enseigné à Cyzique sur la Propontide (actuelle mer de Marmara), il revint à Athènes avec de nombreux disciples pour éclipser son ancien maître Platon. Il fit d'assez nombreux voyages, au cours desquels il effectua ses observations de levers et de couchers d'étoiles, qui serviront à dresser sa sphère céleste (sphère d'Eudoxe). Malheureusement les ouvrages composés par Eudoxe et notamment la «Description de la Terre», «les Phénomènes» et «le Miroir» ont été perdus. Nous connaissons le contenu des «Phénomènes» et du «Miroir» par le poème d'Aratus, qui florissait vers le milieu du 3^e siècle avant J.C. Ce poème est intitulé «les Phénomènes» et «les Signes ou Pronostics». C'est une paraphrase en vers des deux ouvrages perdus d'Eudoxe, consistant essentiellement en une description du ciel. Delambre dans son astronomie ancienne y consacre 14 pages.

D'après Pline, Eudoxe aurait rapporté d'Egypte l'année de 365 jours 1/4, soit le cycle de 4 années de 365 jours et une de 366. Ce cycle commençait à un solstice d'été qu'il avait observé et que l'on a pu situer au 13 juillet 381 avant J.C.

D'après Archimède il donnait au Soleil un diamètre réel 9 fois plus grand que celui de la Lune (voir le chapitre suivant à Aristarque de Samos).

Selon Vitruve (1^e siècle avant J.C.) on attribue à Eudoxe le cadran solaire horizontal pourvu de courbes pour lire l'heure et la date. Ce cadran a été appelé «araignée» à cause du réseau compliqué de lignes qui y était tracé. Par confusion avec l'araignée de l'astrolabe, certains auteurs ont vu en Eudoxe le père de l'astrolabe, ce qui paraît actuellement très peu vraisemblable. Excellent géomètre, Eudoxe a vraisemblablement eu l'idée de la projection stéréographique dont dérive l'astrolabe. Eudoxe a en outre clairement montré à ses contemporains la différence entre la science astronomique et l'astrologie, pour laquelle il avait un profond mépris.

L'oeuvre d'Eudoxe est immense ; nous la diviserons en 4 parties :

«La sphère d'Eudoxe». 4.1

Le parapegme d'Eudoxe et sa réforme du calendrier. 4.2

L'oeuvre géographique d'Eudoxe. 4.3

Le système des sphères homocentriques d'Eudoxe. 4.4

Nous étudierons ensuite les modifications apportées au système d'Eudoxe par Callippe et par Aristote. 4.5 et 4.6

Nous terminerons ce chapitre en évoquant le rôle joué par Euclide en astronomie. 4.7

4.1 La sphère d'Eudoxe

Nous ne savons rien des dimensions de cette sphère, qui était un globe céleste, mais «le commentaire sur Aratus» d'Hipparque nous donne quelques renseignements à son sujet. Sur cette sphère céleste devaient être tracés l'équateur, les deux tropiques et «les cercles arctiques» en donnant au mot arctique le sens que nous avons indiqué en 3.31 ; c'étaient donc les plus grands cercles de visibilité et de non visibilité des étoiles pour une latitude donnée. Parmi les cercles horaires sont cités les colures, mais non le méridien qu'Euclide sera le premier à nommer expressément. Le nom d'écliptique pour désigner la trajectoire du Soleil n'existait pas encore au temps d'Eudoxe ; on parlait de «cercle médian» ou de «cercle du Soleil» ou même de «cercle oblique» (par rapport à l'équateur). Ce n'est qu'au 4^e siècle après J.C. que Macrobe désignera la trajectoire du Soleil par «écliptique», parce que les éclipses de Soleil et de Lune ne peuvent avoir lieu que sur

ce cercle et à ses intersections avec l'orbite lunaire, intersections que l'on appelle «noeuds lunaires».

D'après «le commentaire sur Aratus» les cercles tracés sur la sphère étaient souvent fort éloignés des étoiles par lesquelles ils auraient dû passer ; les coordonnées qu'on pouvait mesurer sur la sphère d'Eudoxe présentaient des erreurs considérables. Cette sphère avait été établie sans instruments et Delambre admet même que la sphère dite d'Eudoxe ait pu appartenir à une époque plus ancienne.

Quoiqu'il en soit on ignore exactement comment Eudoxe ou éventuellement un de ses prédécesseurs a fait pour construire ce globe céleste, mais on sait que l'on a utilisé uniquement des observations de lever ou de coucher d'étoiles, à l'exclusion d'observations méridiennes comme le faisaient les Chaldéens. G. Bigourdan (Bibl 3) a pu reconstituer la méthode qui a dû être vraisemblablement utilisée. Il nous paraît très instructif d'exposer celle-ci.

4.11 Détermination des tropiques, de l'équateur et des parallèles célestes

Au moyen de trois jalons marqués en un lieu Q les directions QL_E du lever du Soleil au solstice d'été et QC_E du coucher du Soleil au même solstice (Fig 4.1). Toutes les étoiles qui se lèvent et toutes celles qui se couchent dans ces directions se trouvent sur le tropique du Cancer. Celles qui se couchent un peu au Nord ou un peu au Sud se trouvent de même un peu au nord ou un peu au sud du tropique.

En une seule nuit on peut reconnaître la position de plus de la moitié du tropique du Cancer parmi les étoiles.

On opère de même pour le tropique du Capricorne au solstice d'hiver : on matérialise la direction QL_H du Soleil levant au solstice d'hiver, diamétralement opposée à celle du Soleil couchant au solstice d'été QC_E (Fig 4.1). De même la direction du Soleil couchant au solstice d'hiver QC_H est diamétralement opposée à celle du Soleil levant au solstice d'été QL_E . Toutes les étoiles qui se lèvent ou se couchent dans ces nouvelles directions se trouvent sur le tropique du Capricorne.

L'observation du Soleil à son lever et à son coucher aux deux équinoxes donnera la direction correspondant à l'Est et la direction correspondant à l'Ouest ; on les appelle les directions des «points équinoxiaux», que l'on repère aussi sur le terrain au moyen de deux jalons. Toutes les étoiles qui se lèvent ou se couchent dans ces directions sont des étoiles équatoriales de déclinaison

nulle. On peut donc identifier le tracé de l'équateur céleste parmi ces étoiles.

A un instant quelconque de l'année où le Soleil a une déclinaison δ , l'observation du Soleil à son lever ou à son coucher donnera la direction correspondant au parallèle céleste de déclinaison δ , directions que l'on matérialisera sur le terrain par deux jalons. Toutes les étoiles qui se lèveront ou se coucheront dans ces deux directions auront une déclinaison δ , d'où la possibilité de tracer ce parallèle céleste parmi les étoiles.

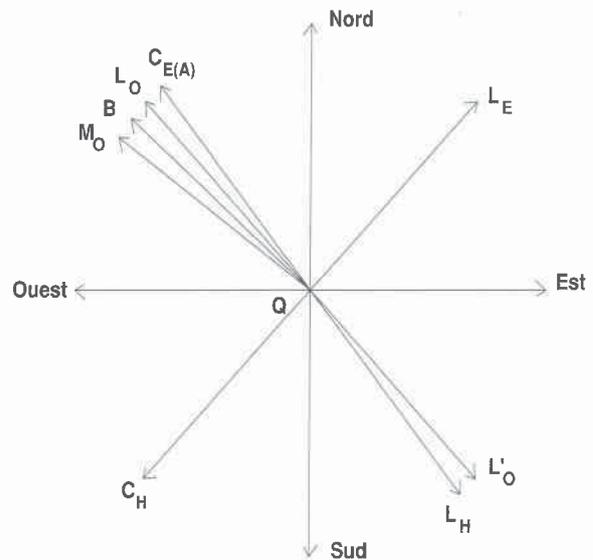


Fig. 4.1

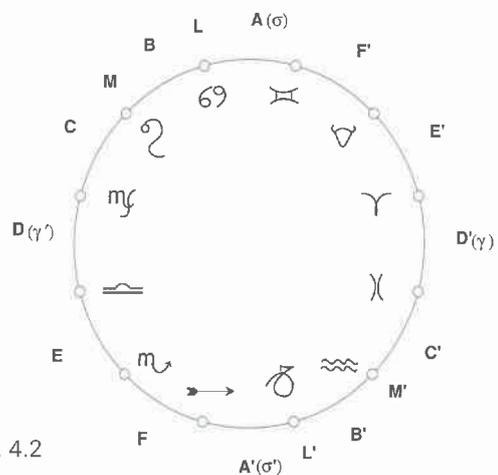


Fig. 4.2

4.12 Détermination de l'écliptique

On détermine la position de l'écliptique en considérant les directions où se lève et où se couche le Soleil au solstice d'été et tous les 15 jours à partir du solstice. Nous ferons le raisonnement en ne considérant que les couchers. En un lieu Q matérialisons par deux jalons la direction QC_E correspondant au Soleil couchant au solstice d'été, puis la direction QL_O correspondant au Soleil couchant 15 jours après le solstice (Fig 4.1). Durant 15 jours la longitude écliptique du Soleil a augmenté de 15° et il est venu en L au milieu du

signe du Cancer désigné par AB sur la figure 4.2, qui représente l'écliptique avec les signes actuels du zodiaque.

A ou (σ) correspond au solstice d'été, D(γ) correspond à l'équinoxe d'automne, A'(σ') correspond au solstice d'hiver, D'(γ') à l'équinoxe de printemps. Sur la figure 4.3 représentons en A le Soleil couchant au solstice d'été et l'arc $\widehat{AL} = 15^\circ$ de l'écliptique, qui coupe l'équateur céleste EO en γ et qui est perpendiculaire en A à l'arc de grand cercle PA.

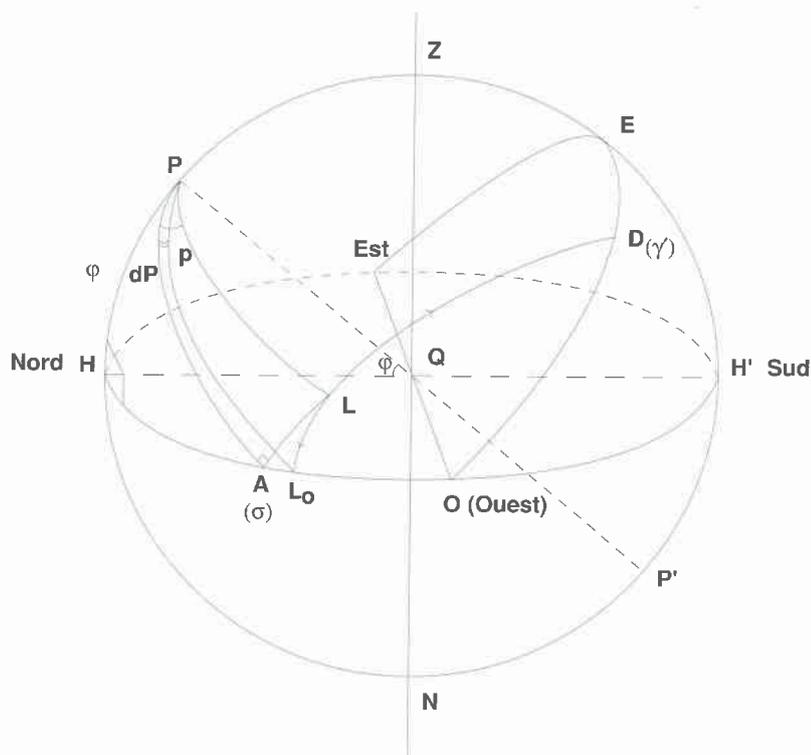


Fig. 4.3

Du solstice d'été σ à l'équinoxe de printemps le Soleil se déplace de σ en γ . Le sens apparent de ce déplacement paraît sur la figure 4.3 inversé par rapport à celui de la figure 4.2, mais celle-ci représente l'écliptique vu du pôle Nord situé au-dessus, alors que la figure 4.3 représente l'écliptique vu par un observateur situé à l'extérieur de la sphère céleste.

Soit T l'instant où le Soleil se couche le cercle horizon HH' du lieu considéré le jour du solstice d'été. Il occupe la position A sur la figure 4.3. Au moment du coucher du Soleil aucune étoile n'est visible à l'horizon, comme nous l'avons déjà vu à propos d'Autolykus. Portons sur l'écliptique l'arc $\widehat{AL} = 15^\circ$, moitié de l'amplitude du signe du Cancer. Il s'agit de savoir à quel instant le point L se couchera en L_0 , point d'intersection avec l'horizon HH' de l'arc de parallèle céleste que décrit L durant le mouvement diurne. Si P désigne l'angle \widehat{APL} , différence d'angles horaires entre L et A, et dP la différence d'angles horaires entre A et L_0 , le temps que mettra L pour passer de L à L_0

sera mesuré par : $P - dP$, quantité que nous allons évaluer, de sorte que l'instant où L passera dans la direction QL_0 , déjà matérialisée sur le terrain sera : $T' = T + P - dP$.

Considérons le triangle sphérique PAL, rectangle en A. L'arc de grand cercle $\widehat{PA} = \pi/2 - \delta$, δ m étant la déclinaison maximale du Soleil atteinte au solstice d'été et égale à l'obliquité de l'écliptique ϵ , qu'Eudoxe considérait égale à 24° , alors que sa valeur correcte était à son époque : $\epsilon = 23^\circ,75$. On a donc $\widehat{PA} = \pi/2 - \epsilon$ et $\widehat{AL} = 15^\circ$. On peut calculer l'angle $\widehat{APL} = \widehat{P}$ et l'arc \widehat{PL} par la règle de Néper.

a) $\sin \widehat{PA} = \cotan \widehat{P} \cdot \tan \widehat{AL}$ ou :

$$\tan \widehat{P} = \tan \widehat{AL} / \sin \widehat{PA}$$

$$\tan \widehat{P} = \tan 15^\circ / \cos 23^\circ,75 ;$$

on trouve $\widehat{P} = 16^\circ,3169 = 1\text{h } 5\text{m } 16\text{s}$.

b) $\cos \widehat{PL} = \cos \widehat{PA} \cdot \cos \widehat{AL}$

$$\cos \widehat{PL} = \sin 23^\circ,75 \times \cos 15^\circ ;$$

on trouve $\widehat{PL} = 67^\circ,1064$.

Supposons qu'on soit à la latitude de Rhodes ; l'axe des pôles PP' est incliné par rapport à HH' d'un angle φ égal à la latitude de Rhodes ; on a donc $\widehat{HP} = \varphi = 36^\circ$.

Considérons les deux triangles sphériques PHA et PHL₀ rectangles en H. Dans le premier triangle la règle de Néper donne :

c) $\cos \widehat{HPA} = \tan \varphi \cdot \cotan \widehat{PA}$

$$\cos \widehat{HPA} = \tan \varphi \cdot \tan \epsilon ;$$

on trouve $\widehat{HPA} = 71^\circ,3560$.

Dans le 2ème triangle PHL₀ la même règle donne :

d) $\cos \widehat{HPL}_0 = \tan \varphi \cdot \cotan \widehat{PL}_0$.

Or il est clair que $\widehat{PL}_0 = \widehat{PL}$ puisque \widehat{LL}_0 est un arc de parallèle céleste ; on a donc :

$$\cos \widehat{HPL}_0 = \tan \varphi \cdot \cotan \widehat{PL} ; \text{ on trouve :}$$

$$\widehat{HPL}_0 = 72^\circ,1330.$$

On a donc : $dP = \widehat{APL}_0 = \widehat{HPL}_0 - \widehat{HPA} = 0^\circ,7770$ et : $P - dP = 15^\circ,5399$ soit 1h,03599 ou 1h 2m 10s.

T désignant l'instant où le Soleil se couche en A au solstice d'été, il suffit à l'instant $T' = T + P - dP$, c'est à dire à : $T' = T + 1\text{h } 2\text{m } 10\text{s}$, où il fait

suffisamment nuit, d'observer l'étoile qui se couche dans la direction QL_0 matérialisée sur le terrain. Cette étoile marque dans le ciel la position du point L de l'écliptique.

Nous avons calculé le temps $P - dP$ mis par le point L, dont la longitude écliptique est celle de σ augmentée de 15° , pour venir de L en L_0 , en utilisant une méthode trigonométrique.

Eudoxe ne disposait pas de la trigonométrie, mais il était suffisamment fin géomètre pour pouvoir déterminer ce temps voisin d'une heure ou une valeur approchée de ce temps sans avoir à recourir à la trigonométrie.

Dans la direction diamétralement opposée QL'_0 on identifiera au même instant T' l'étoile qui se lève ; elle matérialise le point L' de l'écliptique situé au milieu du signe du Capricorne $A'B'$.

Nous allons montrer maintenant que toujours lors du solstice d'été le point équinoxial d'automne $D(\gamma)$ se couche dans la direction QO de la figure 4.1, c'est à dire rigoureusement dans la direction de l'ouest, exactement au milieu de la nuit, instant que l'on peut déterminer à la clepsydre.

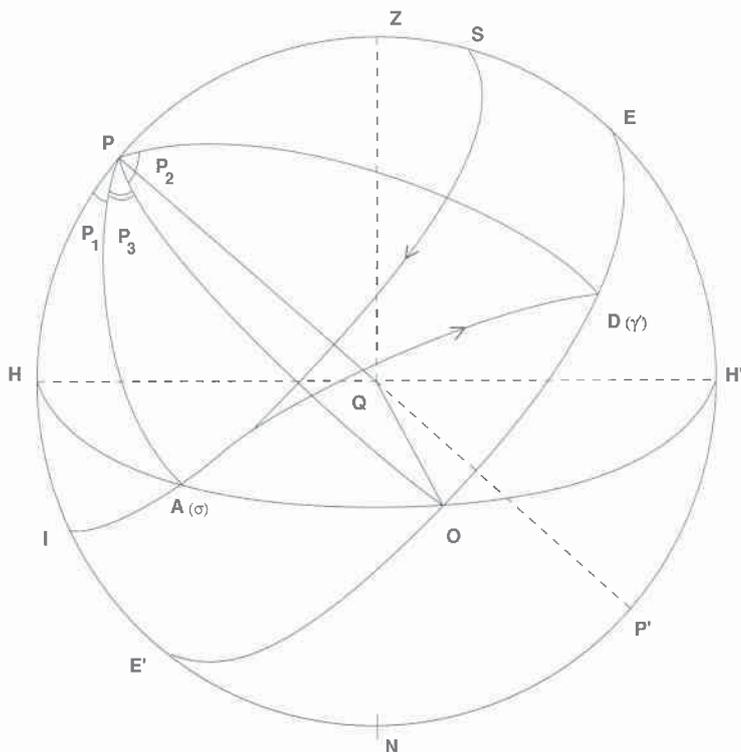


Fig. 4.4

Figurons la trajectoire apparente du Soleil au solstice d'été : culmination ou passage supérieur en S, coucher en A, passage inférieur en I (fig 4.4).

Désignons par P_1 l'angle compris entre les cercles horaires PA et le méridien du lieu PHI. Le milieu de la nuit aura lieu à l'instant $T + P_1$, où le

Soleil est à son passage inférieur I. D'autre part l'arc $OE' = \pi / 2$, de sorte que l'angle $OP'E' = \pi / 2$. Si on désigne par \widehat{P}_3 l'angle compris entre les cercles horaires PA et PO on a : $\widehat{P}_1 = \pi / 2 - \widehat{P}_3$.

Mais A et D correspondent respectivement au solstice d'été σ et à l'équinoxe d'automne γ de sorte que $\widehat{AD} = \pi / 2$. De même $\widehat{APD} = \pi / 2$. Désignons par \widehat{P}_2 le temps à partir de T que met, lors du mouvement diurne, le point D pour venir se coucher en O ; on a :

$$\widehat{P}_2 = \pi / 2 - \widehat{P}_3.$$

On en déduit $\widehat{P}_2 = \widehat{P}_1$. Le milieu de la nuit est l'instant : $T_m = T + \widehat{P}_1$.

Au même instant : $T + \widehat{P}_2 = T + \widehat{P}_1 = T_m$ le point D est bien venu en O, ce qu'il fallait démontrer.

Si on a matérialisé la direction QO sur le terrain et si on connaît grâce à la clepsydre le milieu de la nuit, toute étoile qui à cet instant se couchera dans la direction QO sera confondue avec D et matérialisera le point γ de l'écliptique.

De même l'étoile qui se lève dans la direction diamétralement opposée QE , au milieu de la nuit, sera confondue avec le point D' et matérialisera le point γ de l'écliptique.

Ainsi en une nuit on aura une position approchée de l'écliptique parmi les étoiles en joignant par un arc de grand cercle sur la sphère céleste les points L, L' , D, D' .

On aura une position mieux définie de l'écliptique en répétant cette opération tous les mois. Un mois après le solstice d'été le Soleil sera en B, à la fin du signe du Cancer. On répètera pour l'arc BC , signe du Lion, les opérations effectuées pour l'arc AB . Si M est le milieu de l'arc BC on matérialisera sur le terrain les directions QB et QMo correspondant à la direction du Soleil couchant respectivement 30 jours et 45 jours après le solstice d'été ; on calculera l'intervalle de temps $\widehat{P}' - dP'$ entre le coucher du Soleil en B et le passage d'une étoile dans la direction QM_0 . Cette

étoile matérialise dans le ciel la position du point M de l'écliptique situé au milieu du signe du Lion : BC . Au même instant dans la direction diamétralement opposée QM'_0 on identifiera l'étoile qui se lève ; celle-ci matérialise sur l'écliptique le point M' situé au milieu du signe du Verseau $B'C'$.

Au bout de six mois on aura déterminé assez exactement la position de l'écliptique parmi 12 étoiles coïncidant avec les milieux des signes du zodiaque. Il faut y ajouter en outre : les points solsticiaux $\sigma\sigma'$ et les points équinoxiaux $\gamma\gamma'$, ce qui fait en tout 16 points.

On constate que ce mode opératoire, qui utilise uniquement des couchers du Soleil et des couchers et levers d'étoiles, diffère nettement de la méthode chaldéenne d'observations dans le plan méridien du lieu, méthode exposée en 1.2 ; rappelons que les Chaldéens pointaient le Soleil à sa culmination le jour du solstice d'été et le jour du solstice d'hiver et qu'ils pointaient douze heures après une étoile du ciel, exactement dans la même direction.

4.13 Détermination des colures

On sait qu'on distingue :

- le colure des équinoxes, grand cercle de la sphère céleste passant par les pôles et par les points équinoxiaux γ et γ' ,
- le colure des solstices, grand cercle de la sphère passant par les pôles et par les points solsticiaux σ et σ' .

Ces colures perpendiculaires entre eux avaient été tracés par Eudoxe sur sa sphère puisque Aratus indique leurs positions parmi les étoiles, mais ces positions sont généralement très erronées. Il est évident que des observations de levers et de couchers d'étoiles ne permettent la détermination de ces deux méridiens célestes qu'avec beaucoup de difficulté, alors que c'est beaucoup plus facile avec des observations méridiennes. Eudoxe a vraisemblablement tracé les colures sur la sphère elle-même.

4.14 Mise en place des étoiles sur la sphère

Pour la mise en place des étoiles équatoriales, il suffisait à Eudoxe de diviser l'équateur céleste en parties égales au moyen de la clepsydre et de noter à intervalle fixe les étoiles qui se levaient dans la direction de l'Est et celles qui se couchaient dans la direction de l'Ouest : directions Q Est et Q Ouest de la figure 4.1. Pour la mise en place des étoiles situées sur un parallèle donné, Eudoxe procédait à la division de ce parallèle en parties égales, toujours à l'aide de la clepsydre, et notait à intervalles fixes les étoiles qui se levaient et se couchaient dans la direction correspondant à l'intersection du plan de ce parallèle et de l'horizon, direction matérialisée sur le terrain.

4.15 Division du zodiaque

Pour la division du zodiaque en parties égales, on ignore si Eudoxe, qui vécut peu avant la période seleucide babylonienne, savait résoudre le

problème des «ascensions obliques» (voir chap. 1 n° 1.2.2). Il dut vraisemblablement, comme pour le tracé des colures des équinoxes et des solstices, opérer la division du zodiaque sur la sphère elle-même. A son époque les Grecs ne disposaient sur le zodiaque que de 11 constellations à figures d'êtres animés, qui ne coïncidaient pas avec les «dodécatomies», c'est à dire avec les douze arcs égaux de 30° de l'orbite annuelle du Soleil. Le Scorpion occupait près de deux dodécatomies, de sorte qu'on divisa cette constellation en deux parties, dont l'une garda le nom de Scorpion, tandis que l'autre prit le nom de «Chelae» («serres» de l'animal). Au milieu du premier siècle avant J.C. seulement les «serres» furent remplacées par la «Balance» («libra» en latin).

On a établi que l'année solaire d'Eudoxe ne commençait pas à un des points équinoxiaux ou solsticiaux, mais au lever héliaque du matin de Sirius ; il en était de même pour l'année solaire de Méton et vraisemblablement aussi celle d'Euctemon ; comme nous l'avons vu à propos de ces deux astronomes (voir n° 2.5), l'origine prise sur l'écliptique correspondait à la position du Soleil lors du lever héliaque de Sirius : en ce point finissait le signe du Cancer et commençait celui du Lion. Eudoxe fit de même ; il y avait donc un décalage d'environ 15° par rapport aux signes que déterminera plus tard Hipparque ; ce décalage était donc différent de celui des Babyloniens : 8° et 10° .

C'est pour des questions de commodité que sur la fig 4.1 nous avons représenté les signes du zodiaque tels qu'ils ont été définis par Hipparque et tels que nous les avons conservés.

4.16 Obliquité de l'écliptique

Alors que les Chaldéens avaient déterminé l'obliquité de l'écliptique par des observations

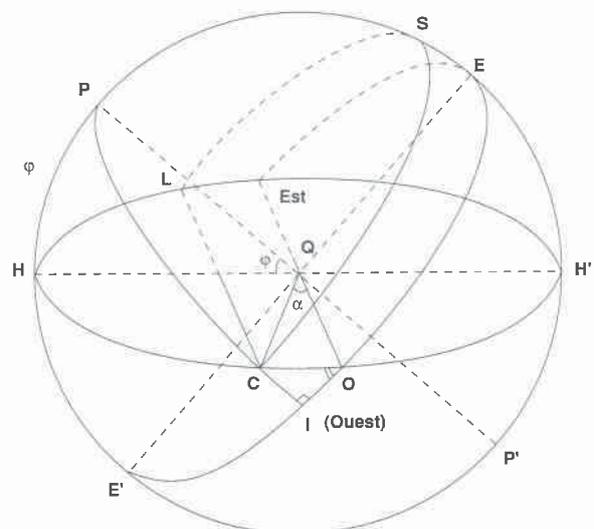


Fig. 4.5

méridiennes du Soleil lors de sa culmination aux deux solstices, Eudoxe reste fidèle à des observations horizontales. Il déterminera pour cela «l'amplitude occase» du Soleil à l'un des solstices. On appelle «amplitude occase» d'un astre à son coucher l'angle que fait au point de station Q la direction QC correspondant au coucher de l'astre avec la ligne équinoxiale QO où O est le coucher du Soleil lors des équinoxes. Pour un lever d'astre on définit de façon analogue son «amplitude ortive». Sur la fig 4.5 nous avons représenté la trajectoire apparente du Soleil LSC au solstice d'été (C coucher) et la trajectoire apparente du Soleil à l'équinoxe où il décrit l'équateur EE'. L'angle $\alpha = \widehat{OQC}$ est évidemment accessible à l'expérience et peut être mesuré sur le terrain.

Soit I l'intersection de l'arc de grand cercle \widehat{PC} avec l'équateur. L'angle en I est droit et l'arc \widehat{IC} est la déclinaison du Soleil au solstice d'été ; donc : $\widehat{IC} = \delta m = \varepsilon$, obliquité de l'écliptique.

Dans le triangle sphérique rectangle CIO, $\widehat{CO} = \alpha$ correspond à l'amplitude occase mesurée. L'angle \widehat{COI} , angle de l'horizon et de l'équateur est le complément de la latitude du lieu φ , qui est la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon, d'où : $\widehat{COI} = \pi / 2 - \varphi$. La règle de Néper appliquée au triangle sphérique CIO, rectangle en I, donne :

$$\sin \widehat{CI} = \sin \widehat{CO} \cdot \sin \widehat{COI},$$

d'où on tire :

$$\sin \varepsilon = \sin \alpha \cdot \cos \varphi,$$

relation qui donne l'obliquité de l'écliptique ε .

La trigonométrie n'était pas encore née, mais Eudoxe devait savoir résoudre graphiquement un triangle sphérique, peut-être en utilisant la projection stéréographique. Il adopta :

$\varepsilon = 1/15$ ou $4/60$ de circonférence, soit 24° , correspondant au côté du pentédécagone régulier, valeur reprise vers 320 avant J.C. par Eudème de Rhodes, disciple d'Aristote.

4.17 Utilisation de la sphère d'Eudoxe. Détermination de l'heure de nuit

La sphère d'Eudoxe servit de modèle pour la construction de globes célestes appelés «sphères d'Aratus» à l'usage des marins. Aratus indique le mode d'emploi de ces globes pour reconnaître durant la nuit les étoiles et les constellations, et en utilisant les constellations équatoriales, d'après leur lever et leur coucher, pour déterminer approximativement l'heure de nuit, fonction que l'on demandera plus tard à l'astrolabe. Les sphères d'Aratus furent perfectionnées par Hipparque.

On pensa naturellement à noter les levers et couchers d'autres étoiles se produisant en même temps que les levers et couchers des étoiles équatoriales, ce qui augmentait les chances de voir les unes quand les autres étaient cachées.

Les Grecs donnaient le nom de «Phénomènes» à ces levers ou couchers simultanés d'étoiles.

Pour situer dans le ciel un point diamétralement opposé à un autre ou vérifier que lorsqu'une étoile se levait, l'étoile diamétralement opposée se couchait, Eudoxe utilisait comme ligne de visée celle d'une dioptre fixe ; il suffit d'imaginer deux pinnules diamétralement opposées sur ce que nous appelons maintenant une alidade fixe. Chacune de ces pinnules devait être double : une moitié de la pinnule aménagée avec un trou pour l'oeil ; sur le même axe vertical une fente rectangulaire pour la visée. On est à peu près sûr que l'emploi de l'alidade mobile autour d'un axe, avec index se déplaçant sur un cercle gradué n'avait pas encore vu le jour. Si Eudoxe avait disposé d'un instrument de mesure angulaire il eut évité de nombreuses erreurs dans sa description du ciel.

4.18 Utilisation du scaphé

Pour la détermination de l'heure de nuit dans les agglomérations urbaines au temps d'Eudoxe, Tannery (Bibl 2) admet que les Grecs utilisaient le «scaphé», que nous avons décrit au premier chapitre (voir 1.2.1.2.). Ils emboîtaient dans la demi-sphère creuse du scaphé une sphère mobile autour de l'axe des pôles, simulant le mouvement diurne. Sur cette sphère figurait l'écliptique qui permettait de situer la position du Soleil le jour de l'observation. Pour avoir l'heure de nuit, il suffisait de constater la position du point, matérialisant le Soleil, par rapport au réseau des courbes horaires (graduées soit en heures égales, soit en heures inégales).

4.2 Parapegme d'Eudoxe

Nous avons déjà eu l'occasion d'évoquer la notion de «parapegme», sorte d'almanach précisant notamment les dates des levers et couchers héliques (ou levers et couchers apparents) des principales étoiles. Avant Autolycus il y eut les parapegmes de Meton, d'Euctemon, de Démocrite, dont nous avons quelques éléments dans le dernier chapitre de «l'Introduction aux phénomènes» de Geminus.

Eudoxe établit lui-même un parapegme en se servant des données d'Autolycus et de la «règle de symétrie» établie par celui-ci. Nous reproduisons ci-après en 4.6 le tableau du parapegme d'Eudoxe tel qu'il a été reconstitué et présenté par Tannery (Bibl 4).

Colonnes LAM, LAS, CAM, CAS.

Les chiffres de ces colonnes expriment le nombre de jours à partir de l'équinoxe de printemps selon les habitudes modernes, alors que dans le parapegme d'Eudoxe ils sont décomptés à partir

LA TECHNOLOGIE DE L'EXTREME



CLICHÉ TOPO-FRANCE BOURGOIN-JALLIEU
NORVEGE - LATITUDE DU CERCLE POLAIRE

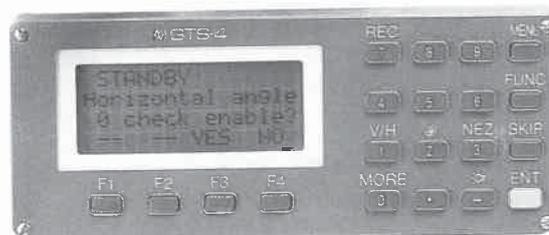
GTS-4

- Portée avec 1 prisme : 2.000 m.
- Précision
Distances : $\pm (3 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$.
Angles : 2 cc.
- Écart type : 5 cc (selon norme DIN 18723).
- Programmes de calculs intégrés.

GTS-4 B

- Portée avec 1 prisme : 1.400 m.
- Précision :
Distances : $\pm (3 \text{ mm} + 3 \text{ ppm})$.
Angles : 10 cc.
- Écart type 15 cc (selon norme DIN 18723)
- Programmes de calculs intégrés.

2 ÉCRANS A 4 LIGNES D'AFFICHAGE.



MENU SÉQUENTIEL A L'ÉCRAN

QUAND LA PRÉCISION S'IMPOSE

11 bis, rue du Perche - 75003 PARIS - Tél. : (1) 42 71 28 30
Télex : 240 729 - Télécopie : (1) 42 78 37 18

Tableau 4.6 Le parapegme d'Eudoxe

Etoiles	LAM	LAS	CAM	CAS	A	B	C	D	B - D	2 δ
Zodiacales					A _z	B _z	C _z	D _z		C _z -A _z
Pléiades	48	190	231	8	40	142	41	142	0	1
Hyades	63	204	241	16	47	141	37	140	+ 1	- 10
Orion (Commencement)	82	224	231	8	74	142	7	142	0	- 67
Orion (fin)	101	{243}	250	27	74	{142}	{7}	142	{0}	- {67}
Scorpion (commencement des levers et fin des couchers)	230	{17}	47	199	31	{152}	{30}	152	{0}	- {1}
Australes					A _a	B _a	C _a	D _a		-A _a -C _a
Chien	117	258	254	{30}	{87}	137	4	{137}	{0}	- {91}
Scorpion (fin des levers et commencement des couchers)	263	{55}	37	194	69	139	{18}	{139}	{0}	- {87}
Boréales					A _b	B _b	C _b	D _b		A _b +C _b
Aigle	268	65	126	{289}	{21}	{141}	61	142	- {1}	{82}
Dauphin	{276}	76	139	304	{28}	137	63	{137}	{0}	{91}
Chèvre	35	186	265	{51}	{16}	{135}	79	135	{0}	{95}
Arcture	171	334	71	220	49	114	102	100	+ 14	151
Lyre	233	22	143	311	78	76	121	90	- 14	199
Couronne	{192}	351	131	280	{88}	71	145	{61}	+ 10	{233}

du lever apparent du matin de Sirius. C'est ainsi que le lever apparent du matin (LAM) des Pléiades se situe à 48 jours après l'équinoxe de printemps, leur lever apparent du soir (LAS) à 190 jours après l'équinoxe de printemps, etc...

Colonnes A, B, C, D, B - D, 2 δ.

A, B, C, D correspondent aux quantités, définies dans l'étude sur Autolycus, exprimées en jours. L'indice z est relatif aux étoiles zodiacales, l'indice a est relatif aux étoiles australes, l'indice b est relatif aux étoiles boréales. En additionnant A+B+C+D on trouve bien chaque fois 365 jours.

Les deux dernières colonnes donnent la différence B - D et la valeur de 2δ. En règle générale la règle de symétrie est satisfaite :

B - D = 0 ou B - D = 1, sauf pour les trois dernières étoiles du tableau.

Il est intéressant de comparer les données de l'étoile Arcturus, francisée en Arcture par Tannery, avec les résultats obtenus pour cette étoile par Delambre et récapitulés dans le tableau 3.11 (n° 3.34) ; nous avons transcrit les résultats de la 2ème colonne de ce tableau, relatifs aux levers et aux couchers apparents dans la première colonne du tableau 4.7 ci-dessous.

col 1	col 2	col 3	col 4	col 5
Résultats bruts de Delambre	Différences en degrés (Delambre)	Différences en jours (Delambre)	Différences en jours (Eudoxe)	
LAM = 174,204	Ab = 31°,640	Ab = 32,078 j	Ab = 49 j	
CAS = 205°,844	Bb = 117°,052	Bb = 118,678 j	Bb = 114 j	
LAS = 322°,896	Cb = 117°,737	Cb = 119,373 j	Cb = 102 j	
CAM = 360° + 80°,633	Db = 93°,571	Db = 94,871 j	Db = 100 j	
LAM = 174°,204	360°,000	365,000	365 j	Totaux

Tableau 4.7

Colonne 2 : nous avons calculé les différences :

$$\begin{aligned} Ab &= CAS - LAM, Bb = LAS - CAS, \\ Cb &= CAM - CAS, Db = LAM - CAM, \end{aligned}$$

telles qu'elles sont définies par Tannery pour les étoiles boréales (voir 3.32 B3) et telles qu'elles résultent des valeurs données par Delambre.

Colonne 3 : nous avons transformé les différences de longitude écliptique de la colonne 2 en jours en multipliant par le rapport : $365 / 360$, afin de les comparer aux expressions de Ab, Bb, Cb, Db , du parapegme d'Eudoxe (colonne 4).

Delambre n'a pas fait les mêmes hypothèses qu'Eudoxe. Celui-ci assigne à la différence $Bb - Db$ la valeur de 14 jours, alors que Delambre prend 23,807 jours, aucune des deux valeurs ne respectant la règle de symétrie d'Autolycus. D'autre part Delambre a effectué son calcul pour la latitude de Thèbes : $38^{\circ},2$ alors que le parapegme d'Eudoxe est établi soit pour la latitude de Cnide, soit pour celle de Rhodes, ces deux villes étant approximativement situées sur le parallèle de latitude 36° .

4.3 L'oeuvre géographique d'Eudoxe

Eudoxe a composé une «Description de la Terre» en 7 livres malheureusement perdue. Une carte, elle aussi perdue, accompagnait l'ouvrage. Il eut le mérite d'être le premier à lier la géographie à l'astronomie, créant ainsi une «géographie mathématique». Il releva un certain nombre de latitudes lors d'observations astronomiques en Egypte, à Cyzique et à Cnide. Passons en revue quelques aspects de son oeuvre géographique.

4.31 Détermination de la longueur de la circonférence terrestre

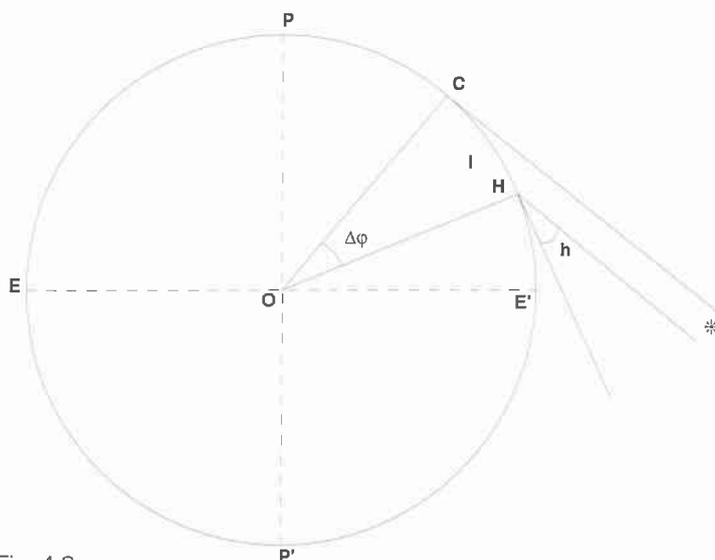


Fig. 4.8

Eudoxe fut le premier à donner une évaluation de la longueur de la circonférence terrestre, mais on ignore le détail de sa détermination puisque l'ouvrage d'Eudoxe ne nous est pas parvenu. Il aurait observé que l'étoile Canope, lors de son passage supérieur rasait l'horizon de Cnide (C sur la figure 4.8) et qu'elle culminait plus au Sud à Héliopolis (H sur la figure 4.8), près du Caire, à une hauteur h qu'Eudoxe mesura. La figure 4.8 représente une coupe méridienne du globe terrestre, Héliopolis et Cnide étant supposés sur le même méridien. Il est clair sur la figure que la différence de latitude : $\Delta \varphi$ entre Héliopolis et Cnide, qui est aussi l'angle des deux verticales de ces villes, correspond à la hauteur h mesurée, puisque ces deux angles ont leurs côtés perpendiculaires : $\Delta \varphi = h$.

Ayant ainsi l'angle $\Delta \varphi$, il lui suffisait de connaître la longueur : $l = HC$ qui séparait les deux villes. Il est vraisemblable qu'Eudoxe s'est servi d'une part de la distance maritime entre Cnide et Alexandrie, estimée d'après la durée de la navigation, d'autre part de la distance terrestre Alexandrie Héliopolis et qu'il a ensuite additionné ces deux distances. Si on désigne par L la longueur de la circonférence terrestre et si on évalue $\Delta \varphi$ en degrés on a évidemment : $L / 360 = l / \Delta \varphi$.

Eudoxe obtint $L = 400.000$ stades. Le problème est de savoir quelle était exprimée en mètres la longueur du stade utilisé. On dispose de deux méthodes :

■ une méthode archéologique consistant à mesurer la valeur du stade sur la piste de course à pied des terrains de jeux de la Grèce antique. D'après l'article «stadion» de la Realencyclopädie (Bibl 5) les mesures s'échelonnent entre 177,36 m à Milet (valeur douteuse) ou plutôt entre 177,50 m à Delphes et 192,25 m à Olympie. La fourchette est bien large.

■ une autre méthode consiste à déduire la valeur du stade, servant aux mesures d'itinéraires, de la valeur du pied grec ; celui-ci vaudrait d'après Evaristo Luciani (Bibl 10) 0,308642m. Or le stade contient 600 pieds grecs, ce qui fait :

$$0,308642 \times 600 = 185,185 \text{ m ;}$$

cette valeur est assez proche de la moyenne arithmétique entre le stade olympique de Delphes et celui d'Olympie. Il faut rejeter catégoriquement la valeur du stade dit d'Aristote de 100 m, donnée semble-t-il pour la première fois par Gosselin et qui a été reprise par certains auteurs, dont Evaristo Luciani (Bibl 10) ; les 400.000 stades de circonférence correspondent alors à : $0,1 \times 400.000 = 40.000$ km, ce qui constitue une précision extraordinaire.

En revenant aux valeurs plus fiables du stade évoquées ci-dessus, les longueurs L de la circonférence terrestre seraient alors :

valeur minimale :

$$L_1 = 0,1775 \times 400.000 = 71.000 \text{ km}$$

valeur médiane :

$$L_2 = 0,185185 \times 400.000 = 74.074 \text{ km}$$

valeur maximale :

$$L_3 = 0,19225 \times 400.000 = 76.900 \text{ km.}$$

Quel que soit le chiffre adopté on est loin de 40.000 km, valeur correcte, mais on conçoit aisément le manque de précision des mesures d'Eudoxe, en ce qui concerne d'une part la distance entre Cnide et Héliopolis et d'autre part l'incertitude due à la réfraction atmosphérique pour les deux visées et notamment celle rasant l'horizon.

Quoiqu'il en soit il revient à Eudoxe le mérite d'avoir le premier imaginé une méthode, qui permet de mesurer la circonférence terrestre en associant à une différence de latitude $\Delta \varphi$ entre deux points d'un même méridien, mesurée astronomiquement, la longueur l séparant ces deux points. Cette méthode sera reprise par d'autres astronomes grecs et notamment par Eratosthène, par les Arabes au 8e siècle, par Fernel au 16e siècle ; elle restera aussi le fondement des déterminations de la forme de la Terre au 18e siècle. L'estimation d'Eudoxe de 400.000 stades pour la longueur de la circonférence terrestre sera adoptée par Aristote.

4.32 Détermination du pôle céleste

Les marins phéniciens avaient observé que la position des étoiles dans le ciel était modifiée selon qu'ils se déplaçaient vers le Nord ou vers le Sud et que la hauteur des étoiles proches du pôle augmentait lorsqu'on se déplaçait vers le Nord. Mais à l'époque d'Eudoxe le pôle céleste, point du ciel, qui reste immobile durant le mouvement diurne, se trouvait dans une zone vide d'étoiles ; en effet par suite de la précession des équinoxes le pôle céleste se déplace parmi les constellations et vers 400 avant Jésus Christ les étoiles les plus proches du pôle en étaient à environ 8° , alors qu'actuellement l'étoile polaire se trouve à moins de 1° du pôle. Malgré cette difficulté Eudoxe eut le mérite de déterminer, le premier, la position du pôle céleste parmi les étoiles ; sa détermination sera améliorée plus tard par Pythéas (voir 6.2).

4.33 Passage de la latitude au «climat»

Hipparque indique qu'Eudoxe savait déterminer la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon, c'est à dire la latitude, par le rapport des arcs diurne et nocturne du parallèle décrit par le Soleil au solstice d'été. Comme la durée de la nuit au solstice d'été est égale à la durée du jour au solstice d'hiver, le rapport dont parle Hipparque

est le même que celui de la durée du jour M au solstice d'été à la durée du jour m au solstice d'hiver, en reprenant les notations que nous avons utilisées pour l'astronomie chaldéenne. Le rapport M / m , correspondant à une latitude donnée, définissait un «climat» selon l'appellation des Anciens Grecs. Le rapport donné par Eudoxe dans le «Miroir» était de $5 / 3$, ce qui correspond à la latitude de Cyzique. Dans les «Phénomènes» il est donné un autre rapport : $12 / 7$ qui s'appliquerait à la latitude d'Abdère en Macédoine. Tannery (Bibl 4) suppose que «les Phénomènes» ne sont qu'une révision posthume du «Miroir» et que le rapport M / m avait été mis à jour pour la Macédoine à l'époque où ce royaume prit une grande importance dans l'histoire de la Grèce antique. On ignore toutefois de quelle relation se servait Eudoxe pour passer de la latitude au rapport M / m ou vice-versa.

4.34 Cercles arctiques. Zones climatiques

A propos d'Autolycus (3.31) nous avons défini «le plus grand cercle de visibilité des étoiles» (AB) (fig 4.9a) ainsi que «le plus grand cercle de non visibilité des étoiles» (CD) ; nous savons que ces cercles étaient appelés «arctiques», l'adjectif ayant son sens étymologique et n'ayant rien à voir avec les latitudes $\pm 66^\circ 33'$. Lorsque la hauteur du pôle varie, l'amplitude de ces deux cercles (AB) et (CD) varie aussi. Les Anciens Grecs avaient pris l'habitude de considérer que la latitude de Rhodes : $\varphi = 36^\circ$ correspondait à la latitude moyenne de l'oecumène et ils définissaient leurs cercles «arctiques» par rapport à cette latitude.

Sur la fig 4.9a inclinons l'axe des pôles PP' de 36° sur l'horizontale HH' figurant l'horizon de Rhodes.

Le cercle «arctique» céleste boréal (AB) avait donc un rayon sphérique $\widehat{PA} = 36^\circ$ qu'Eudoxe exprimait par $6 / 60$ de circonférence ; ce cercle avait donc une déclinaison de $90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$. Quant au cercle «arctique» austral il avait une déclinaison de -54° .

Le tropique céleste du Cancer (FG) a pour déclinaison l'obliquité de l'écliptique, soit $4 / 60$ de circonférence ou 24° (voir 4.16).

Le tropique céleste du Capricorne (IJ) a pour déclinaison -24° .

L'arc de méridien AF a pour amplitude : $15 / 60 - 6 / 60 - 4 / 60 = 5 / 60$ de circonférence ou 30° , nombre que l'on obtient aussi par la différence : $54^\circ - 24^\circ$.

Eudoxe avait pris conscience en Egypte de ce que les crues du Nil s'expliquaient par l'alternance des saisons sous les deux tropiques. Aussi imagina-t-il deux hémisphères jouissant de conditions climatiques semblables, mais alternées selon les déclinaisons positive ou négative du Soleil. Il fut ainsi amené à transposer sur le globe terrestre les cercles «arctiques» et les tropiques célestes décrits

ci-dessus. On se reportera à la figure 4.9b dessinée à droite de la sphère céleste et représentant une coupe méridienne du globe terrestre.

Au cercle «arctique» céleste boréal (AB) de déclinaison 54° correspond sur le globe terrestre le cercle «arctique» terrestre boréal (A'B'), de latitude : $\varphi_f = 54^\circ$, qui limite la «zone froide» boréale, s'étendant jusqu'au pôle terrestre boréal. Il y a la même correspondance entre le cercle «arctique» céleste austral (CD) et le cercle «arctique» terrestre boréal (C'D') de latitude -54° .

Au tropique du Cancer céleste (FG) de déclinaison 24° correspond sur le globe terrestre le tropique du Cancer terrestre (F'G') de latitude 24° . Il y a la même correspondance entre le tropique céleste du Capricorne IJ de déclinaison -24° et le tropique terrestre I'J' de latitude -24° sur le globe terrestre.

Entre les deux tropiques terrestres s'étend la «zone torride», qui a donc très sensiblement la même amplitude que dans le critère moderne. Entre le tropique et le cercle arctique terrestres s'étend dans chaque hémisphère une «zone tempérée», seule partie de cet hémisphère qui soit habitable. Il y a donc cinq zones climatiques : deux froides, deux tempérées, une torride. A l'œcumène boréal Eudoxe opposait un «antœcumène» dans la zone tempérée australe, séparé de l'œcumène par la zone torride, que l'on considérera comme infranchissable. Rappelons que Parménide (voir 2.3) avait déjà esquissé une théorie des cinq zones climatiques, mais en exagérant la largeur de la zone torride. Aristote adoptera les cinq zones climatiques définies par Eudoxe.

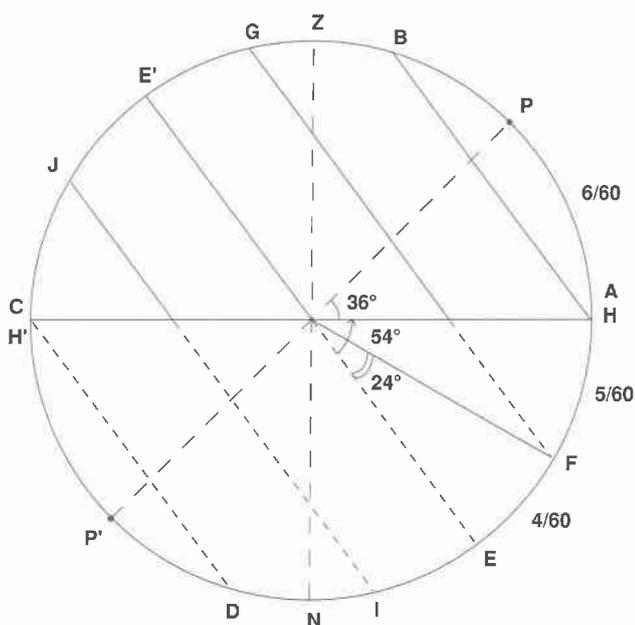
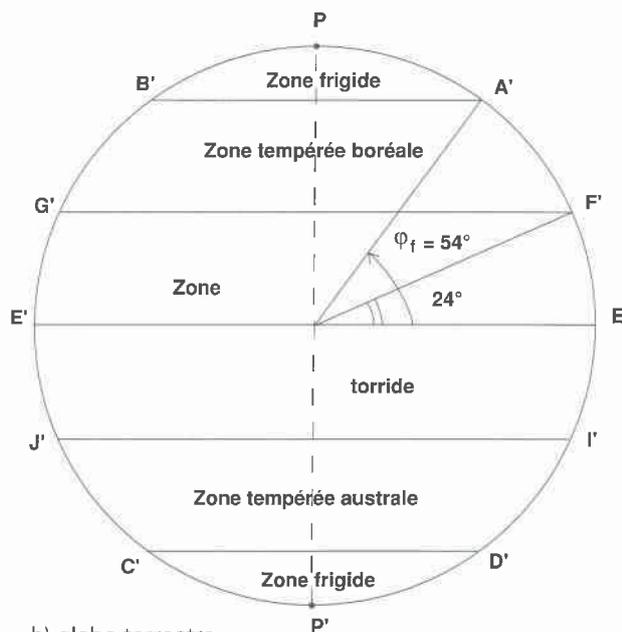


Fig. 4.9

a) Sphère céleste
HH' horizon de Rhodes : $\varphi = 36^\circ$



b) globe terrestre
les zones climatiques
limite de la zone froide : $\varphi_f = 54^\circ$

4.35 La Cartographie d'Eudoxe

Pour Eudoxe l'œcumène était deux fois plus long que large et il le divisait en trois parties : l'Europe, l'Asie, l'Afrique. Pour dresser sa carte il s'est inspiré d'Hérodote, de Ctésias, de relations de marchands fréquentant la région de la mer Caspienne et surtout des informations qu'il avait recueillies en Egypte ; quant aux contours des golfes et des îles, ils étaient issus des renseignements de différents périples.

4.36 La Géographie descriptive d'Eudoxe

Eudoxe s'est intéressé aussi à la géographie descriptive, notamment à la géographie urbaine ; il a décrit Corinthe, dominée par l'Acrocorinthe, pour lequel il donne la première mesure de dénivellée : 3,5 stades, la longueur de la montée étant de 30 stades.

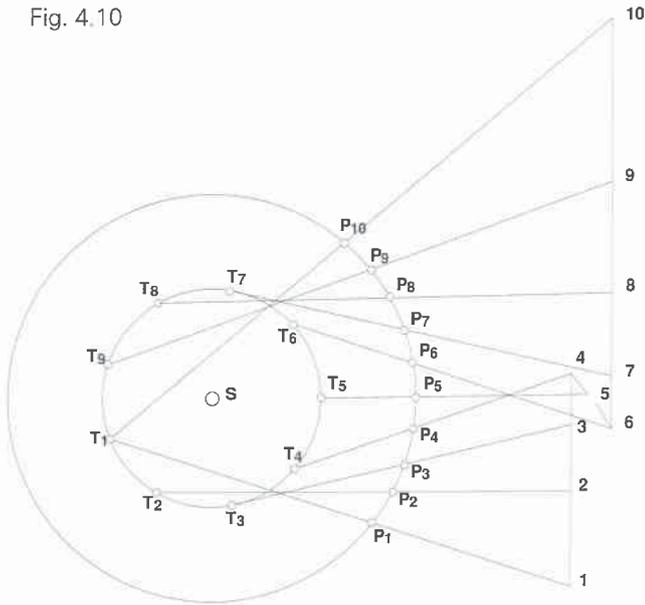
4.4 Les sphères homocentriques d'Eudoxe

Tout en respectant la conception géocentrique de l'univers, le modèle des sphères homocentriques d'Eudoxe constitue la première tentative d'explication rationnelle des mécanismes de l'univers, et en particulier des «stations» et des «rétrogradations» des planètes, que nous allons définir dans l'introduction ci-après.

4.41 Introduction

Nous savons depuis Kepler que la Terre et les planètes décrivent des orbites elliptiques autour du Soleil. Les schémas héliocentriques ci-après

Fig. 4.10



permettent d'expliquer facilement les «stations» et «rétrogradations» des planètes.

A) Considérons d'abord une planète supérieure P (fig 4.10), donc située à une distance du Soleil supérieure à la distance Soleil-Terre. Pendant que la Terre effectue une rotation complète autour du Soleil, prenant les positions : $T_1 T_2 \dots T_9 T_1$ etc..., la planète décrit la trajectoire : $P_1 P_2 \dots P_9 P_{10}$, une position telle que P_i correspondant à l'instant où la Terre se trouve en T_i . Joignons les points homologues ; un observateur terrestre constate un mouvement général dans le sens direct de 1 à 4, de 6 à 10, mais perturbé par deux «stations» 4 et 6. Entre 4 et 6 la planète semble rétrograder par rapport à son mouvement général direct, de sorte qu'on parle de l'arc de «rétrogradation» : 4-6, qui s'étend de part et d'autre de «l'opposition» : $T_5 P_5$. Dans cette opposition le Soleil et la planète sont dans des directions diamétralement opposées depuis T_5 .

Si le mouvement d'une planète supérieure

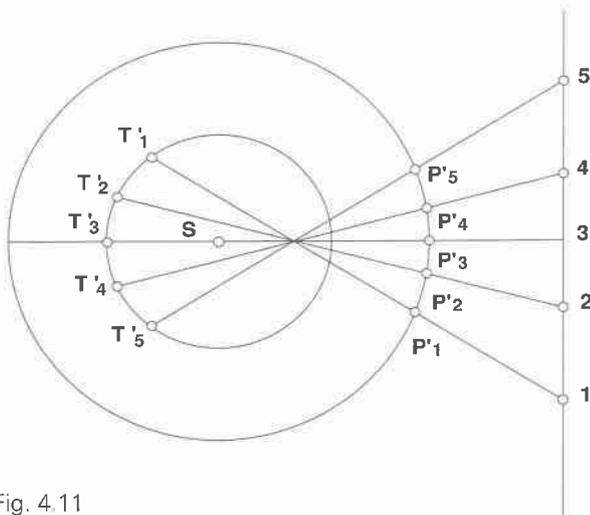


Fig. 4.11

devient rétrograde au moment de l'opposition, le mouvement reste normal, c'est à dire direct, au moment de «la conjonction», cas où le Soleil et la planète sont vus dans la même direction depuis la Terre : c'est le cas des positions respectives T'_3 et P'_3 de la Terre et de la planète (fig 4.11), où depuis T'_3 on voit le Soleil et la planète dans la même direction. On constate sur la figure qu'il n'y a ni station, ni rétrogradation.

Il est évident enfin que les planètes supérieures peuvent être observées en n'importe quel point du zodiaque.

Révolution synodique d'une planète supérieure

On appelle *durée de révolution synodique* σ d'une planète supérieure l'intervalle de temps compris entre deux oppositions successives. On appelle *durée de révolution sidérale* S l'intervalle de temps que met la planète à revenir au même point de son orbite. Nous savons qu'une année correspond à la *durée de révolution sidérale de la Terre* A . Partons de l'opposition $T_0 SP_0$ de la fig 4.12. Au bout d'un jour la planète est venue en P_1 et la Terre en T_1 , la planète étant en retard par rapport à la terre de l'angle $\widehat{P_1ST_1}$.

$$\text{Or on a : } \widehat{P_1ST_1} = \widehat{T_0ST_1} - \widehat{P_0SP_1}$$

L'angle $\widehat{T_0ST_1}$ correspondant à un jour vaut : $1/A$.

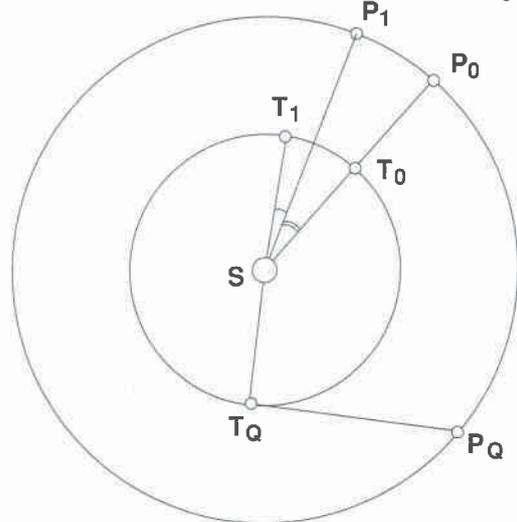
De même l'angle $\widehat{P_0SP_1}$, correspondant aussi à un jour vaut $1/S$.

Enfin puisque le rayon SP fait par rapport à ST un tour complet en σ jours : $\widehat{P_1ST_1} = 1 / \sigma$

On a donc :

$$1 / \sigma = 1/A - 1/S$$

Fig. 4.12



B) Considérons maintenant le cas d'une planète inférieure, telle que Vénus, située entre la Terre et le Soleil : soient : $V_0 V_1 V_2 \dots V_i$, ses positions successives (fig 4.13), celles de la terre étant

: $T_0 T_1 T_2 \dots T_i$, la position V_i de Vénus correspondant à l'instant où la terre se trouve en T_i . Joignons les points homologues $T_i V_i, T_2 V_2 \dots T_i V_i$, mais par chaque point T_i menons en tireté une parallèle à la direction précédente $T_{i-1} V_{i-1}$, direction que nous désignerons par $T_i V'_{i-1}$.

Voir fig 4.13 où $T_1 V'_0$ est parallèle à $T_0 V_0$

$T_2 V'_1$	$T_1 V_1$
$T_3 V_2$	$T_2 V_2$
$T_4 V'_3$	$T_3 V_3$
$T_5 V'_4$	$T_4 V_4$
$T_6 V'_5$	$T_5 V_5$
$T_7 V'_6$	$T_6 V_6$

On constate qu'en T_1, T_2 et T_7 le mouvement apparent de la planète vu de la terre s'effectue dans le sens direct (des mathématiques), qu'en T_3 et T_6 les directions $T_3 V_3$ et $T_3 V'_2$ d'une part, les directions $T_6 V'_6$ et $T_6 V'_5$ sont confondues, ce qui correspond à des «stations» de la planète, enfin qu'en T_4 et T_5 le mouvement apparent de la planète vu de la Terre s'effectue dans le sens rétrograde (sens de rotation des aiguilles d'une montre). Ainsi les deux «stations» $T_3 V_3$ et $T_6 V_6$ encadrent-elles les mouvements de rétrogradation en T_4 et T_5 . Or lorsque Vénus en V_4 et le Soleil sont vus dans la même direction à partir de T_4 , Vénus étant plus proche que le Soleil, on dit qu'on a affaire à une «conjonction inférieure». Lorsque la planète est en V_s diamétralement opposé à V_4 et que le Soleil S et la planète V_s sont vus dans la même direction à partir de T_4 , mais Vénus étant derrière le Soleil, on dit qu'on a affaire à une «conjonction supérieure».

Ainsi il y a stations et rétrogradation de part et d'autre d'une «conjonction inférieure». Par contre il est facile de voir que le mouvement de la planète reste direct lorsqu'elle est en conjonction supérieure. Si d'une position T de la Terre, on mène deux tangentes TV_m et TV'_m à l'orbite de Vénus,

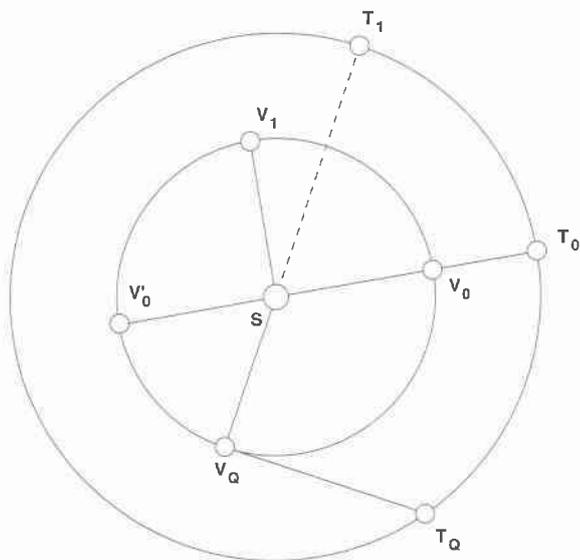


Fig. 4.15

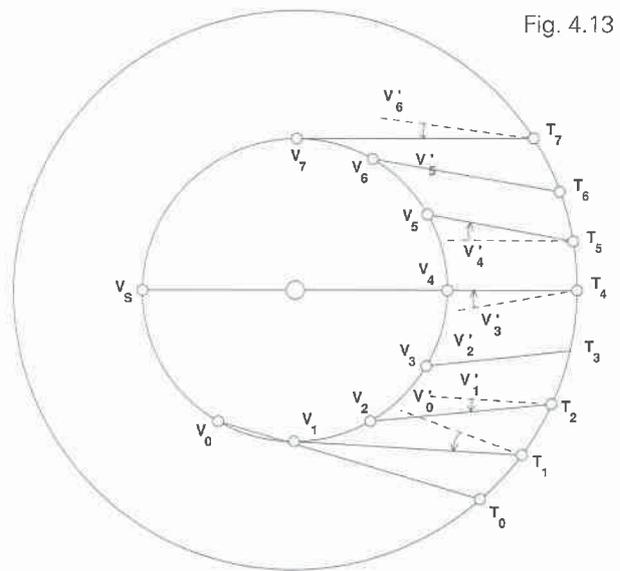


Fig. 4.13

on met en évidence deux positions V_m et V'_m de la planète, correspondant à «l'élongation maximale» α_m , plus grand écart angulaire entre le Soleil et la planète. Cette élongation maximale est en général de l'ordre de 43° pour Vénus, pouvant atteindre dans certains cas 49° (Fig 4.14). Pour Mercure l'élongation maximale est de l'ordre de 23° environ.

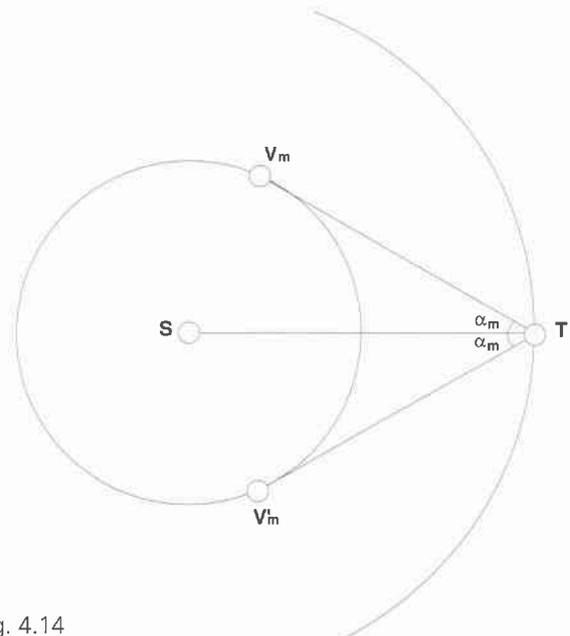


Fig. 4.14

Révolution synodique d'une planète inférieure

La définition de la «révolution sidérale» pour une planète inférieure est la même que pour une planète supérieure, mais on appelle «révolution synodique» d'une planète inférieure le temps qui s'écoule entre deux conjonctions successives de même nature, soit entre deux conjonctions inférieures : $T_0 V_0 S$ (fig 4.15), soit entre deux conjonctions supérieures.

Considérons la conjonction inférieure T_0V_0S . Au bout d'un jour la planète Vénus a décrit l'arc V_0V_1 et la Terre l'arc T_0T_1 , la Terre étant cette fois-ci en retard sur Vénus.

Par un raisonnement analogue à celui d'une planète supérieure, on obtient :
 $1/\sigma = 1/S - 1/A$

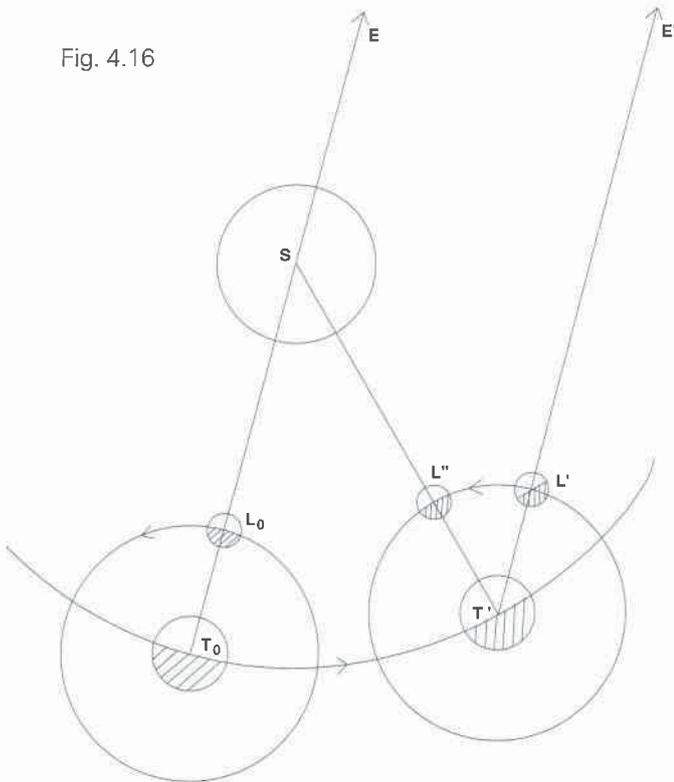
Quadratures

Planète supérieure. Une planète supérieure et le Soleil sont en quadrature par rapport à la terre lorsque (fig 4.12) la direction T_qS est perpendiculaire à la direction $T_q P_q$.

Planète inférieure. Pour une planète inférieure il y a quadrature lorsque les directions $V_q S$ et $V_q T_q$ sont perpendiculaires (fig 4.15).

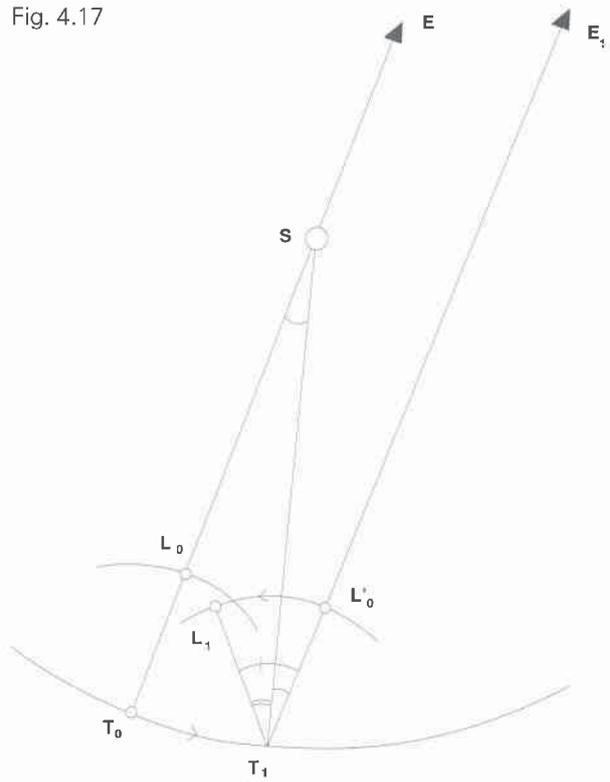
C) Cas de la Lune. Considérons la Lune dans sa position initiale L_0 en conjonction avec le Soleil. Ces deux astres sont alors alignés par rapport à la Terre, située en T_0 ; supposons que cet alignement passe par une étoile E , située pratiquement à l'infini (Fig. 4.16). La moitié de la Lune qui regarde la Terre est obscure, donc invisible ; c'est la nouvelle Lune.

Fig. 4.16



Considérons une nouvelle position T' de la Terre sur son orbite, telle que la Lune qui décrit sa trajectoire autour de la Terre soit dans la direction de l'étoile E ; $T' L' E'$ est alors parallèle à $T_0 L_0 E$. Le temps mis par la Lune pour accomplir une révolution complète sur son orbite l'amenant de L_0 en L' est la durée de révolution sidérale.

Fig. 4.17



$S = 27$ jours, 7 heures, 43 minutes ou
 $S = 27,32157$ jours.

Mais pour venir dans la position L'' , c'est-à-dire à nouveau en position de nouvelle Lune, il lui faut parcourir en plus l'arc $L' L''$ pendant que la Terre se déplace quelque peu sur son orbite. L'intervalle de temps que met la Lune pour passer de L_0 à L'' , ou intervalle de temps séparant deux conjonctions successives est la durée de révolution synodique σ ou *lunaison*. Elle vaut :

$\sigma = 29$ jours, 12 heures, 44 minutes ou :
 $\sigma = 29,5306$ jours.

Partons de la conjonction $T_0 L_0 S$ (fig 4.17). En un jour la Terre se déplace de T_0 en T_1 ; menons par T_1 la parallèle $T_1 E_1$ à $T_0 E$ et considérons la nouvelle position de l'orbite lunaire, rencontrée par $T_1 E_1$ en L'_0 . Pendant que la Terre se déplace de T_0 en T_1 la Lune se déplace de L'_0 en L_1 . Or :
 $\widehat{ST_1L_1} = \widehat{L'_0T_1L'_0} - \widehat{ST_1E_1}$. (1).

Puisque le rayon $T_1 L_1$ fait par rapport à $T_1 S$ un tour complet en σ jours : $\widehat{ST_1L_1} = 1/\sigma$; puisque $T_1 L_1$ fait par rapport à l'étoile un tour complet en S jours, on a :

$$\widehat{E_1T_1L_1} = \widehat{L'_0T_1L'_0} = 1/S$$

Enfin $\widehat{ST_1E_1} = \widehat{T_0ST_1}$ (angles alternes internes). Comme l'arc T_0T_1 est décrit en un jour $\widehat{T_0ST_1} = 1/A$, où A est la durée de révolution sidérale de la Terre, soit :

$$A = 365,2563 \text{ jours}$$

On a donc d'après la relation (1):

$$1/\sigma = 1/S - 1/A$$

et on vérifie que :

$$\frac{1}{29,5306} = \frac{1}{27,32157} - \frac{1}{365,2563}$$

D) Les parties A, B, C ci-dessus de cette introduction constituent un rappel des notions modernes de cosmographie en système héliocentrique. Elles nous ont paru nécessaires pour mieux appréhender le système d'Eudoxe, puis pour comprendre l'évolution ultérieure de l'astronomie grecque avec Aristarque de Samos, Apollonius, Hipparque et surtout Ptolémée. Nous venons de voir qu'en système héliocentrique l'explication des stations et des retrogradations des planètes, ce que l'on appelle quelquefois «l'anomalie héliaque» ne posait pas de problème particulier. Il en est de même de «l'anomalie zodiacale», selon laquelle les planètes parcourent des arcs inégaux en des temps égaux ; on sait en effet depuis Kepler que les orbites des planètes sont des ellipses, dont le Soleil est un des foyers, parcourues selon «la loi des aires» (aires égales balayées en des temps égaux).

Mais l'explication de ces deux anomalies devient beaucoup plus difficile lorsqu'on reste en système géocentrique, sous la contrainte d'orbites circulaires décrites selon le précepte platonicien (voir 3.22). Le commentaire de Simplicius sur le «De Caelo» d'Aristote, qui date du 5e siècle après J.C. s'exprime ainsi à ce sujet :

«Platon admet en principe que les corps célestes se meuvent d'un mouvement circulaire, uniforme et constamment régulier. Il pose alors aux mathématiciens ce problème : quels sont les mouvements circulaires et parfaitement réguliers qu'il convient de prendre pour hypothèses, afin que l'on puisse sauver les apparences présentées par les astres errants?».

Le problème s'était présenté de la même façon au sein de l'Ecole pythagoricienne, comme le rapporte Géminus.

Durant cinq siècles d'Eudoxe à Ptolémée les astronomes et mathématiciens grecs essaieront de donner des solutions au problème posé par Platon.

Eudoxe, très imprégné des préceptes de Platon, s'est efforcé de les mettre en pratique ; il a cherché à «sauver les apparences», offertes par le cours des planètes, au moyen de mouvements circulaires uniformes ayant pour centre le centre de la Terre. Pour cela il emboîta les uns dans les autres plusieurs globes concentriques, animés chacun d'une rotation uniforme autour d'un axe convenablement choisi. Chaque planète était solidaire d'une sphère portante représentée en trait épais sur la figure 4.18 ; elle tournait autour de

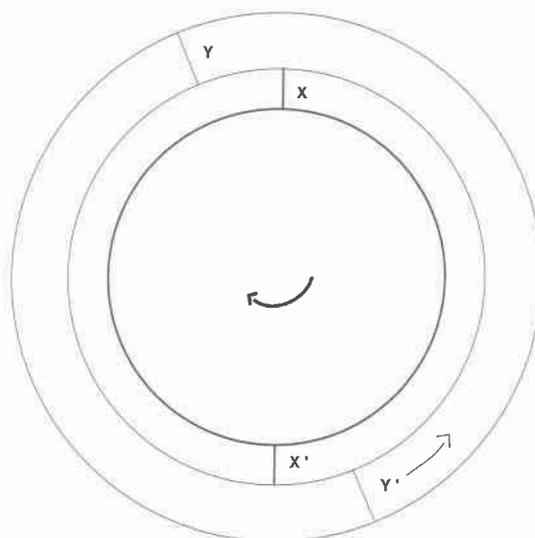


Fig. 4.18. Sphères homocentriques d'Eudoxe.

l'axe X X' (trait épais) dans le sens de la flèche (épaisse). Cet axe était implanté en deux points sur la sphère enveloppante, qui elle-même tournait autour d'un axe Y Y' implanté sur une 3ème sphère (2ème sphère enveloppante), mais dans le sens de la flèche filiforme, opposé au premier mouvement. Pour les planètes Eudoxe considéra quatre sphères concentriques, réalisant ainsi le premier système des «sphères homocentriques», qui sera modifié par Callippe puis par Aristote. On connaît ce système par le commentaire de Simplicius, dont nous avons donné un extrait ci-dessus.

4.42 L'hippopède

Le Moyen-âge et la Renaissance ont complètement oublié le système cinématique d'Eudoxe, qui ne fut retrouvé qu'en 1874 par l'astronome italien Schiaparelli. Celui-ci fut le premier à déterminer les caractéristiques mathématiques de «l'hippopède», nom que les Anciens utilisaient pour désigner la courbe selon laquelle la planète exécute son cycle synodique. Les travaux de Schiaparelli furent diffusés en France par P.Tannery (Bibl 4), qui utilise la géométrie analytique. Otto Neugebauer dans son «A History of Ancient Mathematical Astronomy» (Bibl 7) reprend la question de façon plus élégante en utilisant la géométrie pure, comme a du le faire Eudoxe. Dans ce qui suit nous nous inspirerons de la méthode de Neugebauer.

Nous allons d'abord démontrer les propriétés géométriques de l'hippopède, indépendamment de considérations astronomiques. Considérons la première sphère de centre O, qui tourne autour de l'axe XX' dans le sens de la flèche et soit A un point de l'équateur E_x E'_x de cette sphère, elle-même entraînée par la rotation de la sphère enveloppante autour de l'axe YY'.

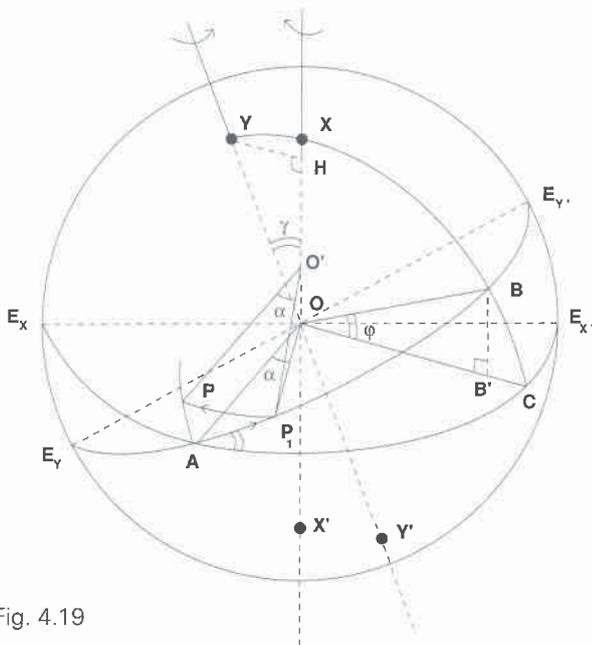


Fig. 4.19

Désignons par $E_y E'_y$ l'intersection de la première sphère avec le plan passant par O et perpendiculaire à YY' (Fig 4.19). Si γ désigne l'angle que font entre elles les deux directions XX' et YY' , les deux «équateurs» $E_x E'_x$ et $E_y E'_y$ font aussi entre eux l'angle γ . Considérons sur l'équateur $E_y E'_y$ le point B tel que $\widehat{AB} = \pi / 2$. Le plan contenant les axes XX' et YY' passe par ce point B et coupe la sphère considérée selon l'arc $YXBC$, C étant dans le plan $E_x E'_x$, tel que $\widehat{AC} = \pi / 2$.

Faisons effectuer au point A une rotation de l'angle α autour de YY' l'amenant en P_1 sur l'arc AB . Sur la figure 4.20 nous avons représenté la

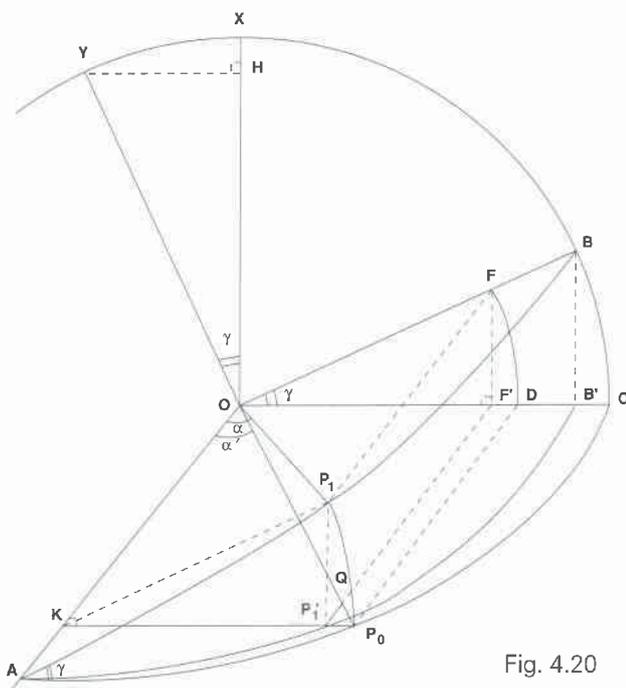


Fig. 4.20

projection de l'arc de grand cercle AB sur le plan AOC selon l'ellipse AB' . La projection P'_1 de P_1 sur le plan AOC se trouvera donc sur cette ellipse. Considérons dans le plan AOC le point P_0 déduit de A par une rotation de l'angle α autour de O. Les rayons de la sphère OP_1 , OP_0 qui font avec OA l'angle α appartiennent à un cône de révolution de demi-angle au sommet α , qui coupe la sphère selon le petit cercle $P_0 P_1$, dont le plan est perpendiculaire à OA et qui coupe le plan AOC selon la direction $P_0 K$, elle-même perpendiculaire à OA, K étant sur OA le centre du petit cercle considéré. Le point P'_1 se trouve donc à la fois sur la direction $P_0 K$ perpendiculaire à OA et sur l'arc d'ellipse AB' . Projetons P_1 en F sur OB, P'_1 en F' sur OC et P_0 en D sur OC. Comme $P_1 P'_1$ est perpendiculaire à KP_0 , FF' est aussi perpendiculaire à OC. Comme $KP_1 = KP_0$, on a aussi : $OF = OD$.

Désignons par Q l'intersection de OP_0 avec $P'_1 F'$. Comme QF' et $P_0 D$ sont parallèles, on peut écrire :

$$\frac{OF'}{OQ} = \frac{OD}{OP_0} \quad (2)$$

On a aussi :

$$\frac{OF'}{OD} = \frac{OF'}{OF} = \cos \gamma,$$

de même :

$$\frac{OB'}{OB} = \frac{OB'}{OP_0} = \cos \gamma,$$

On déduit des deux relations précédentes :

$$\frac{OF'}{OD} = \frac{OB'}{OP_0} = \cos \gamma,$$

ou bien :

$$\frac{OF'}{OB'} = \frac{OD}{OP_0}$$

Si on remplace OD/OP_0 par sa valeur tirée de la relation (2), on a :

$$\frac{OF'}{OB'} = \frac{OF'}{OQ} \quad (3)$$

Il en résulte que $OQ = OB' = OA \cos \gamma$, donc que OQ est une constante. De même le segment QP_0 , hypoténuse du triangle rectangle $Q P'_1 P_0$, est constant puisque : $QP_0 = OP_0 - OQ$. Remarquons que dans ce triangle l'angle en Q est égal à α . Remarquons aussi que : $B' C = HX = OA (1 - \cos \gamma)$. On a de même :

$$QP_0 = OP_0 - OQ = OA (1 - \cos \gamma)$$

d'où :

$$QP_0 = B' C = HX.$$

Considérons maintenant la rotation autour de XX' qui amène P_1 en P (fig 4.19) ; cette rotation est

Fig. 4.21

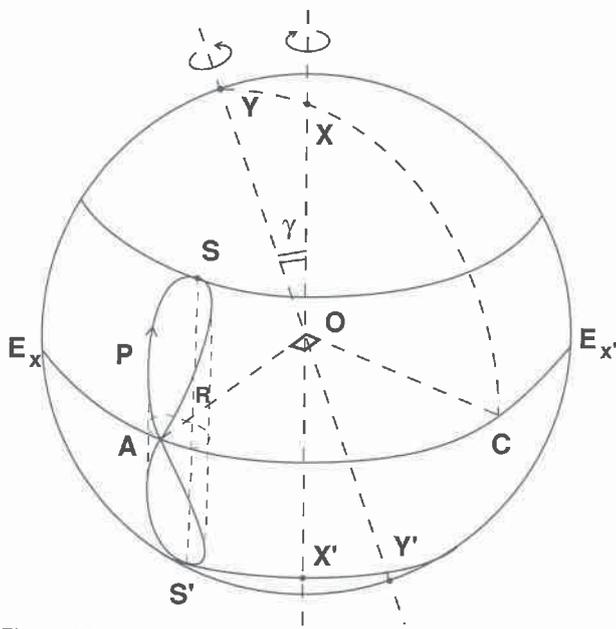
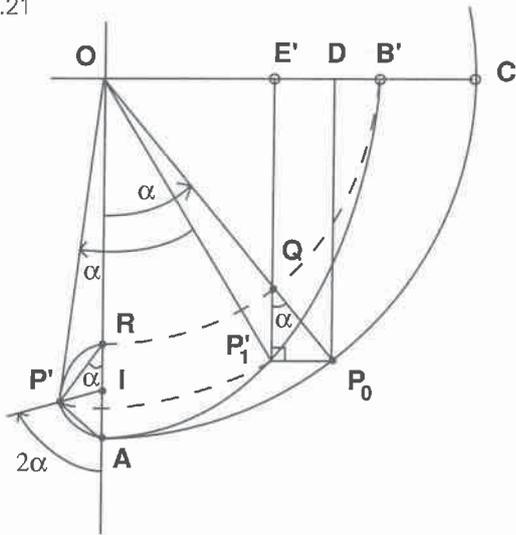


Fig. 4.22

aussi de l'angle α , mais en sens contraire de celle qui a amené A en P_1 ; elle s'effectue autour de O' dans un plan parallèle au plan AOC.

Raisonnons en projection sur ce plan AOC (fig 4.21). La projection P'_1 de P_1 tourne dans ce plan du même angle α et vient en P' projection de P, tel que :

$$P'_1OP' = \alpha.$$

Dans la même rotation le triangle rectangle $P_0P'_1Q$ vient occuper la position $AP'R$ où : $\widehat{AP'R} = \pi/2$ et $\widehat{P'RA} = \alpha$.

Désignons par I le milieu de AR. L'angle au centre $P'IA = 2\alpha$.

Ainsi quelle que soit la valeur de l'angle α , P' décrit un cercle de diamètre constant :

$$AR = P_0Q = OA (1 - \cos \gamma) \text{ ou :} \\ 2r = OA (1 - \cos \gamma) \quad (4)$$

Il en résulte que P décrit sur la sphère une courbe gauche dont la projection sur l'équateur $E_x E_x'$ est le cercle de diamètre AR. La figure 4.22 montre la nature de la courbe décrite par le point P. Ainsi la rotation d'un couple de deux sphères tournant autour de deux axes XX' et YY' constamment en sens contraire engendre le déplacement AP pour un angle $2\alpha < \pi$, le déplacement AS pour un angle égal $2\alpha = \pi$. Le vertex S de la courbe a pour projection sur le plan AOC le point R diamétralement opposé à A. Après une rotation : $2\alpha = 2\pi$, le point P revient en A, après avoir décrit la boucle APSA. Mais lorsque l'angle 2α varie de 2π à 4π le point P décrit la boucle inférieure de l'hippocampe dont le point le plus bas est S' , projeté aussi en R sur le plan AOC. Ainsi la boucle entière de l'hippocampe est décrite lorsque l'angle 2α varie de 0 à 4π , ou ce qui revient au même lorsque α varie de 0 à 2π . «L'hippocampe» dont le mode de génération et de construction est dû à Eudoxe, a donc une forme de huit ou de lemniscate ; on peut la définir aussi comme étant l'intersection de la sphère considérée avec le cylindre dont la section droite est le cercle de diamètre AR.

On peut constater par cet exemple qu'au 4e siècle avant J.C. la géométrie grecque était parvenue à un certain degré de complexité ; des constructions semblables étaient familières aux géomètres grecs de cette époque.

4.43 Le mouvement zodiacal et le mouvement diurne de l'hippocampe

Passons maintenant à l'application astronomique. Le mouvement de P avec ses oscillations entre deux extrêmes rappelle évidemment le mouvement synodique d'une planète entre deux de ses «stations» S et S' . Mais ce cycle synodique doit participer à un mouvement sur l'écliptique. Aussi Eudoxe introduisit-il une 3ème sphère entraînant d'Ouest en Est l'ensemble des deux sphères intérieures déjà considérées, avec une vitesse constante sur l'écliptique, dont le plan coïncide avec le plan de symétrie de l'hippocampe, qui passe par les points A, S, R, O, S' (fig 4.22). Bien entendu la rotation de cette 3ème sphère entraîne aussi la rotation de l'hippocampe.

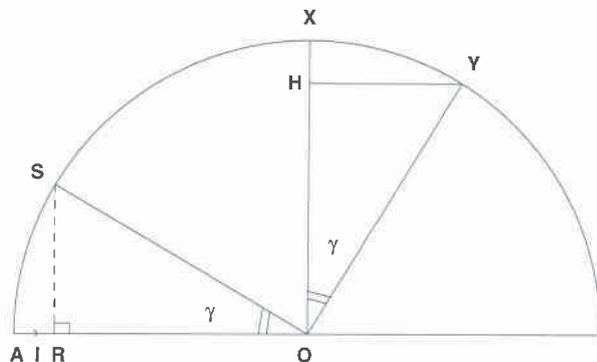
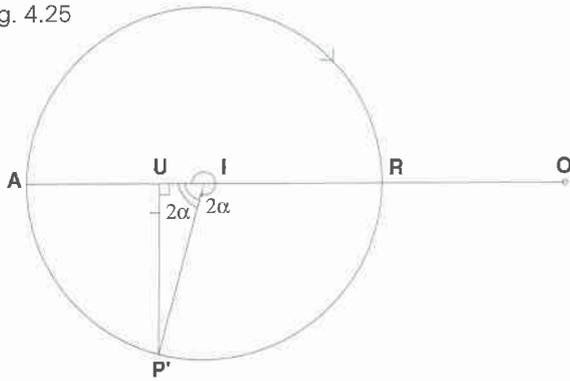


Fig. 4.23

Fig. 4.25



Cette formule donne donc la latitude écliptique maximale atteinte par la planète dans chacune de ses boucles synodiques ; mais β_m n'a rien à voir avec la latitude maximale β'_m atteinte par la planète une fois dans chaque période sidérale et qui est due à l'inclinaison du plan de l'orbite sidérale par rapport au plan de l'écliptique. Pour Eudoxe la planète oscille de part et d'autre du plan de l'écliptique. C'est là un des défauts majeurs du système d'Eudoxe, connu d'ailleurs de ses contemporains et de ses disciples.

Représentons fig 4.25 le cercle de diamètre AR de centre I, le point O, le point P' projeté en U sur AR avec : $\widehat{AIP'} = 2\alpha$.

Reprenons la relation : $\sin \beta = UP'/OA$

Or : $UP' = r \sin (-2\alpha) = -r \sin 2\alpha$,
d'où : $\sin \beta = -r/OA \sin 2\alpha$

Dans le cas de figure $2\alpha > \pi$ et $\sin 2\alpha$ est négatif. Lorsque $2\alpha < \pi$, on a :

$$\sin \beta = r/OA \sin 2\alpha \quad (6)$$

Ainsi la latitude écliptique β s'exprime en fonction de r et de α par la relation (6).

Proposons-nous maintenant d'évaluer les longitudes écliptiques l, comptées à partir de A : $l = AP_e$, en fonction de r et de α . Considérons d'abord la « hauteur » h de la planète par rapport au plan OAA' supposé provisoirement horizontal (voir fig 4.24).

On a : $OP' = OP \cos h = OA \cos h = \sqrt{OU^2 + UP'^2}$,
d'où :
 $\cos h = 1/OA \sqrt{OU^2 + UP'^2} \quad (7)$

Il est clair que le point U pied de la perpendiculaire abaissé de P' sur OA (Fig 4.25) est tel que :
 $OU = OA - UA = OA - (IA - IU)$. Or $IA = r$
et $IU = r \cos (-2\alpha) = r \cos 2\alpha$, d'où :
 $OU = OA - r (1 - \cos 2\alpha) \quad (8)$

On a déjà vu plus haut que :
 $UP' = -r \sin 2\alpha \quad (9)$

Il suffit de remplacer dans la relation (7) OU et UP' par leurs valeurs en fonction de r et de α pour obtenir une relation complexe du type :

$$h = f(r, \alpha) \quad (16)$$

Soit η l'angle du plan mobile OPA' avec le plan de l'écliptique OXA. Dans le triangle sphérique XP_eP rectangle en P_e (fig 4.24) la règle de Néper donne :

$\cos \eta = \tan(\pi/2 - l) \cotan(\pi/2 - h)$, d'où :

$$\tan l = \frac{\tan h}{\cos \eta} \quad (11)$$

Mais $\cos \eta = OU / OP'$.
OU s'exprime en fonction de r et de α par la relation (8).

$OP' = OP \cos h = OA \cos h$, où h s'exprime en fonctions de r et de α par la relation (10).

Il résulte donc de la relation (11) que l'on peut exprimer la longitude écliptique d'un point de l'hippopède à partir de A, pris comme origine par une relation du type :

$$l = g(r, \alpha) \quad (12)$$

où g est une fonction assez complexe.

Ainsi après avoir choisi le paramètre r ou ce qui revient au même l'angle γ que font entre eux les axes XX' et YY' , puisque d'après (4) :

$$2r = OA (1 - \cos \gamma),$$

Eudoxe pouvait définir les coordonnées écliptiques β et l de tout point P de l'hippopède en fonction de l'angle α par les formules (6) et (12).

4.44 Résultats obtenus par Eudoxe pour les planètes

Simplicius donne, mais en nombres ronds de jours et d'années les valeurs adoptées par Eudoxe pour les révolutions synodique et zodiacale des 5 planètes. Nous les reproduisons dans le tableau 4.26 ci-après, comparées aux valeurs modernes.

La valeur de la révolution synodique de Mars est évidemment fautive : elle représente seulement un tiers de la période synodique moderne ; cela voudrait dire qu'Eudoxe aurait dénombré par exemple trois oppositions de Mars dans un intervalle qui actuellement n'en contient qu'un.

Il faut donc éliminer Mars pour lequel le système des sphères homocentriques d'Eudoxe ne convient pas du tout.

A. Planètes supérieures

Soit σ la période de révolution synodique du-

Planètes	Révolutions synodiques		Révolutions zodiacales		
	Eudoxe en jours	Modernes en jours	Eudoxe années	Modernes années	Modernes jours
Saturne	390	378	30	29	166
Jupiter	390	399	12	11	315
Mars	260	780	2	1	322
Mercure	110	116	1	1	0
Vénus	570	584	1	1	0

Tableau 4.26

rant laquelle la planète décrit l'intégralité de la boucle (double) de l'hippopède. D'après la fig 4.23 le point S a pour longitude écliptique : $l = \gamma$ et il est facile de voir que S' a pour longitude écliptique $l' = -\gamma$, de sorte que l'amplitude en longitude de la boucle est 2γ , décrite en une moitié de période de révolution synodique : $\sigma/2$. Mais durant ce temps : $\sigma/2$ l'hippopède participe au mouvement sidéral de la planète.

Désignons par Δl la variation de longitude écliptique pour une variation de temps σ : pour $\sigma/2$ la variation de longitude écliptique sera $\Delta l/2$.

Ainsi l'arc de rétrogradation Δr de la planète s'obtient par la relation :

$$\Delta r = 2\gamma - \Delta l/2, \text{ d'où :}$$

$$\gamma = \Delta r/2 + \Delta l/4 \quad (13)$$

Les quantités Δr et Δl sont accessibles à l'expérience ; on en déduit γ .

■ Pour Saturne l'arc de rétrogradation est : $\Delta r = 7^\circ$. Déterminons pour cette planète Δl pour : $\sigma = 390$ jours = 13 mois (valeur d'Eudoxe). Comme Saturne décrit sa trajectoire de 360° en 30 ans (valeur d'Eudoxe), soit 360 mois, la variation de longitude écliptique est de 1° par mois, soit : $\Delta l = 13^\circ$ pour 13 mois.

La relation (13) donne : $\gamma = 3,5^\circ + 3^\circ,25 = 6^\circ,75$

La relation (4) donne le rayon de l'hippopède :

$$r/OA = \frac{1 - \cos \gamma}{2} = 3,4658 \times 10^{-3}$$

La relation (5) permet de calculer la latitude écliptique maximale :

$$\sin \beta_m = \frac{1 - \cos \gamma}{2}, \text{ d'où : } \beta_m = 0^\circ 11' 55''$$

■ Pour Jupiter l'arc de rétrogradation est : $\Delta r = 10^\circ$. Jupiter décrit sa trajectoire de 360° en 12 ans (144

mois) ; pour $\sigma = 390$ jours, on a :

$$\Delta l = \frac{360 \times 13}{144} = 32^\circ,5$$

La relation (13) donne : $\gamma = 5^\circ + 8^\circ,125 = 13^\circ,125$

La relation (4) donne le rayon de l'hippopède :

$$r/OA = \frac{1 - \cos \gamma}{2} = 0,01306$$

La relation (5) permet de calculer la latitude écliptique maximale :

$$\sin \beta_m = \frac{1 - \cos \gamma}{2}, \text{ d'où } \beta_m = 0^\circ 44' 54''$$

Le modèle d'Eudoxe devait avoir pour Saturne et Jupiter des valeurs de γ proches de celles que nous avons reconstituées à partir des données de Simplicius. Dans ce modèle ces deux planètes oscillaient très peu en latitude par rapport à l'écliptique. Comme les observations de l'époque ne devaient pas avoir une précision meilleure que le degré, les hypothèses d'Eudoxe représentaient correctement les observations.

B. Planètes inférieures

Pour les deux planètes inférieures Mercure et Vénus, leur lieu moyen coïncide avec celui du Soleil : le centre de l'hippopède de ces deux planètes devait se confondre constamment avec cet astre, ce qui exigeait que les pôles de la deuxième sphère fussent constamment à 90° du Soleil pour les deux planètes, ce que confirme Aristote.

En ce qui concerne Vénus, Eudoxe obtint une durée de révolution synodique de 570 jours (au lieu de 584), mais divisée en deux parties égales par les instants de maximum d'élongation orientale et de maximum d'élongation occidentale, ce qui est très éloigné de la vérité (voir fig 4.14), puisque les durées sont respectivement de 441 et de 143 jours : total 584 jours. Cette simple remarque suffirait à affirmer que le modèle d'Eudoxe n'est pas valable pour Vénus. On en a

confirmation en calculant γ par la formule (13). Pour Vénus : $\Delta r = 16^\circ$ et la variation de longitude écliptique pour 570 jours (valeur d'Eudoxe) est :

$$\Delta l = \frac{570 \times 360}{365} = 562^\circ, \text{ d'où } \Delta l / 4 = 140^\circ,5.$$

Ainsi $\gamma = \Delta r / 2 + \Delta l / 4 = 8^\circ + 140^\circ,5 = 148^\circ,5$, ce qui est absurde puisque pour Vénus on a en général : $\gamma = \alpha m = 43^\circ$, exceptionnellement $\gamma = 49^\circ$.

Pour Mercure non plus le modèle d'Eudoxe n'est guère valable.

4.45 Autres sphères homocentriques d'Eudoxe

A. Sphère des fixes

Les étoiles sont supposées fixées à une sphère tournant autour de l'axe du monde en un jour sidéral, ce qui représente le mouvement diurne de la voûte céleste.

B. Sphères du Soleil.

Pour le Soleil Eudoxe considérait trois sphères :

1) la première tournait autour de l'axe de l'écliptique dans le sens des signes du zodiaque avec une période d'un an environ.

2) la deuxième tournait dans le même sens, autour d'un axe légèrement incliné par rapport à celui de l'écliptique.

3) la troisième tournait autour de l'axe du monde pour représenté le mouvement diurne.

Or la première et la troisième sphère suffisent pour expliquer le mouvement diurne et le mouvement annuel du Soleil ; pourquoi Eudoxe a-t-il introduit la deuxième sphère, qui a pour effet d'éloigner le Soleil de l'écliptique et de lui donner une sorte de mouvement de balancement ou de « nutation ». D'après Simplicius ce serait pour expliquer le fait, noté par Eudoxe et ses prédécesseurs, que le Soleil ne se lève pas toujours au même point de l'horizon lors des solstices, ce fait étant inexact pour une période assez courte. Cette idée du mouvement du Soleil en latitude écliptique a été tenace car elle a persisté aux temps d'Aristote, d'Hipparque et même de Charlemagne.

On a voulu voir dans le déplacement du point du lever du Soleil aux solstices, soit le fait qu'Eudoxe connaissait la variation de l'obliquité de l'écliptique, soit le fait qu'il connaissait la précession des équinoxes. Aucune de ces hypothèses n'est fondée.

L'explication la plus plausible de ce pseudo-mouvement en latitude attribué au Soleil serait la suivante : Si l'année tropique avait eu exactement 365 jours 1/4, au bout de quatre ans le solstice aurait été observé exactement à la même heure du jour. Or l'année tropique vaut exactement 365,2422 jours. D'après Tannery (Bibl 4) Eudoxe aurait interprété cette « avance » du solstice en admettant pour le Soleil un mouvement en latitude analogue à celui de la Lune.

Toujours d'après Tannery (Bibl 4) le fait que le mouvement des sphères 1 et 2 soit dans le même sens conduit à une obliquité de l'écliptique inférieure à la valeur de 24° , admise par Eudoxe et vraisemblablement déterminée avant lui. Si on admet une inclinaison d'un demi degré entre les axes XX' et YY' des sphères 1 et 2, les points solsticiaux oscillent sur un arc de $2^\circ 28'$. L'année tropique a alors une longueur variable, tantôt plus longue, tantôt plus courte que l'année sidérale.

Eudoxe ne tenait pas compte dans son système de l'anomalie annuelle du Soleil en longitude, connue par les observations de Méton et d'Euctémon quelques dizaines d'années auparavant ; ceux-ci avaient aussi découvert l'inégalité des saisons. Eudoxe attribue 91 jours à chacune des trois saisons sauf l'automne auquel il affecte 92 jours pour que le total fasse 365 jours.

C. Sphères de la Lune

Le système d'Eudoxe rapporté par Simplicius comportait 3 sphères : la sphère 3 représentant le mouvement diurne, la sphère 2 représentant la circulation de la Lune sur son orbite sans anomalie, la sphère 1 représentant le mouvement de nutation de l'orbite lunaire autour de l'axe de l'écliptique, mouvement qui entraîne la rétrogradation des noeuds lunaires. Il y a évidemment inversion dans l'ordre des sphères 2 et 1 ; c'est la sphère 1 qui devrait avoir la période de révolution la plus courte en durée, égale à celle du « mois draconitique », c'est-à-dire à l'intervalle de temps qui sépare deux passages successifs de la Lune à son noeud ascendant ; la sphère 2 au contraire qui entraîne la sphère 1, comme la sphère 3 entraîne les deux autres, devrait avoir la période de révolution la plus longue, égale à la durée de la période de rétrogradation des noeuds soit environ 223 lunaisons.

Une telle inversion n'a pu être commise par Eudoxe et on attribue à Aristote cette erreur, qui aurait été reproduite par son commentateur Simplicius.

L'ordre corrigé des sphères est donc :

- Sphère 1 : révolution d'Ouest en Est autour d'un axe perpendiculaire à celui de l'orbite de la Lune avec une période égale à celle du « mois draconitique » (27 jours 1/4 environ),

PRISES DE VUES AERIENNES



AVIONS RAPIDES
COUVERTURE
EUROPEENNE
2 EQUIPAGES :
365 JOURS SUR 365
MATERIEL FMC

ADRESSE

APEI
Aérodrome de Moulins
03400 YZEURE
Tél. **70 20 63 67**
Télex: 960882 - Fax: 70 20 84 87

irremplaçable !

REPRODUCTION PHOTOGRAPHIQUE
votre seul partenaire de précision et de qualité.

TOPOGRAPHIE

CARTOGRAPHIE

INDUSTRIE &
BUREAU D'ETUDES

ARTS GRAPHIQUES
&
DOCUMENTATION

ARCHITECTURE &
URBANISME

Consultez-nous
sur
Minitel 

votre spécialiste :



5, RUE DE LA VEGA 75012 PARIS

(1) 43.47.15.92

- Sphère 2 : révolution d'Est en Ouest autour d'un axe faisant avec le plan de l'orbite lunaire un angle égal aux plus grandes latitudes de cet astre, avec une période plus lente que pour la sphère 1, période de 223 lunaisons,

- Sphère 3 représentant le mouvement diurne.

Par l'inclinaison du plan de rotation de la première sphère sur l'écliptique, Eudoxe expliquait les variations de latitude de la Lune et par la combinaison des mouvements des sphères 1 et 2 il expliquait le déplacement des noeuds lunaires.

Le système était relativement satisfaisant, mais Eudoxe ne tenait pas compte de l'anomalie de la Lune en longitude. Vingt ans plus tard environ Callippe prit connaissance de cette anomalie et s'efforça d'en tenir compte.

4.46 Conclusion sur le système d'Eudoxe

Le système d'Eudoxe comportait au total 27 sphères motrices ou «déférentes» :

Astres	Nombre de sphères motrices
Etoiles	1
Saturne	4
Jupiter	4
Mars	4
Mercure	4
Venus	4
Soleil	3
Lune	3
Total	27

Ce système de sphères homocentriques représentait assez bien les mouvements du Soleil et de la Lune, sauf en ce qui concerne le mouvement imaginaire de balancement en latitude du Soleil et sauf la non prise en considération des anomalies en longitude du Soleil et de la Lune.

Pour Saturne, Jupiter et dans une certaine mesure pour Mercure l'hypothèse des sphères homocentriques donnait une explication générale assez satisfaisante des mouvements en longi-

tude, des stations et des rétrogradations. Pour Vénus les défauts étaient manifestes et pour Mars la théorie devenait aberrante.

Malgré ces imperfections Eudoxe a le mérite d'avoir été le premier à tenter une explication géométrique et cinématique des principales inégalités planétaires. Les historiens de l'astronomie qui on écrit avant Schiaparelli, comme Bailly, Delambre,... n'ont pas manifesté d'intérêt pour le système d'Eudoxe et ont même mis en doute ses qualités de géomètre.

Depuis les travaux de Schiaparelli le système des sphères homocentriques d'Eudoxe a été réhabilité et l'on a apprécié la grande finesse géométrique de l'astronome grec.

4.5 Callippe de Cyzique (floruit deuxième moitié du 4e siècle)

Callippe de Cyzique qui naquit au début du 4e siècle améliora la durée de la lunaison en introduisant une période callippique de 76 ans, qui fut à l'origine de la modification du calendrier grec ; adoptée par les Athéniens, puis les Macédoniens la modification pénétra ensuite en Asie. Ptolémée faisait usage de ce calendrier modifié au 2e siècle.

Nous avons vu en 2.5 que l'année de Méton représentait un excédent de 1/76 de jour par rapport à l'année de 365,25 jours ; c'est la raison pour laquelle Callippe substitua au cycle de Méton de 19 ans un cycle de 76 ans et de 27759 jours. Si on divise ce nombre par 76 on trouve en effet exactement 365,25 jours. Le cycle comprenait 940 lunaisons représentant chacune 29,5308 jours, ce qui rapprochait ainsi la valeur de la lunaison de sa valeur exacte : 29,5306 jours.

Nous avons vu aussi en 2.5 que Méton et Euctémon avaient mis en évidence l'inégalité des saisons. Callippe améliora sensiblement les résultats obtenus un siècle avant lui, comme on peut le constater grâce au double tableau 4.27 ci-dessous établi par Bigourdan (Bibl 3). A côté des valeurs d'Euctémon et de Callippe figurent les

Tableau 4.27

	En 430 avant J.C			En 330 avant J.C		
	EUCTEMON	Valeur calculée	Erreur	CALLIPPE	Valeur calculée	Erreur
Printemps	93	94,23	-1,23	94	94,17	-0,17
Eté	90	92,01	-2,01	92	92,08	-0,08
Automne	90	88,52	+1,48	89	88,57	+0,43
Hiver	92	90,50	+1,50	90	90,44	-0,44

valeurs calculées pour 430 et 330 avant Jésus-Christ ; tous les chiffres sont exprimés en jours.

On constate que pour Callippe les erreurs sont inférieures à la demi-journée, alors qu'elles dépassent le quadruple pour Euctémon.

De 336 à 323 avant J.C., Callippe apporta au système d'Eudoxe un certain nombre de modifications. Tenant compte des résultats qu'il avait obtenus pour les longueurs des saisons, Callippe ajouta deux sphères à celles d'Eudoxe pour représenter les mouvements du Soleil et notamment son anomalie en longitude, concrétisée par l'inégalité des saisons.

Pour représenter les mouvements de la Lune il ajouta aux trois sphères d'Eudoxe deux sphères

mouvement de chaque planète se transmette aux autres. Entre la sphère extérieure d'une planète quelconque et la sphère intérieure de la planète adjacente, Aristote imagina un certain nombre de sphères «compensatrices» ou «réactives» qui tournaient dans la direction opposée à celle des sphères «motrices» ou «agissantes».

Soient par exemple 1,2,3,4 les sphères agissantes de Saturne, 1 étant la plus petite ; à l'intérieur de celle-ci plaçons une première sphère réactive I, tournant autour d'un axe porté par la sphère 1, parallèle à celui de 1, avec une vitesse égale mais de sens contraire ; à chaque instant les mouvements de 1 et de I se détruisent et tous les points de I se déplacent exactement comme si cette sphère était liée à la sphère agissante 2. De même une sphère réactive II, placée à l'intérieur

Tableau 4.28

	Nbre de sphères agissantes	Nombre de sphères réactives	Total
Etoiles fixes	1	0	1
Saturne	4	3	7
Jupiter	4	3	7
Mars	5	4	9
Mercure	5	4	9
Vénus	5	4	9
Soleil	5	4	9
Lune	5	0	5
Totaux	34	22	56

aussi, peut être par analogie avec le Soleil et pour représenter l'anomalie en longitude de la Lune, qui peut monter jusqu'à 8°. Il ajouta une sphère supplémentaire pour Mars, une sphère supplémentaire pour Mercure et Vénus.

Au total Callippe augmenta le nombre de sphères d'Eudoxe de 7 unités, ce qui porte le nombre de sphères homocentriques de Callippe à 34.

4.6 Modifications apportées par Aristote au système d'Eudoxe

Eudoxe et Callippe n'avaient pas voulu construire un modèle mécaniquement possible : leurs sphères étaient de simples abstractions géométriques. Aristote va transformer ce modèle en un vrai modèle physique ; dans celui-ci les sphères adjacentes sont toutes reliées mécaniquement, en restant solidaires les unes des autres, de manière à former un tout dans lequel le mouvement de la sphère extérieure se transmettait successivement à toutes les autres jusqu'à la plus petite, celle de la Lune. Mais il fallait éviter que le

de la sphère I sur un axe parallèle à celui de la sphère 2 et tournant avec une vitesse égale et de sens contraire à celle de la sphère 2, détruira complètement l'influence du mouvement de 2, de sorte que II aura les mêmes mouvements que si elle était liée à 3 ; de même une troisième sphère réactive III aura le même mouvement que la sphère 4, celle des fixes.

Si n est le nombre des sphères agissantes il y a donc lieu d'ajouter n-1 sphères réactives pour détruire l'effet des premières.

Comme Aristote adopta le système des 34 sphères agissantes de Callippe, il dut y ajouter le nombre de sphères réactives du tableau 4.28 ci-dessus, soit 22 sphères réactives supplémentaires, ce qui porte le total des sphères à 56.

La complexité de ce système porta préjudice au succès des sphères homocentriques, qui malgré les aménagements de Callippe ne rendaient pas compte de tous les phénomènes, en particulier celui de la variation de l'éclat de Vénus et de Mars, celui de la variation du diamètre apparent du Soleil et de la Lune. De telles variations ne pou-

vaient dépendre que d'une modification de la distance de la Terre à ces astres, de sorte que la théorie des sphères homocentriques, qui conservait constantes les distances Terre - astres était condamnée.

Certes des orbites elliptiques auraient pu rendre compte de ces phénomènes, mais le dogme du mouvement circulaire et uniforme des corps célestes, introduit par Platon, était tellement ancré dans les esprits, qu'on substitua au système des sphères homocentriques celui des excentriques et des épicycles, dont l'initiateur fut Apollonius de Perge et qui fut développé ensuite par Hipparque et surtout par Ptolémée, comme nous le verrons dans les articles ultérieurs.

4.7 Euclide d'Alexandrie (floruit vers 295 avant J.C)

Euclide vécut à Alexandrie à la fin du 4^e siècle et au début du 3^e siècle avant J.C. C'est le plus célèbre géomètre de l'Antiquité. Ses «Eléments de géométrie» restent la base de ce qui l'on appelle la «géométrie euclidienne». Dans le livre premier de ces «Eléments», on trouve des théorèmes importants sur la nature des triangles et sur la proposition connue sous le nom de théorème de Pythagore, qui est le fondement de la doctrine des cordes (et des sinus), base de la trigonométrie.

Outre les «Eléments de géométrie», Euclide nous a laissé un ouvrage d'astronomie intitulé «Les Phénomènes», qui contient toutes les connaissances que l'on avait en Grèce au début du 3^e siècle. Il y énonce notamment 18 théorèmes dont Delambre (Bibl 1) donne les énoncés.

Euclide y définit le concept de «parallèle céleste», cercle décrit par une étoile dans le mouvement diurne et ayant dans l'hémisphère nord le pôle céleste boréal pour pôle géométrique. Il définit aussi la notion «d'étoile circumpolaire», qui n'a ni lever, ni coucher. Il met clairement en évidence que le lever et le coucher d'une étoile impliquent l'existence d'un «cercle horizon», ap-

pellation dont il semble être l'auteur.

Parmi les différents parallèles célestes il en est un pour lequel les étoiles, qui y sont situées, demeurent autant de temps au-dessus et au-dessous de l'horizon : c'est le «cercle équinoxial» ou «équateur».

Deux autres grands cercles de la sphère céleste sont l'écliptique et la voie lactée, dont une moitié est toujours au dessus de l'horizon.

Euclide démontre en géomètre que le monde est sphérique et tourne autour de l'axe des pôles célestes.

Il appelle «méridien» un cercle passant par l'axe des pôles, contenant la verticale du lieu, perpendiculaire à l'horizon.

Il désigne le «zénith» par le pôle de l'horizon et l'écliptique par le «cercle oblique» du zodiaque.

Il indique «la dioptré» pour vérifier que lorsqu'un point se lève à l'horizon, le point diamétralement opposé se couche, mais comme pour Eudoxe, il s'agit d'une dioptré fixe, car l'idée n'était pas encore apparue d'associer à la dioptré mobile un cercle gradué.

Euclide n'a rien découvert de fondamental en astronomie, toutefois il a eu le mérite d'énoncer dans un langage géométrique clair des notions connues avant lui, mais souvent confuses.

Certains historiens de l'astronomie, dont Bigourdan (Bibl 3) attribuent à Euclide les «Caractérismes», sorte de catalogue où figurent 475 étoiles, mais sans aucune indication concernant leurs coordonnées équatoriales ou écliptiques. Selon d'autres auteurs les «Caractérismes» seraient d'Eratosthène ou d'un historien du Bas Empire (voir 8.21).

Enfin Euclide est aussi l'auteur d'un traité d'optique dont certaines propositions concernent l'astronomie.

Bibliographie

1) Histoire de l'astronomie ancienne par **M. Delambre**. Paris 1817.

2) Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne par **P. Tannery**. Paris 1893.

3) L'astronomie, évolution des idées et des méthodes par **G. Bigourdan**. Paris 1911.

4) Mémoires scientifiques de **P. Tannery** : T I (avec seconde note sur le système astronomique d'Eudoxe), T II, T III. Paris 1912.

5) Paulys Realencyclopädie der classischen Altertumswissenschaft Tome III A2. Stuttgart 1929.

6) Les Somnambules par **Arthur Koestler**. Paris 1960.

7) A history of ancient mathematical astronomy par **Otto Neugebauer**. Berlin, Heidelberg, New-York 1975.

8) La géographie dans le monde antique par **G. Aujac**. Paris 1975.

9) La géographie des Grecs par **P. Pedech**. Paris 1976.

10) Histoire des arpenteurs et géomètres des origines à l'an 1900 par **Evaristo Luciani**. Rome 1978.