

Transformation des coordonnées relevées sur la carte topographique ancienne en coordonnées géodésiques RGC11 au Cameroun

■ J. KAMGUIA - L. FOYANG - H.-L. KANDE - L.-E. TONGO - T. GATTACCECA - J.-M. TADJOU

Pour récupérer des données et des travaux produits relativement aux systèmes de référence de coordonnées anciens, il faut procéder à une transformation des coordonnées anciennes, pour les rendre compatibles avec celles qu'on mesure dans les référentiels géodésiques modernes.

Cette transformation de coordonnées a été réalisée au Cameroun, à partir des mesures GNSS effectuées sur une centaine de bornes et repères astronomiques. Ceux-ci ont été mis en place il y a plus de 50 ans, et sont irrégulièrement répartis sur les 44 feuilles de la carte topographique de base du Cameroun à l'échelle 1/200 000 (couvrant 475 000 km²). Le jeu de paramètres calculés en ces points a permis d'élaborer une grille de transformation à trois paramètres (trois translations) par interpolation, et de réaliser un logiciel de transformation des coordonnées relevées sur la cartographie susmentionnée en coordonnées compatibles avec l'ITRF sur le Cameroun. L'évaluation de la précision de la transformation montre que les incertitudes absolues attendues (~24 m) sur les données transformées sont proches de la valeur de l'erreur graphique commise sur les cartes topographiques à l'échelle 1/200 000 (1/10^e de millimètre sur la carte, correspondant à 20 m sur le terrain), malgré la faible précision des coordonnées anciennes.

MOTS-CLÉS

Transformation de coordonnées, Grille de paramètres, Interpolation, GNSS, Système de référence géodésique, Cameroun.

La notion de coordonnées d'un point sur la Terre ou dans son proche environnement est à peu près similaire à ce que sont les empreintes digitales d'un être humain. Cependant, contrairement aux empreintes digitales, la définition des coordonnées est liée à un système de référence dans lequel chaque point a des coordonnées qui lui sont propres. Tous les pays ont mis en place, au cours de leur histoire, un ou plusieurs systèmes de référence [1] pour leurs travaux de cartographie, de topographie, d'ingénierie, de recherche, etc. La réalisation de ces systèmes de référence était jadis faite par des mesures d'angles et de distances. Au Cameroun, ce système ancien, de la période coloniale (après la première

guerre mondiale) a une structure matérialisée sur le terrain par des bornes astronomiques (Figure 1) et des points géodésiques. Ils ont des coordonnées déterminées par rapport à l'ellipsoïde de Clarke 1880 RGS [12], dans un système géodésique local ancien (dénommé ici RLC38, pour Référentiel Local du Cameroun, 1938).

Depuis l'avènement des nouvelles technologies de positionnement par différents systèmes globaux de navigation par satellites (GNSS) dont le *Global Positioning System* (GPS) fait partie, l'on peut désormais se positionner sur la Terre à partir des satellites artificiels. Les systèmes de référence ainsi réalisés sont mondiaux, contrairement aux systèmes anciens, qui étaient localisés

sur un espace donné. Les premiers documents cartographiques d'État Major du Cameroun ont cependant été produits en utilisant ces systèmes locaux comme infrastructure de base. Ces cartes anciennes existent encore aujourd'hui, et certaines sont utilisées comme documents de référence pour plusieurs travaux, notamment l'attribution des titres d'exploitation minière et des permis d'exploitation forestière, la production des données de base pour les systèmes d'information géographique (SIG), etc. Cependant, les données désormais collectées grâce aux GNSS et reportées sur les cartes de base ne sont pas superposables sur lesdites cartes.

Pour résoudre ce problème de superposition, l'idéal aurait été de produire une nouvelle cartographie de base, compatible avec les données produites à partir des technologies actuelles. L'infrastructure de base serait alors un réseau géodésique moderne, ou un réseau de stations GNSS permanentes, rattaché au réseau mondial des stations du repère international de référence terrestre (ITRF), réalisation



Figure 1. Borne ancienne (1951) dans la localité de Nyandida.



du système international de référence terrestre (ITRS) [6]. Le Cameroun s'est ainsi doté d'un réseau géodésique moderne (RGC11), matérialisé au sol, avec 25 points de premier ordre et 510 points de deuxième ordre régulièrement répartis sur l'ensemble du territoire, rattachés au réseau de stations GNSS permanentes de l'International GNSS Service (IGS). Le RGC11 est ainsi devenu une réalisation de l'ITRS via l'ITRF2008 à l'époque 2011.5 [4].

L'autre option était de procéder à une transformation des coordonnées des points ayant servi d'ossature à cette cartographie ancienne en coordonnées compatibles avec l'ensemble des systèmes GNSS. En effet, plusieurs travaux sont encore effectués de nos jours en relevant les coordonnées des points sur ces cartes, alors que l'implantation de ces mêmes points sur le terrain se fait en utilisant les GNSS. Sans une transformation préalable de leurs coordonnées, il se produit un décalage entre le point implanté sur le terrain et le point théorique, parfois de plusieurs centaines de mètres.

La production d'une nouvelle carte de base, à une échelle convenable, est très onéreuse, et le Cameroun ne dispose pas encore des moyens de le faire. La deuxième option a ainsi été adoptée, et le choix a été fait de transformer les coordonnées anciennes en coordonnées géodésiques RGC11.

Le passage des coordonnées astronomiques d'un point à ses coordonnées géodésiques WGS84/ITRS (dont le RGC11 peut être considéré comme la réalisation la plus précise au Cameroun), peut être réalisé en utilisant la déviation de la verticale [7]. Mais, cette déviation doit être connue en tous les points du territoire concerné, ce qui est pratiquement impossible. Des modèles mondiaux de déviation de la verticale ont été élaborés [8] sur grille régulière, dans laquelle on peut interpoler cette grandeur, mais avec une précision faible. Pour améliorer celle-ci, l'on pourrait utiliser des paramètres de transformation déterminés à partir de deux jeux de coordonnées, dont les coordonnées anciennes, et les coordonnées géodé-

siques GNSS. Les premières sont lues sur les fiches signalétiques des points anciens. Les secondes sont issues des observations GNSS et de calculs en post-traitement. Au Cameroun, ces travaux ont conduit à l'élaboration d'une grille de paramètres de transformation et la réalisation d'un logiciel de transformation des coordonnées.

Problématique de la transformation des coordonnées au Cameroun

■ Description du référentiel RLC38

Plusieurs réalisations de géodésie terrestre de l'IGN/France cohabitent sur le Cameroun et ses environs. La cohérence interne desdites réalisations est évaluée à quelques décimètres de précision [5]. Parmi elles, il y a le canevas astronomique qui a servi d'appui à la majeure partie de la cartographie de base du pays au 1/200 000 [5]. Les coordonnées astronomiques des bornes ont été transformées ensuite en coordonnées géodésiques, dans le système de référence local ancien, le RLC38. Les coordonnées géographiques des points dudit canevas sont connues au dixième de seconde près, soit environ 3 m. Les fiches signalétiques de certaines de ces bornes portent l'indication d'une altitude du réseau de nivellement IGN. Ce réseau de nivellement au Cameroun prend ses origines sur le marégraphe du port de Pointe-Noire au Congo-Brazzaville.

Le RLC38 connaît de nombreux problèmes liés aux techniques utilisées lors de sa réalisation. On peut citer notamment :

- La distribution irrégulière des bornes astronomiques sur le territoire national ;
- L'utilisation de plusieurs types de matérialisation des points sur le terrain ;
- Le mauvais choix des emplacements de certaines bornes, qui a conduit à leur destruction ;
- La mauvaise définition de son origine, de son azimut de référence, de son orientation dans l'espace, de la déviation de la verticale utilisée pour convertir les observations astronomiques, et de la séparation géoïdale à l'origine ;

- L'hétérogénéité du réseau constitué à la fois de points astronomiques et géodésiques ;
- La méconnaissance de la cote du géoïde relativement à l'ellipsoïde de Clarke 1880 RGS, liée à l'inaccessibilité de la hauteur ellipsoïdale.

C'est un système de type classique, alors que les systèmes de référence nationaux, continentaux et mondiaux sont désormais réalisés avec des techniques spatiales, et les coordonnées obtenues après le traitement et l'ajustement des observations sont exprimées dans un système de référence mondial géocentrique [1].

■ Transformation des coordonnées au Cameroun

Un système de référence de coordonnées uniforme et fiable est fondamental pour tout projet, application, service ou produit de développement qui demande des données géoréférencées. Plusieurs systèmes ont été réalisés sur le Cameroun [5]. La carte topographique de base du pays qui sert de support et référence à la mise en œuvre des grands projets, a été réalisée à l'échelle 1/200 000, sur la base des coordonnées astronomiques transformées sur l'ellipsoïde de Clarke 1880 RGS, sans tenir compte de la déviation de la verticale. Les paramètres principaux de cet ellipsoïde sont connus [2].

- Demi-grand axe $a = 6\,378\,249,145$ m ;
- Demi-petit axe $b = 6\,356\,514,870$ m ;
- Aplatissement $1/f = 293,465\,000$.

44 feuilles de cette carte de base, de dimensions normalisées $1^\circ \times 1^\circ$, couvrent tout le Cameroun. Ces feuilles n'existent plus que sur support papier. L'avènement de la géomatique impose de nos jours de disposer des fonds de cartes numériques, pour réaliser le traitement électronique de l'information géographique dans des logiciels de SIG ou de CAO. Il faut alors scanner et géoréférencer cette carte de base, avant d'y collecter des données par vectorisation, ou avant d'y reporter ou superposer d'autres données existantes. Ce géoréférencement, pour être précis, doit être réalisé avec les caractéristiques du système RLC38. Malheureusement, de nos jours, on collecte les données sur le terrain par

Tableau 1. Paramètres des ellipsoïdes WGS84 et GRS80.

Paramètres	WGS84	GRS80
Demi-grand axe (m)	6378137,0000	6378137,0000
Demi-petit axe (m)	6356752,3142	6356752,3141
Aplatissement	1/298,257223563	1/298,257222101

mesures au GPS, basées sur le système WGS84. Son ellipsoïde WGS84 est assimilable à celui du système GRS80 à la base du RGC11 (Tableau 1).

L'écart entre les coordonnées d'un point relevées sur la carte de base et celles mesurées sur le terrain dans des référentiels modernes peut avoir deux origines : le décalage entre les systèmes géodésiques et l'erreur due à l'hétérogénéité de la structure de base qui a servi d'appui à cette carte. Cet écart est observé lors de la production des titres de concession aux exploitants miniers au Cameroun, ou encore lors de la mise en œuvre de bien d'autres travaux. Le décalage observé est à l'origine de chevauchements sur le terrain des titres de concessions minières produits, source potentielle de conflits entre les exploitants.

L'écart observé varie d'une feuille à l'autre. C'est la preuve de l'hétérogénéité de la structure de base (points astronomiques isolés) qui a servi de support à cette cartographie ancienne. Bien que la précision sémantique de ce document soit très bonne, sa qualité géométrique n'est pas à la hauteur de ce à quoi on pourrait s'attendre aujourd'hui, comme le soulignait M. Le Floch, Directeur du CGN (ancien INC) dans l'un de ses rapports sur la cartographie topographique au Cameroun en 1976 : *"ce système cartographique rapidement mis en place pour répondre aux besoins de l'époque est non seulement obsolète, mais aussi imprécis"*. C'est seulement en considérant la technologie employée à cette époque que cette précision peut être considérée comme satisfaisante.

Ainsi, lorsqu'on mesure les coordonnées des bornes qui délimitent le périmètre des titres de concession minière sur le terrain, il conviendrait de les transformer en coordonnées RLC38, avant de reporter ces points sur

les cartes anciennes numériques. De même, pour mettre à jour ces cartes, les données actualisées sont collectées dans le système RGC11. On devrait dans un premier temps les géoréférencer dans ce système, pour que les données de mise à jour ne soient pas décalées. Ce géoréférencement nécessite de transformer les coordonnées anciennes en coordonnées RGC11 (ellipsoïde GRS80) d'un certain nombre de points d'appui. Dans les deux cas cités ci-dessus, il est indiqué de réaliser une transformation des coordonnées, dans un cas de l'ancien système vers le nouveau, dans un autre en sens inverse. On pourrait citer plusieurs autres exemples similaires. Pour réaliser cette transformation, il faut disposer – idéalement pour chacune des bornes qui ont servi à produire l'ancienne carte de base du Cameroun – de deux jeux de coordonnées : leurs coordonnées anciennes, et leurs coordonnées calculées dans le système RGC11 à partir des mesures GNSS.

STATION ASTRONOMIQUE DE
DJAPOSTEN TONKLA

Mise à jour le :
Observateur : **LE HEURTEUR**
Mission :
Date : **10-1-1955**

Altitude provisoire : Altitude définitive : (issue de :)

Croquis à petite échelle (ou élément de photographie portant le point piqué, et le repère d'azimut) :

Plan à grande échelle (des mesures de point, les rapprochements étant inclus) :

Échelle :

Plan d'élevation avec cotés : de la borne astro (ou de la construction durable, tenant lieu de borne) :

Croquis perspectif du repère d'azimut (vu du point astronomique) :

Description du repère d'azimut :

Éléments de signalisation : **Borne gravée ASTRO - S.G.-10-1-1955**
Itinéraire d'accès : (description, ruelles) :
Route d'ABONG MBANG à LOMIE, rive gauche du DJA

Coordonnées définitives

Station astro		UTM zone 33	
L = 3°25'30" S	M = 13°31'31" E	X = 336.187.05	Y = 378.689.42
M = 13°31'31" E	Y = 378.676.37	X = 336.191.14	Y = 378.671.86

Points rattachés

UTM zone	X	Y
33	336.187.05	378.689.42
33	336.191.14	378.671.86

Azimut Nord Borne Repère : Convergence :

Figure 2. Fiche signalétique d'une borne astronomique établie en 1955 (Djaposten-Tonkla, Est-Cameroun).

Transformation des coordonnées anciennes

■ Données de base de la transformation des coordonnées au Cameroun

Comme indiqué précédemment, les principales données de base de la transformation des coordonnées au Cameroun englobent :

- Les coordonnées des bornes astronomiques dans le référentiel RLC38 ;
- Les coordonnées desdites bornes anciennes, mesurées au GPS, en les rattachant au réseau géodésique du Cameroun (RGC) ;
- Les coordonnées des points du RGC.

Les coordonnées RLC38 sont extraites des fiches signalétiques des bornes et repères anciens, élaborées par des Ingénieurs de l'Institut Géographique National (IGN) et du *Directorate of Overseas Surveys* (DOS) au cours de la période coloniale. Sur ces fiches (Figure 2), les coordonnées planes (E, N, H) sont exprimées en mètre, les coordonnées géographiques (λ , φ) en degré minute seconde, à un dixième de seconde près (soit environ 3 mètres). Ces dernières sont d'abord converties ici en coordonnées cartésiennes (X, Y, Z) en utilisant les relations exactes ci-dessous,

$$\begin{cases} X = (v + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ Y = ((v + h) \cos \varphi \sin \lambda) \\ Z = (v(1 - e^2) + h) \sin \varphi \end{cases} \quad (1)$$



où

- λ est la longitude du point ancien par rapport au méridien d'origine,
- φ la latitude par rapport à l'équateur,
- h la hauteur au-dessus de l'ellipsoïde,
- a le demi-grand axe de l'ellipsoïde,
- e la première excentricité de l'ellipsoïde,
- v la grande normale

Dans ce travail, les valeurs des hauteurs h utilisées sont soit assimilées aux altitudes H relevées sur les fiches signalétiques (quand elles sont indiquées), soit directement lues sur les cartes topographiques de base à 1/200 000. En assimilant la hauteur sur l'ellipsoïde à l'altitude, on commet une erreur moyenne qu'on peut estimer à 18 m. Celle-ci est la somme quadratique de l'erreur sur la lecture de H sur la carte (évaluée à 10 m) et de la cote du géoïde sur le Cameroun, dont la moyenne est estimée à 15 m [9]. L'erreur totale commise sur h se propage sur les valeurs des coordonnées (X, Y, Z) , ainsi que les paramètres de transformation. Pour l'évaluer, il faudrait dériver les relations (1) par rapport à h . L'on aurait alors :

$$\begin{cases} dX = \cos \varphi \cos \lambda \, dh \\ dY = \cos \varphi \sin \lambda \, dh \\ dZ = \sin \varphi \, dh \end{cases} \quad (2)$$

Sur le Cameroun, les valeurs de φ sont comprises entre 1° et 14° et celles de λ entre 8° et 17° . La moyenne des erreurs sur les coordonnées (X, Y, Z) , calculée à partir des équations (2), est respectivement 18 m, 5 m et 5 m. L'erreur moyenne totale correspondante est donc de l'ordre de 19 m en distance. Elle est proche de la valeur de l'erreur graphique sur les cartes au 1/200 000, estimée ici à 1/10^e de millimètre, et correspondant à 20 m sur le terrain. Ainsi, en assimilant la hauteur ellipsoïdale à l'altitude dans le RLC38, les coordonnées converties (X, Y, Z) des bornes anciennes ne sont pas dégradées de façon significative. Quant aux coordonnées géodésiques dans le RGC11 desdites bornes anciennes, elles sont obtenues par mesures GNSS, en rattachant ces points anciens au RGC. Chaque point est déterminé en GNSS par mesure simultanée des deux lignes de base le reliant à deux points du RGC les plus proches. Lors des calculs, le petit réseau

FICHE SIGNALÉTIQUE / STATION DESCRIPTION SHEET			
Région: OUEST	Nom du point / Point name: Babadjou	Réseau: B.243	BASE: B.243
Département: Bamenda	Matérialisation: Borne de base	Numéro du point: 10° 12' 11.8555" N	Longueur: 10° 12' 11.8555" E
Commune: Babadjou	Date de mesure: Juin-Juillet 2011	Hauteur: 1 558,691 m	
Lieu-dit: DD éducation de base			
SYSTÈME DE COORDONNÉES / COORDINATE SYSTEM		POINT GÉODÉSIQUE / GEODETIC POINT	
Paramètres géodésiques / Geodetic parameters		Coordonnées géographiques / Geographic coordinates	
Système: WGS84 / ITRS		Latitude: 5° 40' 51.8858" N	
Référéntiel: ITRF 2005		Longitude: 10° 12' 11.8555" E	
Époque: 2011.5		Hauteur: 1 558,691 m	
Ellipsoïde: GRS 80		Coordonnées planes / Plane coordinates	
Demi grand axe: $a = 6\,378\,137,0$ m		Est: 633 252,793 m	
Applatissement: $1:298,257222101$		Nord: 628 889,119 m	
Projection: Zone UTM 32 Nord		Altitude: 1 536,16 m	
Mérédien central: 09° 00' 00" E		* Altitude au-dessus du Niveau Moyen de la mer NGAC (Nivellement Général de l'Afrique Centrale)	
Latitude origine: 09° 00' 00" N		Altitude obtenue par adaptation du modèle géoidal EGM08 au réseau de points GPS civils	
Facteur d'échelle: 0,9996			
Constante Est: 500 000 m			
Constante Nord: 0 m			
SITUATION GÉNÉRALE / GENERAL LOCATION		Information d'accès / Access information:	
		Sur la route entre Mbouda et Bamenda, Délégation départementale éducation de base.	
CROQUIS DE RÉFÉRENCE / LOCATION SKETCH		VUE GÉNÉRALE / GENERAL VIEW	

Figure 3. Extrait de la fiche signalétique d'une borne du RGC établi en 2011 (Babadjou, Ouest-Cameroun).

à trois points que le point ancien forme avec 2 points du RGC est ajusté, et les coordonnées (cartésiennes, géographiques et planes UTM dans le fuseau 32 ou 33 Nord) déterminées. Le logiciel Leica Geo Office a été utilisé dans les différents calculs.

Les coordonnées géodésiques des points du RGC sont relevées sur leurs fiches signalétiques (Figure 3), élaborées au cours de la mise en place dudit réseau en 2011 [4]. Ce réseau moderne est composé d'environ 535 monuments, dont 25 points de référence et 510 points de base, tous régulièrement répartis sur le territoire camerounais.

■ Méthodologie de la transformation des coordonnées au Cameroun

Calcul des paramètres de transformation

Il existe plusieurs méthodes de transformation de coordonnées entre les deux systèmes géodésiques cités plus haut. Le choix d'une méthode dépend essentiellement [3] :

- De la précision relative des deux réalisations ;
- De la présence des distorsions dans l'un ou l'autre système géodésique ;
- Du type de transformation souhaitée ;
- Du type de coordonnées utilisé ;
- De la précision recherchée.

Les conversions entre coordonnées cartésiennes, géographiques et planes

d'un même système sont mathématiquement exactes. Elles sont réalisées dans ce travail en utilisant, outre la relation (1), les formules de conversion proposées par l'IGN [11], et reprises ci-dessous :

• Conversion des coordonnées cartésiennes (X,Y,Z) en coordonnées géographiques (λ, φ, h)

- Pour calculer la longitude λ , on a :

$$\lambda = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \quad (3)$$

- La latitude φ et la hauteur ellipsoïdale h sont les limites respectives des suites convergentes $(\varphi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(h_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par :

$$\begin{cases} \varphi_o = \arctan\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right) \\ h_o = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \varphi_o} - v_o \end{cases} \quad (4)$$

avec $v_i = a(1 - e^2 \sin^2 \varphi_i)^{-1/2}$
d'où

$$\begin{cases} \varphi_n = \arctan\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left(1 - \frac{v_{n-1} e^2}{v_{n-1} + h_{n-1}}\right)^{-1}\right) \\ h_n = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \varphi_n} - v_n \end{cases} \quad (5)$$

• Conversion des coordonnées géographiques (λ, φ, h) en coordonnées planes UTM (E, N, H)

On se sert ici des notations suivantes

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{1 + e^2 \cos^4 \varphi} \\ \Lambda &= n(\lambda - \lambda_o) \\ V &= \sqrt{1 + e^2 \cos^2 \varphi} \\ e'^2 &= \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (2^{\text{ème}} \text{ excentricité}) \end{aligned}$$

- Pour l'abscisse (E), on se sert de la relation :

$$E = X_c + \frac{k_o a \sqrt{1 + e'^2}}{2V^2} \ln \frac{n + V \cos \varphi \sin \Lambda}{n - V \cos \varphi \sin \Lambda} \quad (6)$$

- Pour l'ordonnée (N), on a :

$$N = Y_c + k_o \beta(\varphi) + \frac{k_o a \sqrt{1 + e'^2}}{V^2} \left(\arctan \frac{\tan \varphi}{V \cos \Lambda} - \arctan \frac{\tan \varphi}{V' \cos \Lambda} \right) \quad (7)$$

Ici, β (longueur d'arc de méridien) dépend de φ , et est donné par la relation :

$$\begin{aligned} \beta(\varphi) &= a \left(b_o \varphi + \sum_{i=1}^4 b_i \sin 2i\varphi \right) \\ b_0 &= 1 - \frac{1}{4} e^2 - \frac{3}{64} e^4 - \frac{5}{256} e^6 - \frac{173}{16384} e^8, \\ b_1 &= -\frac{3}{8} e^2 - \frac{3}{32} e^4 - \frac{45}{1024} e^6 - \frac{105}{4096} e^8, \\ b_2 &= \frac{15}{256} e^4 + \frac{45}{1024} e^6 + \frac{525}{16384} e^8, \\ b_3 &= -\frac{35}{3072} e^6 - \frac{175}{12288} e^8, \\ b_4 &= \frac{315}{131072} e^8. \end{aligned}$$

• Conversion des coordonnées planes UTM en coordonnées géographiques

On utilise les notations précédentes et :

$$\varphi_o = \frac{N - Y_c}{k_o a}$$

$$\xi = \frac{(E - X_c) V^2}{k_o a \sqrt{1 + e^2}}$$

$$\eta = [N - Y_c - k_o \beta(\varphi_o)] \frac{V^2}{k_o a \sqrt{1 + e^2}} + \arctan \frac{\tan \varphi_o}{V}$$

Ainsi, pour calculer la longitude, on a :

$$\lambda = \lambda_o + \frac{1}{n} \left[\arctan \left(\frac{\tan(2 \arctan(\exp \xi) - \frac{\pi}{2})}{\cos \eta} \right) \right] \quad (8)$$

- Pour la latitude, on a procédé comme suit.

$$\Lambda = n \sin(\lambda - \lambda_o)$$

$$\Phi = \arctan(\cos V \tan \eta)$$

$$L(\Phi) = \frac{1}{n} \left[\ln \left(\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Phi}{2} \right) \right) - \ln \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\arctan \left(\frac{\tan \varphi_o}{V} \right)}{2} \right) \right]$$

$$+ \ln \left(\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_o}{2} \right) \right) - \frac{e}{2} \ln \left(\frac{1 + e \sin \varphi_o}{1 - e \sin \varphi_o} \right)$$

puis on calcule φ à partir de L par itération :

$$\varphi_o = [2 \arctan(\exp L)] - \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_i = 2 \arctan \left[\left(\frac{1 + e \sin \varphi_{i-1}}{1 - e \sin \varphi_{i-1}} \right)^{\frac{e}{2}} \exp(L) \right] - \frac{\pi}{2} \quad (9)$$

On fait des itérations, jusqu'à ce que $|\varphi_i - \varphi_{i-1}| < \varepsilon$ et alors $\varphi = \varphi_i$ avec $\varepsilon \approx 10^{-10}$ rad. Les grandeurs introduites dans les relations 3 – 9 sont les mêmes que celles de la relation (1). La grandeur e' est la seconde excentricité de l'ellipsoïde considéré. En outre, $k_o = 0,9996$ est le facteur d'échelle ; $X_c = 500\,000$ m est l'abscisse du méridien central du fuseau UTM considéré ; Y_c est l'ordonnée à l'origine et vaut 0, car le Cameroun se trouve au nord de l'équateur. Enfin, la conversion de H en h et inverse-

ment peut demander de disposer d'un modèle de géoïde de la zone d'intérêt.

• Transformation des coordonnées

Les transformations entre systèmes géodésiques utilisent des paramètres estimés. La difficulté réside donc dans l'estimation de ces paramètres avec la meilleure précision possible. Une méthode consiste à passer des coordonnées cartésiennes aux coordonnées cartésiennes [10]. C'est la transformation mathématiquement la plus simple et pour laquelle les paramètres sont les plus faciles à interpréter. Elle utilise en général sept paramètres, dont trois translations (T_x , T_y , T_z), trois rotations (θ_x , θ_y , θ_z) et un facteur d'échelle (S).

La transformation à trois paramètres de translation a été retenue pour le Cameroun. En effet ce type de transformation est utilisé quand la zone de travail est réduite, et quand on ne dispose pas suffisamment de points connus dans les deux systèmes. Les relations de Molodensky simplifiées ont ensuite été utilisées pour calculer les paramètres suivant les coordonnées géographiques. Afin de minimiser les imprécisions, on ne s'est pas contenté d'un seul jeu. Une grille de paramètres a été utilisée. En utilisant cette grille, on réduit la zone d'influence desdits paramètres mesurés. Le nombre de points dont les coordonnées sont connues dans les deux systèmes dans une grille est ici faible, voire nul, et ne permet pas l'application de la transformation à 7 paramètres, du fait du faible degré de liberté de leur détermination.

Dans cette transformation, il s'agit de la construction d'une surface de correction

Transformation à 7 paramètres			
Translations et facteur d'échelle		Rotations	
T_x (m)	747	θ_x (")	23,961
T_y (m)	290	θ_y (")	03,113
T_z (m)	170	θ_z (")	-03,617
S (mm/km)	-143		
ΔT_x (m)	220	$\Delta \theta_x$ (")	7,147
ΔT_y (m)	450	$\Delta \theta_y$ (")	8,373
ΔT_z (m)	226	$\Delta \theta_z$ (")	14,690
ΔS (mm/km)	32		
Transformation à 3 paramètres			
Translations			
T_x (m)	-102		
T_y (m)	-102		
T_z (m)	148		
ΔT_x (m)	11		
ΔT_y (m)	11		
ΔT_z (m)	11		

Tableau 2. Estimation des premiers paramètres et leurs écarts-types (dans le sens RLC38 vers RGC11).

de coordonnées, qui représente le décalage en X , Y et Z , (λ et φ) entre les deux systèmes. Le schéma de cette transformation est celui de la figure 4 ci-dessous. 104 points anciens sur deux cent cinquante visités ont été identifiés sur le terrain et rattachés au RGC sur tout le Cameroun. La durée T d'observation a été déterminée en fonction des longueurs des lignes de base, en utilisant la relation :

$$T = 15 \text{ min} + 2 \text{ min. } L + 1 \text{ min. } (\Delta h)/100 \quad (10)$$

où L est la longueur de la ligne de base en km et Δh la différence d'altitude en mètres.

3 points sur les 104 n'ont pas été pris en compte dans les calculs, car considérés comme hors tolérance. Deux jeux de paramètres globaux (3 paramètres et 7 paramètres) ont d'abord été déterminés. L'estimation des paramètres et leurs écarts-types (marqué du symbole Δ) est indiquée dans le tableau 2 ci-dessus. L'examen de ces paramètres a montré une grande variabilité spatiale. D'autre part, les écarts-types énormes obtenus en appliquant la transformation à 7 paramètres montrent que les valeurs

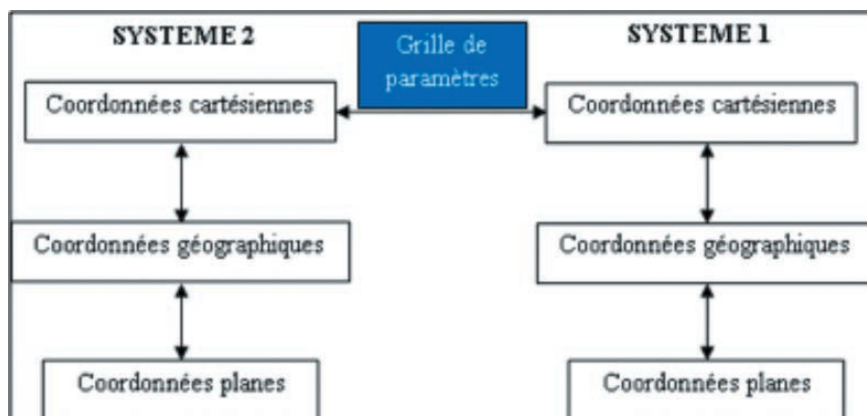


Figure 4. Schéma de la transformation de coordonnées appliquée



de T_y , T_z , θ_y et θ_z n'ont aucune réalité géodésique. Les résidus calculés sont également apparus très élevés (de plusieurs dizaines à plusieurs centaines de mètres), ce qui confirme l'impossibilité de se contenter d'un seul jeu de paramètres globaux pour le pays.

b) Construction de la grille de paramètres

La transformation des coordonnées entre le Système 1 et le Système 2 et inversement est faite à travers les coordonnées cartésiennes (Figure 4), et suivant la relation (pour 3 paramètres) :

$$\begin{cases} X_1 = X_2 + T_x \\ Y_1 = Y_2 + T_y \\ Z_1 = Z_2 + T_z \end{cases} \quad (11)$$

où (X_2, Y_2, Z_2) sont les coordonnées cartésiennes d'un point dans l'ancien système 2, (X_1, Y_1, Z_1) ses coordonnées dans le nouveau système 1, et (T_x, T_y, T_z) le triplet de paramètres de transformation, c'est-à-dire les 3 translations déterminées dans la grille, en ce même point. L'élaboration de la grille est faite à partir des paramètres (T_x, T_y, T_z) déterminés aux différents points anciens et par interpolation, avec un pas de $0,1^\circ$. Deux méthodes d'interpolation ont été testées, et le choix de la

solution a été effectué à partir d'analyses statistiques. Ces méthodes sont : la moyenne pondérée par l'inverse du carré de la distance et le krigeage.

Les relations de Molodensky simplifiées ci-dessous ont été utilisées pour passer des paramètres de transformation en coordonnées tridimensionnelles (T_x, T_y, T_z) aux paramètres en coordonnées géographiques $(D\lambda, D\varphi)$.

$$D\varphi(\text{en radians}) = \frac{-T_x \sin \lambda + T_y \cos \lambda}{\nu \cos \varphi} \quad (12)$$

$$D\lambda(\text{rd}) = \frac{1}{\rho} (-T_x \sin \varphi \cos \lambda - T_y \sin \varphi \sin \lambda - T_z \cos \varphi + (a \Delta f + f \Delta a) \sin 2\varphi) \quad (13)$$

Les différentes constantes sont les mêmes que dans les relations précédentes, et ρ la courbure de l'arc calculé donnée par :

$$\rho = \frac{\nu(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)} \quad (14)$$

Le tableau 3 ci-dessous présente les différents paramètres mesurés et calculés aux points anciens, en coordonnées tridimensionnelles (T_x, T_y, T_z) et en coordonnées géographiques $(D\lambda, D\varphi)$ (converties en mètres). Les extraits des grilles obtenues (en coordonnées tridimensionnelles, Tableau 4 et en coordonnées géographiques, Tableau 5) avec la

Tableau 4. Extrait de la grille de transformation à 3 paramètres (dans le sens système RLC38 vers RGC11) en coordonnées tridimensionnelles.

Lat (degré)	Lon (degré)	T_x (m)	T_y (m)	T_z (m)
9,9	13,2	-76	-183	89
9,9	13,3	-76	-183	93
9,9	13,4	-76	-185	95
9,9	13,5	-76	-189	97
9,9	13,6	-75	-192	99
9,9	13,7	-74	-195	96
9,9	13,8	-73	-198	95
9,9	13,9	-72	-203	94
9,9	14	-70	-207	91
9,9	14,1	-67	-215	85
9,9	14,2	-65	-220	82
9,9	14,3	-63	-226	79
9,9	14,4	-60	-234	75
9,9	14,5	-58	-238	73
9,9	14,6	-57	-241	72
9,9	14,7	-55	-248	71
9,9	14,8	-55	-248	71
9,9	14,9	-55	-246	70
9,9	15	-55	-249	72
9,9	15,1	-56	-249	72

moyenne pondérée sont présentés ci-dessous, sans en-tête. Les paramètres sont calculés dans le sens Ancien système RLC38 vers RGC11.

c) Calcul des paramètres en un point inconnu

Avant de réaliser la transformation des coordonnées d'un point de l'utilisateur, il faut d'abord calculer les paramètres de transformation. Ce calcul, pour un point M (λ, φ) inconnu, se fait par interpolation dans la grille. La méthode d'interpolation bilinéaire a été adoptée cette fois, dans une maille élémentaire (Figure 5). Les paramètres (T_x, T_y, T_z) calculés au point M sont :

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{x1} & T_{x2} & T_{x3} & T_{x4} \\ T_{y1} & T_{y2} & T_{y3} & T_{y4} \\ T_{z1} & T_{z2} & T_{z3} & T_{z4} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (1-x)(1-y) \\ (1-x)y \\ x(1-y) \\ xy \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\text{avec } x = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_3 - \lambda_1} \quad \text{et} \quad y = \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1}$$

Chaque point M inconnu se situe donc forcément dans une grille carrée, limitée par quatre nœuds, ici numérotés de 1 à 4, tels que :

- Nœud 1 de coordonnées (λ_1, φ_1) ,
- Nœud 2 de coordonnées (λ_2, φ_2) ,

Tableau 3. Analyse statistique des 2 grilles de paramètres calculés et des paramètres mesurés (dans le sens Ancien système RLC38 vers RGC11).

Krigeage				
Paramètre	Max.	Min.	Moy.	Écart-type
T_x (m)	80,75	-266,07	-93,84	31,00
T_y (m)	509,34	-650,11	-115,92	82,00
T_z (m)	675,06	-446,57	111,50	93,41
$D\varphi$ (m)	548,04	-649,67	-92,72	83,58
$D\lambda$ (m)	623,34	-507,01	36,90	112,96
Moyenne pondérée				
Paramètre	Max.	Min.	Moy.	Écart-type
T_x (m)	76,17	-269,66	-96,58	18,81
T_y (m)	507,55	-675,62	-108,22	65,35
T_z (m)	706,54	-459,08	139,44	52,80
$D\varphi$ (m)	656,20	-497,76	-84,62	67,46
$D\lambda$ (m)	542,51	-473,98	64,14	79,26
Paramètres mesurés (aux points anciens)				
Paramètre	Max.	Min.	Moy.	Écart-type
T_x (m)	94,28	-279,41	-100,14	51,31
T_y (m)	541,26	-691,21	-99,59	175,17
T_z (m)	745,79	-473,98	146,92	164,67



Tableau 6. Évaluation de la précision de la transformation (dans le sens système RLC38 vers RGC11).

Krigage				
Écarts	Max.	Min.	Moy.	Écart-type
δT_x (m)	166,63	-128,53	1,38	39,29
δT_y (m)	537,51	-633,98	-7,75	153,13
δT_z (m)	565,32	-639,10	-6,96	146,57
$\delta D\varphi$ (m)	43,79	-46,19	-0,13	13,66
$\delta D\lambda$ (m)	74,33	-65,24	-0,68	19,22
Moyenne pondérée				
Écarts	Max.	Min.	Moy.	Écart-type
δT_x (m)	35,01	-11,23	0,14	4,95
δT_y (m)	39,38	-184,09	-0,50	22,48
δT_z (m)	47,98	-21,76	0,83	8,67
$\delta D\varphi$ (m)	79,86	-142,33	0,12	23,30
$\delta D\lambda$ (m)	37,40	-37,78	-0,02	13,05

paramètres à estimer dans le projet sont des fonctions de positions (latitudes et longitudes), de plus, leurs répartitions spatiales sont les inconnues du problème, aucune estimation n'est supposée connue d'avance. Dans ces conditions, nous avons utilisé le krigage universel. Le semi variogramme de type exponentiel a été choisi pour toutes les variables interpolées. De manière générale,

tous montrent une bonne autocorrelation spatiale de la grille et ne présentent pas de pépite à l'origine, ce qui exclue une source d'erreur de mesure. L'interpolation des écarts en latitude montre un semi variogramme avec un effet anisotrope de facteur 1,618 et de direction 155,7°. Son seuil est atteint pour une distance angulaire de 2,2°, correspondant à une valeur de $8,34 \cdot 10^{-4}$ (Figure 7).

Par contre, le semi variogramme de l'écart en longitude montre un effet anisotrope de facteur 1,25 dans une direction de 104,06°. Son seuil est aussi atteint pour une distance angulaire de 3,3°, correspondant la valeur $6,7 \cdot 10^{-3}$ (Figure 8). Le modèle d'interpolation des écarts en latitude a pour droite de régression des moindres carrés : $f(x) = 1,0002758225x + 0,029181$. Son facteur de variance unitaire est de 2,34 (Figure 9). Celui des écarts de longitude présente une droite de régression d'équation $f(x) = 1,000020788x - 0,000244$ et une variance unitaire de 1,17 (Figure 10). La variance unitaire est un facteur de comparaison de la qualité du modèle : plus celle-ci se rapproche de zéro, plus l'interpolation est meilleure. On peut ainsi observer que le modèle d'interpolation des écarts en longitude créé est plus performant que celui des écarts en latitude ($0 < 1,17 < 2,34$).

Les figures 11, 12, 13 et 14 présentent les cartes desdits écarts, pour chacune des deux méthodes d'interpolation, en longitude et en latitude.

A l'analyse des résultats issus du krigage, on peut conclure que

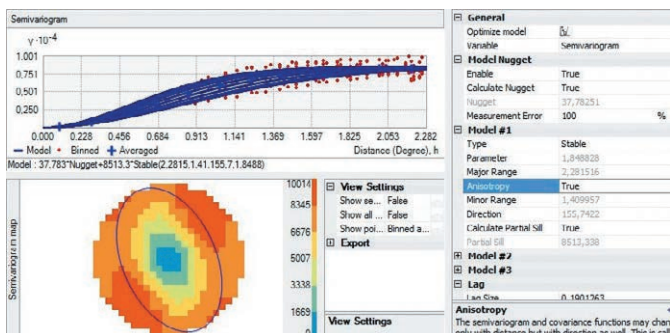


Figure 7. Semi variogramme des écarts en latitude.

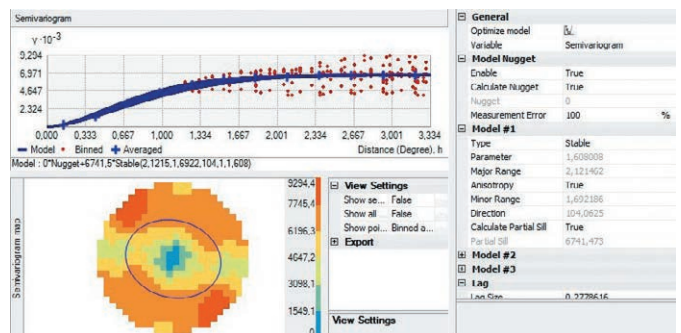


Figure 8. Semi variogramme des écarts en longitude.

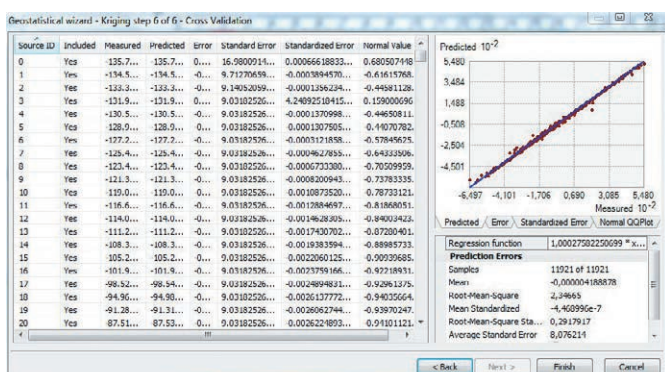


Figure 9. Paramètre du modèle des écarts en latitude.

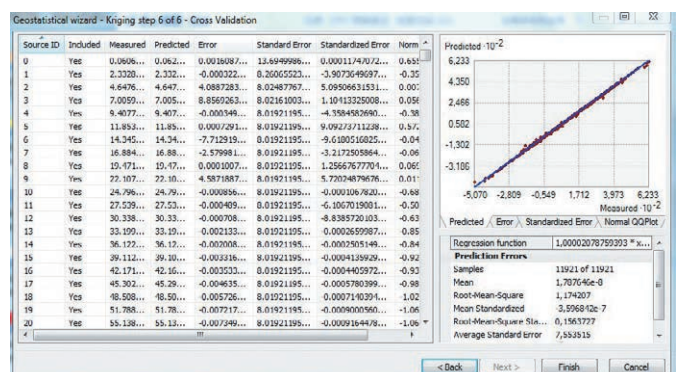


Figure 10. Paramètre du modèle des écarts en longitude.

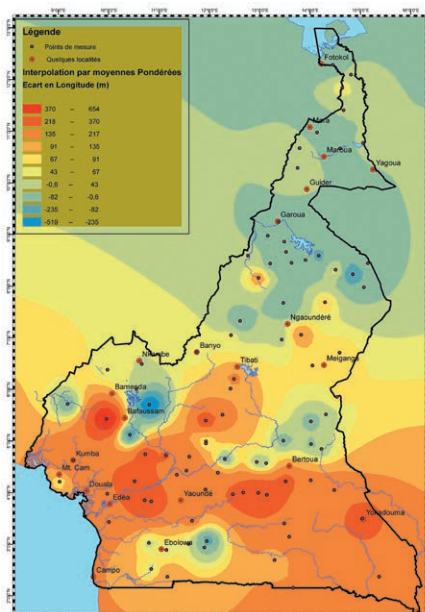


Figure 11. Écart entre les longitudes mesurées et calculées dans la grille obtenue par la moyenne pondérée.

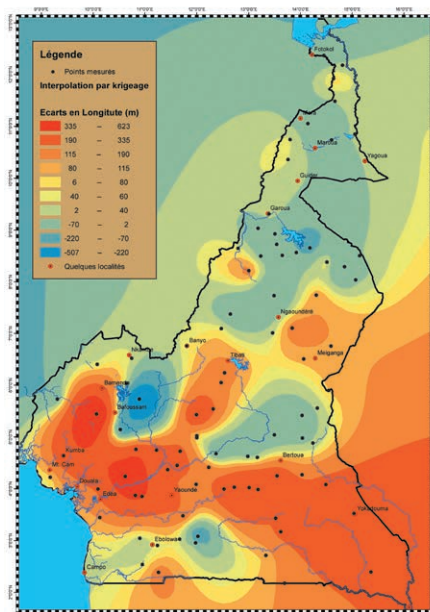


Figure 12. Écart entre les longitudes mesurées et calculées dans la grille obtenue par le krigage.

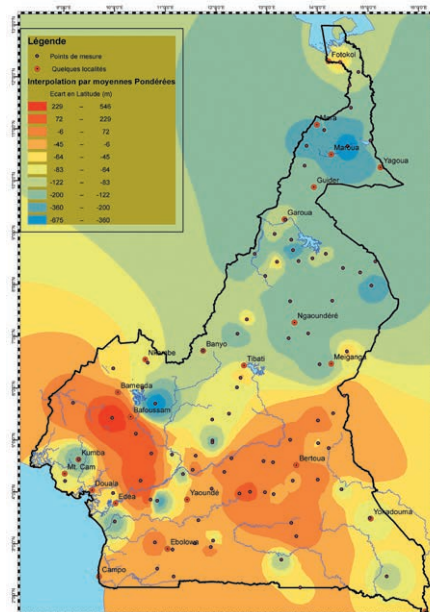


Figure 13. Écart entre les latitudes mesurées et calculées dans la grille obtenue par la moyenne pondérée.

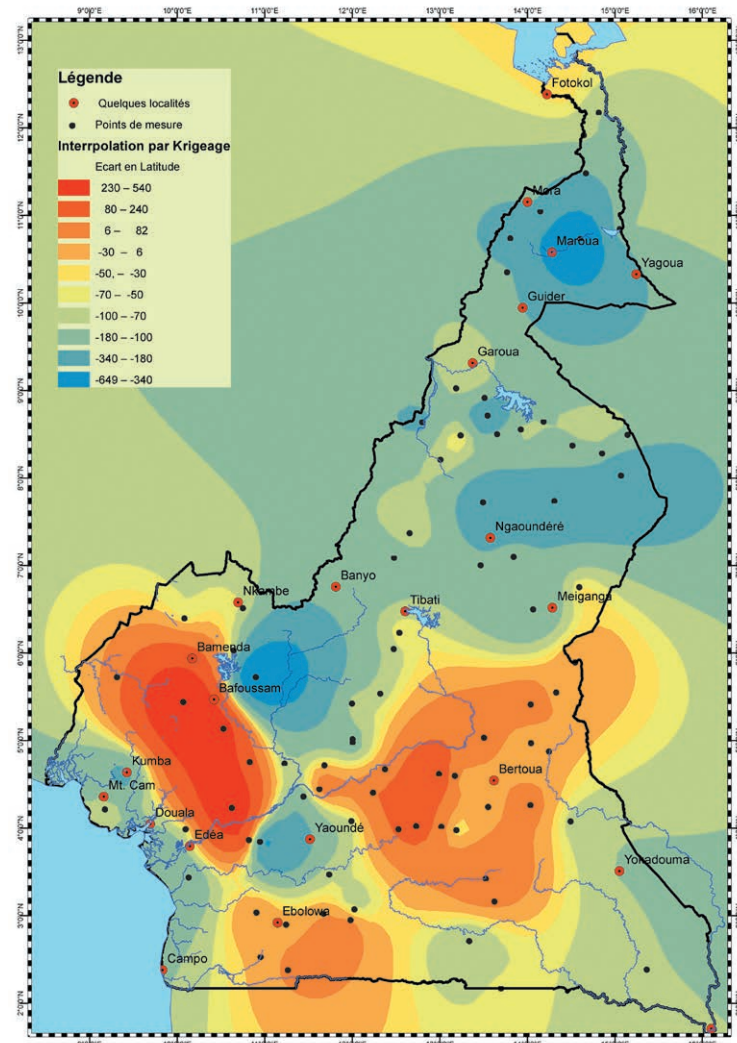


Figure 14. Écart entre les latitudes mesurées et calculées dans la grille obtenue par le krigage.

lorsqu'on fait la transformation des coordonnées au Cameroun, les incertitudes absolues attendues sur les données transformées sont sensiblement égales à 19 m en longitude et 14 m en latitude. A l'échelle de la carte topographique de base du Cameroun, la transformation est supposée produire de bons résultats. En effet, l'erreur quadratique moyenne commise (~24 m) est proche de la valeur de l'erreur graphique commise sur les cartes topographiques à l'échelle 1/200 000 (1/10^e de millimètre sur la carte, correspondant à 20 m sur le terrain), malgré la faible précision des coordonnées anciennes.

Conclusion et perspectives

Les travaux relatifs à la transformation des coordonnées ne sont ni parfaits, ni complets. Des efforts considérables ont été déployés par l'INC sur le terrain, afin de mesurer le plus grand nombre de points anciens possibles sur tout le territoire, parfois au prix de grands efforts humains et logistiques. Mais malgré cela, la précision de la transformation des coordonnées est peu précise, surtout dans les zones à faible densité de points connus dans les deux systèmes, ou le long des frontières. L'activité humaine n'est



pas trop poussée dans certains pays en développement, dont le Cameroun. Il pourrait donc arriver qu'on puisse identifier des détails cartographiés au cours de la période coloniale, qui restent encore inchangés sur le terrain, tels que les carrefours, les intersections de pistes, les grands coudes de cours d'eau, etc. En déterminant les coordonnées au dixième de millimètre près de ces détails sur les cartes, puis en mesurant leurs positions dans le nouveau système, l'on pourrait avoir plusieurs jeux de coordonnées supplémentaires, pour ainsi densifier les données précédentes, afin d'augmenter la précision de la transformation. De plus, on disposerait de suffisamment de points pour faire un réel test de précision sur la transformation, en utilisant des points de mesure qui n'ont pas été pris en compte dans les calculs. Notons également que pour parfaire la grille, il faudrait mesurer des points anciens situés à l'extérieur du territoire national, les feuilles cartographiques de l'époque coloniale ignorant les frontières actuelles. Enfin, il faudrait réaliser des travaux complémentaires avant de pouvoir appliquer la grille obtenue ici, sur les coordonnées des anciennes bornes frontalières. ●

Remerciements

Les auteurs de cet article voudraient remercier vivement le MINMIDT et plus particulièrement le Coordonnateur du PRECASEM, pour avoir favorisé la mise en œuvre de ce projet, sur financement de la Banque Mondiale. Ils remercient également le Directeur Général de l'Institut National de Cartographie (INC) du Cameroun, le Consultant Indépendant de l'IGN-France ainsi que le Consultant Sud-Américain qui avait recommandé la compétence de l'INC auprès de la Banque Mondiale en 2008, et tous les acteurs de près ou de loin, pour leur précieuse contribution.

Auteurs

J. Kamguia - L. Foyang - H.L. Kande - L.E. Tongo - J.M. Tadjou*
Institut National de Cartographie (INC)
Yaoundé - Cameroun

* Décédé le 12 avril 2014, avant la fin du projet.

Thierry GATTACCECA

Institut National de l'Information
Géographique et Forestière (IGN) - France.

Contacts

Joseph KAMGUIA

Coordonnateur des Travaux
Cartographiques - Institut National de
Cartographie - Cameroun
kjerryfr@yahoo.fr

Thierry GATTACCECA

Service de Géodésie et Nivellement -
Institut National de l'Information
Géographique et Forestière (IGN) - France
thierry.gattacceca@ign.fr

Bibliographie

- [1] Medjahed, S., A. et Zeggai, A., 2011. *Élaboration d'une grille de conversion de coordonnées géographiques, application à la région d'Oran*. Revue XYZ, N° 131, 2^e trimestre 2012, pp. 47-51.
- [2] Rey, A., 1960. *Les principales étapes de la géodésie en Afrique du Nord et leur incidence cartographique*. Éditeur, Imprimerie IGN.
- [3] Pearse, M., B., 1997. *A modern geodetic reference system for New Zealand, options and implications of changing from NZGD49*. Thesis of the University of New South Wales, Australia, 348 pages.
- [4] Carme, J., L., 2012. *Le nouveau réseau géodésique national du Cameroun*. Revue XYZ, N° 131, 2^e trimestre 2012, pp. 37-46.
- [5] Canaud, G., 2007. *Mise à jour des systèmes géodésiques au Cameroun*. Rapport final des travaux, IGN France International, 74 pages.
- [6] Altamimi, Z., 2013. *Role and importance of the International Terrestrial Reference Frame (ITRF) for science and positioning applications*. Exchange Forum, Doha, February, 2013, 18 pages.
- [7] Featherstone, W., E. and Rueger, J., M., 2000. *The importance of using deviations of the vertical for the reduction of survey data to a geocentric datum*. The Australian Surveyor 45, 2, pp. 46-51.
- [8] Hirt, C., 2010. *Prediction of vertical deflections from high-degree spherical harmonic synthesis and residual terrain model data*. Journal of Geodesy, 84, 3, pp. 179-190.
- [9] Kamguia, J., Tabod, C.T., Nouayou, R., Tadjou, J.M., Manguelle-Dicoum, E.,

Kande, H.L., 2007. *The local geoid model of Cameroon, CGM05*. Nordic Journal of Surveying and Real Estate Research 4 (2), 7-23.

[10] Spath, H., 2004. *A Numerical Method for Determining the Spatial HELMERT Transformation in the Case of Different Scale Factors*. Fachbeiträge, pp. 55-57.

[11] Botton, S., 2003. *Géométrie différentielle, ellipsoïde, représentations planes*. ENSG / DPTS.

[12] Clifford, J. and Mugnier, C. P., 2007. *Grids and datums, Republic of Cameroon*. Photogrammetric Engineering and remote sensing, pp. 493-495.

ABSTRACT

Key-words: Coordinate transformation, Grid of parameters, Interpolation, GNSS, Reference system, Cameroon.

To retrieve heritage data and products in deprecated coordinate reference systems, one must transform old coordinates to make them compatible with those measured today, using the new positioning technologies of the global navigation satellite systems (GNSS). This coordinate transformation was carried out in Cameroon, using GNSS measurements over about one hundred astronomical ground control points, set up there over 50 years, irregularly distributed on the 44 sheets of the Cameroon topographic base map at scale 1/200 000 (covering 475 000 square kilometers). The transformation parameters calculated for each of those points helped to develop a grid of three parameters (translations), and two parameters (geographical coordinates), and realize a software in order to transform the coordinates extracted from the above mentioned topographic map into ITRF-compatible ones over Cameroon. The evaluation of the accuracy of the transformation shows that the expected absolute uncertainties (~24 m) on the transformed data are close to the value of the graphical error made on topographic maps, at the scale 1/200 000 (1/10th millimeter on the map corresponding to 20 m on the ground), despite the low accuracy of the old coordinates.