

## André Louis Cholesky, topographe et mathématicien (1875-1918)

### ■ Claude BREZINSKI

*Le nom de Cholesky est bien connu dans deux communautés scientifiques distinctes : chez les mathématiciens pour sa méthode de résolution des systèmes d'équations linéaires, et chez les topographes pour sa méthode de double cheminement. Les deux sont encore largement enseignées et utilisées de nos jours. Interrogez un mathématicien appliqué. Peut-être saura-t-il qui était Cholesky car, depuis quelques années déjà, des renseignements ont été fournis sur des forums d'information et des articles biographiques sont parus dans divers journaux spécialisés. Interrogez un topographe en train d'effectuer des relevés sur le terrain et demandez-lui s'il a déjà entendu parler de Cholesky. Je l'ai fait plusieurs fois et la réponse a toujours été positive. Mais sa biographie lui est en général inconnue. Cet article comble cette lacune, explicite la méthode de Cholesky, présente le commandant Benoît (un autre officier topographe) qui s'est chargé de la faire connaître et examine brièvement les deux livres d'enseignement publiés par André Cholesky.*

### ■ MOTS-CLÉS

Double cheminement, systèmes linéaires, compensation, moindres carrés.



© Collections École polytechnique - Palaiseau, "Fonds Cholesky".

### Biographie

La biographie qui suit reprend celle publiée dans [12] grâce à la permission de la rédaction du Bulletin de la Société des amis de la Bibliothèque de l'École polytechnique que je remercie. Cet article peut être consulté à l'adresse [http : //sabix.revues.org/521](http://sabix.revues.org/521). On y trouvera également un petit historique de la géodésie, de la topographie et de la cartographie [8] (pour un historique plus complet, voir [11]).

On peut avoir accès aux documents concernant les anciens élèves de l'École polytechnique à l'adresse : [http : //bibli.polytechnique.fr/F/?func=le&le\\_name=nd-b&local\\_base=BCXC2](http://bibli.polytechnique.fr/F/?func=le&le_name=nd-b&local_base=BCXC2)

### ■ Enfance et études

André Louis Cholesky naquit le 15 octobre 1875, à une heure du soir comme l'indique son acte de naissance, à Montguyon, chef-lieu de canton de la Haute Saintonge, au sud de la Charente-Maritime, à 35 km environ au nord-est de Bordeaux. La

commune compte actuellement de l'ordre de 1 500 habitants et on y traite les argiles blanches et on y fabrique des parquets et des lambris. Il était le fils d'André Cholesky, hôtelier, né le 9 octobre 1842 à Montguyon (lui-même fils de Louis Cholesky, 28 ans, cordonnier, et d'Anne Moreau, âgée de 32 ans) et de Marie Garnier, 27 ans. Dans son livret matricule d'officier, il est fait mention du surnom de René (c'est d'ailleurs ce prénom qui se trouve sur sa tombe). André avait de nombreux frères et sœurs. L'origine de la famille est incertaine, mais elle est issue d'Europe de l'Est, Pologne ou Ukraine sans doute avec, peut-être, un détour par Bratislava. Des informations plus précises sur cette famille sont données dans [13]. Signalons qu'avec Google, le patronyme Cholesky fournit 928 000 réponses et Choleski en donne 145 000.

On semble ne rien savoir de son enfance qu'il passa vraisemblablement à Montguyon. Il fut élève au lycée de Saint-Jean-D'Angély (son

nom apparaît sur la plaque commémorative des anciens élèves et professeurs Morts pour la France à l'intérieur du lycée Audouin-Dubreuil).

Il obtint la première partie de son baccalauréat à Bordeaux le 14 novembre 1892 et sa seconde partie, avec la mention assez bien, le 24 juillet 1893, toujours à Bordeaux. Le 15 octobre 1895, il entre à l'École polytechnique, 87<sup>e</sup> sur 223 et signe un engagement de 3 ans dans l'armée à la mairie du 5<sup>e</sup> arrondissement de Paris. Sa fiche signalétique le décrit comme ayant les cheveux et les sourcils châtain clair, le front haut, le nez long, les yeux châtain, la bouche moyenne, le menton rond et le visage ovale. Il mesure 1 m75. Le commandant de l'École est alors le général Louis André (1838 - 1913) et le directeur des études s'appelle Ernest Mercadier (1836 - 1911). Ses professeurs sont Camille Jordan (1838 - 1922) et Georges Humbert (1859 - 1921) pour l'analyse, Émile Sarrau (1837 - 1904) et Jacob Léauté (1847 - 1916) pour la



mécanique, Émile Haag (1843 - 1911) pour la géométrie, Octave Callandreaud (1852 - 1904) pour l'astronomie et la géodésie, dont les cours qui eurent sans doute une grande influence sur son orientation, Alfred Cornu (1841 - 1902) et Henri Becquerel (1852 - 1908) pour la physique, Henri Gal (1839 - 1897) pour la chimie, Fernand de Darstein (1838 - 1912) pour l'architecture, George Duruy (1853 - 1918), fils du philosophe Victor Duruy, pour l'histoire et la littérature, et Eugène Guillaume (1822 - 1905) pour le dessin. Le major d'entrée et de sortie est un certain Jules Louis Crussard (1876 - 1959). Dans la même promotion, on trouve Marc Sangnier (1873 - 1950) qui sera le fondateur de la Ligue française des auberges de jeunesse. En 1896, Cholesky passe de deuxième en première division 56<sup>e</sup> sur 222 et sort de l'École en 1897, 38<sup>e</sup> sur 222. Il est admis dans l'artillerie 4<sup>e</sup> sur 92. Sa conduite et sa tenue sont qualifiées de très bonnes et son instruction militaire d'assez bonne.

Il est sous-lieutenant, élève à l'École d'application de l'artillerie et du génie de Fontainebleau à partir du 1<sup>er</sup> octobre 1897. Il en sort en 1899, 5<sup>e</sup> sur 86. Il y suit des cours d'artillerie, de fortification permanente, de construction, d'art militaire, de mécanique, de sciences appliquées, d'hippiatrique (médecine vétérinaire des chevaux), d'histoire militaire et de géographie de la France et de ses colonies. Les cours d'artillerie militaire comprenaient 55 journées d'application avec 5 dessins et 9 mémoires et portaient sur la balistique, l'application aux questions de tir et l'étude des tables de tir, des levés de bâtiments et d'usines, des projets de machines et des coupes géologiques de terrain. Il y avait également un cours de topographie qui fut donné, avant l'arrivée de Cholesky, par le lieutenant-colonel Charles-Moyse Goulier (1818 - 1891) l'inventeur, entre autres, de l'alidade nivellatrice, de l'alidade holométrique et de la règle à éclimètre, instruments qui seront décrits par Cholesky dans ses livres. Les exercices topographiques exigeaient de la part des élèves de sérieuses qualités de dessi-



Fonds A. Cholesky

### Règle à éclimètre.

nateur et, à ce propos, Goulier signale qu'ils sont d'une inhabileté extrême. Enfin, à partir de 1897, les moniteurs de gymnastique donnèrent des leçons facultatives de bicyclette.

### ■ Le topographe

Le 1<sup>er</sup> octobre 1899, Cholesky est nommé lieutenant en second au 22<sup>e</sup> régiment d'artillerie. Du 17 janvier au 27 juin 1902, il effectue une mission en Tunisie, puis une autre du 21 novembre 1902 au 1<sup>er</sup> mai 1903. C'est durant ces périodes qu'il croise pour la première fois un autre officier géodésien, Ernest Benoît, dont l'influence sera déterminante par la suite. Nous en reparlerons. Du 31 décembre 1903 au 6 juin 1904, on le retrouve en Algérie. Le 24 juin 1905 il est affecté au Service géographique de l'état-major de l'armée. Il s'y fera immédiatement remarquer par une vive intelligence, une grande facilité pour les travaux mathématiques, des idées originales et parfois même paradoxales, mais toujours empreintes d'une grande élévation de sentiments, et qu'il soutenait avec beaucoup de chaleur. À cette époque, suite à la révision de la méridienne de Paris, une nouvelle triangulation cadastrale de la France venait d'être décidée ainsi que la mesure de la méridienne de Lyon. Ces missions avaient été confiées à la Section de géodésie ainsi que l'établissement de la carte de l'Algérie et le nivellement géométrique précis de ce pays. Le problème de la compensation des réseaux préoccupait bon nombre d'officiers du Service géographique désireux de trouver une méthode simple, rapide et précise. D'après la notice nécrologique rédigée par le comman-

dant Benoît [3], c'est à cette occasion que Cholesky imagina sa méthode pour résoudre les équations de condition par la méthode des moindres carrés. Ce procédé de calcul très ingénieux rendit aussitôt de grands services.

### Citons le rapport [1]

*La partie de la Méridienne de Lyon comprise entre le parallèle de Paris et le parallèle moyen avait été reconnue en 1904 : au Nord et au Centre, par le capitaine Durand ; au Sud, par le commandant de Fonlongue. Les emplacements de tous les signaux avaient été parfaitement définis, et la hauteur à donner à chacun d'eux exactement déterminée à l'aide de l'échelle de reconnaissance.*

*En 1905, ces deux géodésiens avaient fait les observations de la partie Est du Parallèle Moyen et du rattachement de ce parallèle à la Méridienne de Lyon. Tous deux étant partis, à la fin de la même année, rejoindre la Mission géodésique française de l'équateur, les observations de la Méridienne de Lyon furent confiées, en mai 1906, au capitaine Lamotte, secondé par le capitaine Benoît.*

*Le programme de 1906 consistait à achever la liaison de la méridienne au Parallèle de Paris, et à poursuivre les observations en s'étendant de ce parallèle vers le Sud. En 1904, le capitaine Durand avait fait complètement les observations des stations de Vaudémont, Hautmont et Haudompré avec le poids 24 ; mais les signaux de Croix-Marguerite et de Champfleury n'avaient pas été construits.*

*En 1906, il fallait donc construire deux derniers signaux, ainsi que Chailluz, La Serre, Mont-Poupet et Pierre ; observer en Moncel et Essey pour compléter le rattachement du Parallèle de Paris à la Méridienne de Lyon ; reprendre les observations en Hautmont et Haudompré ; et continuer au Sud par les stations de Croix-Marguerite, Champfleury, Chailluz et La Serre.*

*Ce programme a été exécuté de point en point.*

Cholesky prendra part à ces campagnes de mesure dans la vallée du Rhône, dans le Dauphiné, dans l'Isère



et dans les Cévennes, à Montellier, près du Mont Aigoual (juillet et septembre 1905) et à la Charpenne. Il est important de noter de nouveau la présence du capitaine Benoît.

Le 26 septembre 1905, il passe lieutenant en premier. Il épouse, le vendredi 10 mai 1907 à la mairie de La Roche-Chalais (Dordogne), par autorisation ministérielle du 22 avril 1907, sa cousine germaine Anne Henriette Brunet, née le 27 juin 1882. Elle est la fille de François Brunet, âgé de 52 ans, propriétaire agriculteur, et de Anne Garnier, tante d'André. À cette époque, il habite au 33bis rue Rosa Bonheur, Paris 15<sup>e</sup>. Ils auront deux fils, dont un posthume, et deux filles : René (né en 1908), Françoise (née en 1909), Hélène (née de 1911) et André (né en 1919), tous décédés. Actuellement plus aucun descendant ne porte son nom.

Les mesures de la méridienne de Lyon continuent. Les observations commencent à Pierre-en-Besse (10 juin au 7 juillet 1907). Elles sont d'abord retardées par la pluie et la brume mais furent ensuite favorisées par un temps exceptionnellement beau. Il en est de même au mont Poupet (8 au 25 juillet 1907) à cause de brumes solaires. Des signaux sont construits à La Mouillère (en deux jours), à La Chalentinne et à Nivigne (trois semaines, jusqu'à fin septembre, par suite d'une longue période de brumes très intenses). D'autres signaux sont élevés au Crêt de la Neige, au Grand Colombier et au Granier en moins d'un mois. En 1907, la portion de la chaîne allant du parallèle moyen du côté La Serre-Chailluz au côté Montellier-Grand Colombier est terminée. On retrouve certains de ces noms dans les carnets de Cholesky.

Cholesky effectue une mission en Crète, alors occupée par les troupes internationales, du 7 novembre 1907 au 25 juin 1908. À la suite d'une proposition du colonel Lubanski, commandant supérieur des troupes françaises en Crète et lui-même ancien géodésien, et d'une reconnaissance rapide effectuée en mars-avril 1906 par le lieutenant-colonel Robert Bourgeois

(1857 - 1945, qui deviendra général et sera élu à l'Académie des sciences, Section géographie et navigation, le 18 juin 1916) qui commandait la section de géodésie, il avait été décidé d'entreprendre la triangulation des secteurs français et britannique de l'île (départements de San Nicolo et de Candie) ainsi que le levé topographique du secteur français. Trois officiers, dont Cholesky et le commandant Lallemand, effectuent pendant trois mois les travaux préliminaires : mesure d'une base de 8 km de longueur dans la plaine de Kavousi et détermination d'une latitude et d'un azimut astronomiques au terme sud. Puis Cholesky reste seul trois mois de plus pour exécuter la triangulation des secteurs français et anglais. Les reconnaissances de terrain et la construction des signaux se poursuivirent en plein hiver. La Crète, large de 57 kilomètres au maximum et longue de 250, a un point culminant de plus de 2 400 mètres. À la fin mai, il était encore nécessaire, sur les hauteurs de Lassithi, de faire fondre la neige pour obtenir l'eau nécessaire au détachement. On conçoit donc la difficulté de la tâche qui se termina vers la mi-juin 1908. Malheureusement les circonstances politiques ne permirent pas de faire ensuite les relevés topographiques.

Le 25 mars 1909, Cholesky est nommé capitaine en second au 27<sup>e</sup> régiment d'artillerie et maintenu au Service géographique. Le 28 août 1909, il est rayé des contrôles du Service géographique et rejoint, le 14 septembre par décision ministérielle, le 13<sup>e</sup> régiment d'artillerie afin d'y effectuer son temps légal de deux ans comme commandant de la 13<sup>e</sup> batterie qui venait d'être créée. C'est à cette époque qu'il rédige le manuscrit conservé dans ses archives sur sa méthode de résolution des systèmes d'équations linéaires, la fameuse *méthode de Cholesky*.

Le 24 septembre 1911, il est affecté à l'état-major particulier de l'artillerie et, le 13 octobre de la même année, au Service géographique de l'armée dirigé par le général Bourgeois qui avait comme adjoint le capitaine

Chicoyneau de Lavalette du Coëtlosquet. La direction du nivellement en Algérie et en Tunisie lui est confiée. Le chef de la Section de géodésie est le lieutenant-colonel Lallemand, lui-même brillant géodésien. Du 27 octobre 1911 au 24 avril 1912, Cholesky effectue des travaux géodésiques en Algérie avec un séjour de 4 jours au Sahara (26-30 mars 1912) dans l'oasis du Rhir. Le 8 octobre 1912, il est de nouveau désigné pour prendre part à la campagne 1912-1913 des travaux de nivellement en Algérie et en Tunisie. Il devra être rendu à Marseille pour s'y embarquer le 25 octobre 1912 à 13h à destination d'Alger. Il a droit à une indemnité de 10 F par jour pour travaux géodésiques et à 5 F pour indemnité de montagne. Il est autorisé à emmener son soldat d'ordonnance mais pas son cheval. Il devra rentrer à Paris à l'issue de sa mission. Il poursuit donc, avec son ardeur habituelle, les travaux de triangulation en vue de l'établissement de cartes et ceux de nivellement de précision en Algérie et en Tunisie entre octobre 1912 et le 17 avril 1913.

En Algérie, ces travaux avaient pour but la construction d'une ligne de chemin de fer entre Orléansville, Vialar et Trumelet afin de relier le plateau agricole du Sersou à la vallée du Cheliff. Des difficultés considérables furent rencontrées à cause du terrain accidenté et de la rigueur du climat du massif de l'Ouarsenis. Un tronçon de la route entre Biskra et Touggourt fut également nivelé. En Tunisie, le nivellement de précision des routes et des voies ferrées de la région de Tunis fut mené à bien. Le réseau primordial tunisien fut terminé sur le terrain pendant l'hiver 1913-1914. Les calculs furent immédiatement revus, remis en ordre et le réseau fut arrêté et compensé [2].

Au mois de mai 1912, Cholesky avait reçu l'ordre d'étudier un procédé de nivellement permettant de travailler plus vite qu'en Algérie et en Tunisie tout en conservant une précision suffisante afin que les résultats puissent être immédiatement utilisables dans l'étude des chemins de fer et aussi,





éventuellement, dans le cadre d'ensemble des lignes à niveler ultérieurement au Maroc. La méthode et les conditions générales du travail furent d'abord étudiées au bureau puis essayées sur le terrain au polygone de Vincennes par quatre militaires mis à la disposition de Cholesky. Ceux-ci partirent pour Casablanca au début de juillet 1912 et opérèrent au Maroc jusqu'en janvier 1913.

Cholesky présente cette nouvelle méthode de calcul de correction de mire, qu'il avait mis au point à partir de 1910, dans le rapport qu'il rédige sur les opérations en Algérie et en Tunisie [2]. C'est la méthode de *double cheminement*, souvent appelée aussi du nom de son auteur. Elle est toujours enseignée à l'heure actuelle [15] et consiste à mener simultanément deux cheminements distincts en plaçant la mire de nivellement successivement en deux points distincts situés en arrière puis en deux points situés à l'avant et ainsi de suite. On calcule ensuite séparément les deux cheminements et l'on compare les résultats obtenus. Sa finalité était de limiter les effets de certains défauts instrumentaux. Selon certaines sources, on rapporte que, pour distinguer les deux porte-mire qui se déplacent en parallèle, l'un d'eux portait un pantalon rouge pour que l'opérateur ne s'embrouille pas !

Vers cette époque, son livret matricule d'officier fait état de blessures, mais sans précision de date.

Le 25 mai 1913, Cholesky est placé hors cadre, à la disposition du ministre des Affaires étrangères, et est nommé chef du Service topographique de la Régence de Tunis. Il y reste jusqu'au 2 août 1914, date de la mobilisation, où il rejoint le 7<sup>e</sup> groupe d'artillerie à Bizerte. Le 15 septembre il s'embarque à Bizerte pour rejoindre le dépôt du 16<sup>e</sup> régiment d'artillerie basé à Issoire. Il débarque à Marseille le 17.

### ■ L'enseignant

De décembre 1909 (et peut-être avant) jusqu'à janvier 1914 au moins, Cholesky participe à l'enseignement par correspondance de l'École spéciale des travaux publics, du bâti-

ment et de l'industrie fondée en 1891 par Léon Eyrolles. Cette École comportait cent dix professeurs et sept mille élèves, internes, externes ou correspondants, dans tous les pays du monde. Cholesky doit corriger des devoirs envoyés par les élèves et surtout rédiger des cours. On possède plusieurs lettres du directeur adjoint les lui réclamant avec insistance. Il est chargé d'un cours de Topographie générale et d'un cours de Calcul graphique des contenances. En janvier 1914, il reçoit même une lettre lui demandant de préparer un cours de Notions de cosmographie et d'astronomie de position. On trouve dans les papiers qu'il a laissé des manuscrits correspondants à ces cours, ainsi que les exercices qu'il avait préparés.

### ■ La guerre

Le 24 septembre 1914, Cholesky est nommé commandant de la 9<sup>e</sup> batterie du 23<sup>e</sup> régiment d'artillerie. Le 27 septembre, il est désigné pour remplacer le commandant du 3<sup>e</sup> groupe qui vient d'être évacué. Il y fait fonction de chef d'escadron jusqu'au 18 octobre. Par suite de l'arrivée du commandant Girard, il retourne au commandement de sa batterie.

Au début de la guerre, les cartes d'état-major françaises au 1/80 000<sup>e</sup> utilisaient la projection de Bonne. L'artillerie, qui tirait jusque-là à vue, fut amenée à pointer des objectifs invisibles définis par leur position sur une carte. L'expression de "plan directeur" provient du fait qu'il était utilisé pour diriger le tir de batteries. Il fallait perfectionner la préparation des tirs en s'appuyant sur des cartes plus précises où le relief devait être représenté. Il était également indispensable de se représenter les positions ennemies. On ne pouvait aller les lever directement sur le terrain. On fit donc appel à la photographie aérienne alors débutante. Les avions volaient bas, étaient instables et prenaient des photographies obliques qu'il fallait ramener à l'horizontale. Cholesky fut engagé dans toutes ces opérations. Les Groupes de canevas de tir furent créés vers la fin de 1914. Ils devaient fournir des cartes quadrillées, primor-

diales pour les calculs de pointage des artilleurs, et durent faire face à la prolifération des systèmes locaux de coordonnées. C'est pourquoi, le général directeur du Service géographique de l'armée demanda, par une note du 10 avril 1915, leur avis à ces groupes sur le choix d'une projection unique pour tout le front. La proposition du chef de bataillon Lavalette-Coëtlosquet, qui commandait le groupe de canevas de tir de la 1<sup>ère</sup> armée, fut retenue. Elle consistait à adopter la projection conforme due à Johann Heinrich Lambert (1728 - 1777) en 1772. Cette méthode de projection permettait de représenter la surface sphérique de la Terre en conservant les angles, de ne pas déformer le terrain, de respecter les dimensions relatives, de conserver l'échelle des distances et les alignements afin de pouvoir calculer les coordonnées [11]. La décision du 18 juin 1915 entérine ce choix.

Le 3 janvier 1915, Cholesky est détaché auprès du général commandant l'artillerie du 17<sup>e</sup> corps d'armée pour l'organisation du tir. Le 11 février, il est affecté au Service géographique de l'armée pour être employé à un groupe de canevas de tir du détachement de l'armée des Vosges. Il rejoint son poste le 15 février. Il fut l'un des officiers qui comprit le mieux et développa le plus le rôle de la géodésie et de la topographie dans l'organisation des tirs d'artillerie.

De nombreux documents relatifs à ces travaux se trouvent dans les archives de l'École polytechnique. Il fit, comme attaché à la commission d'étude dirigée par le général Nourrisson, un certain nombre de conférences sur l'organisation du tir à des officiers d'artillerie (en mai 1915 avec le capitaine de Fontanges puis à Saint-Dié, en janvier 1916). Mais son activité ne se limitait pas là. Il s'intéressait également au repérage et à la surveillance des aéronefs, au point apparent d'émission des claquements des canons, à la photographie aérienne, aux appareils de pointage pour les mitrailleuses placées sur les avions Nieuport. Il rédigea de nombreux documents relatifs à ces



questions ainsi que des rapports sur l'utilisation des canevas de tir, sur le but des groupes de canevas et la répartition du travail en leur sein, sur l'emploi des contre-batteries, sur le tir d'artillerie contre des batteries masquées, sur la correction de pointage en combat aérien, sur le travail de l'officier cartographe, etc. Il commence à apprendre l'anglais. En juillet 1916, il devient chef du Groupe des canevas de tir de la VII<sup>e</sup> armée commandée par le général de Villaret. Cholesky est affecté, du 25 septembre 1916 à février 1918, à la mission militaire en Roumanie (entrée en guerre à côté des alliés à la fin août) par décision du général Berthelot, commandant en chef. Il y rendit d'éminents services. Il y exerce les fonctions de directeur technique du Service géographique et, sur plusieurs documents officiels, il est fait état du grade de lieutenant-colonel (peut-être à titre temporaire, comme une célèbre autre personnalité). En avril 1916, il s'installe au quartier général de la II<sup>e</sup> armée à Bacau. Il organise complètement le Service géographique de l'armée roumaine. De nombreux documents, souvent épais, relatifs à cette organisation se trouvent dans les archives de l'École polytechnique. On y voit les talents d'organisateur et le souci des détails manifestés par Cholesky.

Le 6 juillet 1917, Cholesky est promu chef d'escadron, c'est-à-dire commandant. Le 17 décembre 1917, le colonel J. Pavelescu, chef du Service géographique de l'armée roumaine, le nomme officier de l'Ordre Steaua României avec épées au cours d'un dîner d'adieu (sans doute à Jassy) offert à l'occasion du départ des Français de la Roumanie.

Le 5 juin 1918, il est affecté au 202<sup>e</sup> régiment d'artillerie de campagne qui fait partie de l'armée du général Mangin. Entre le 15 août et le 26 septembre, ce régiment participera à l'offensive sur la ligne Hindenburg. Cette ligne passait par Lassigny, Ribécourt-Dreslincourt et Tracy-le-Mont. Les Allemands y avaient installé de nombreuses fortifications et y avaient aménagé des carrières, des postes de commandement, des observatoires,

des abris, mais aussi des cimetières et des hôpitaux.

Le 202<sup>e</sup> régiment d'artillerie de campagne est engagé dans des combats sur l'Ailette le 23 août et à Courson. Le 25 août, l'armée de Mangin s'apprête à rompre le front ennemi entre l'Aisne et Saint-Gobain.

Le 31 août 1918, le commandant Cholesky décède à 5h du matin dans une carrière au nord de Bagneux (dans l'Aisne, à environ 10 km au nord de Soissons) des suites de blessures reçues sur le champ de bataille. Il fut inhumé au cimetière militaire de Chevillécourt près d'Autrèches dans l'Oise, à une quinzaine de kilomètres à l'ouest de Soissons. Le 24 octobre 1921 son corps sera transféré au cimetière de Cuts (dans l'Oise, à 10 km au sud-est de Noyon), tombe 348, carré A. La ligne Hindenburg sera percée le 2 septembre 1918, au cours de la seconde bataille d'Arras.

Cholesky était officier du Nicham Iftikhar (10 juin 1907), Officier d'académie (23 avril 1908), chevalier de la Légion d'honneur (10 avril 1915), titulaire de la Croix de guerre avec palme, officier de l'Étoile de Roumanie avec épées (17 décembre 1917), et décoré de l'Ordre de Saint Stanislas (6 août 1917) et du Nicham Medjidié.

On trouvera des documents sur Cholesky (carnets de campagne et archives militaires) dans [11]. Son dossier militaire est consultable au Service historique de la défense, au fort de Vincennes, no. 5YE 126.454.

## La méthode de Cholesky

Considérons un système d'équations linéaires  $Ax = b$  où la matrice  $A$  est symétrique définie positive. La méthode de Cholesky pour calculer le vecteur  $x$ , solution de ce système, consiste à trouver une matrice  $L$ , triangulaire inférieure à diagonale positive (c'est-à-dire dont tous les éléments au-dessus de la diagonale principale sont nuls et ceux de cette diagonale positifs) et telle que  $A = LL^T$ , où  $L^T$  désigne la transposée de  $L$ . Le système s'écrit alors  $LL^T x = b$ . Si l'on pose  $L^T x = y$ , il devient  $Ly = b$ . On résout alors très

facilement ce premier système, ce qui fournit le vecteur  $y$ , puis l'on résout ensuite le second système triangulaire  $L^T x = y$ , ce qui donne  $x$ .

Cholesky ne publia jamais sa méthode bien qu'il ait rédigé lui-même des rapports sur les opérations de nivellement de précision qu'il dirigeait en Algérie et en Tunisie.

Les analyses mathématiques qui suivent, ainsi que la description de la diffusion de la méthode de Cholesky, proviennent de l'article [9]. Je remercie Le Société mathématique de France qui a autorisé la reproduction de ce texte.

### ■ Application à la topographie

Considérons maintenant le système  $Mx = c$  où la matrice  $M$  possède  $m$  lignes et  $n$  colonnes. Lorsque  $m < n$ , c'est-à-dire lorsque le nombre d'équations est inférieur au nombre d'inconnues, ce système a une infinité de solutions. Parmi toutes les solutions possibles, on peut rechercher celle qui minimise la somme des carrés des inconnues. C'est exactement ce cas que l'on rencontre dans les questions de compensation des réseaux géodésiques dont Cholesky eut à s'occuper.

On aboutit au système  $Ax = b$ , où  $A$  est une matrice carrée symétrique définie positive, en posant  $x = M^T y$  et  $Mx = c$ , on obtient  $MM^T y = c$ , ce qui correspond à  $A = MM^T$  et  $b = c$  dans nos notations précédentes. Cholesky va donc chercher une matrice  $L$  triangulaire inférieure telle que  $A = LL^T$  puis résoudre le système comme nous l'avons expliqué auparavant.

Pour établir une carte, le topographe doit réaliser une triangulation du terrain. Selon l'échelle de la carte, il est nécessaire de tenir compte de la forme exacte de la terre. Les angles et les longueurs sont astreints à vérifier des équations de condition qui expriment le fait que la somme des angles d'un triangle doit être égale à une valeur connue (supérieure à 180 degrés pour tenir compte de la sphéricité de la terre si la région couverte est importante), qu'en chaque point la somme des angles doit valoir 360 degrés et que les longueurs



## Application à la topographie - Quelques rappels

Avant l'utilisation du GPS, les réseaux géodésiques ou topographiques étaient constitués d'un enchaînement de triangles dont on mesurait les angles et quelques distances, la figure géométrique étant orientée par quelques mesures d'azimut.

Le souci des géodésiens et plus généralement des topographes est d'obtenir par une compensation, un réseau géométrique qui soit très voisin du réseau observé en acceptant de très légères déformations, mais en obtenant des coordonnées uniques pour chaque point.

La "Méthode des moindres carrés" a pour but de déterminer un réseau définitif qui rend minimum la somme des carrés des corrections apportées aux observations. Elle se décompose en plusieurs étapes : calcul des coordonnées approchées des points du réseau, pose des relations d'observation ou des équations de conditions, calcul des coefficients des équations normales et résolution du système symétrique par une méthode de calcul numérique.

**Les équations de condition** reposent sur les relations mathématiques existant entre les éléments des triangles. Elles ont l'inconvénient de ne pas être linéaires, à l'exception de celles concernant les fermetures à 180° des triangles. Elles ne conviennent que pour des figures simples car elles sont délicates à poser. Les seules équations de condition simples à écrire sont, en altimétrie, celles relatives aux fermetures à zéro des boucles de nivellement direct.

**Les relations d'observation** correspondent à des visées, des mesures de distance et des déterminations azimutales, et sont relativement aisées à poser. Elles n'imposent pas la mesure de tous les sommets des triangles. A chaque observation correspond une relation d'observation de la forme :

$$\text{Valeur approchée} + \text{corrections} - \text{valeur observée} = \text{résidu}$$

Les inconnues sont les *corrections* et le *résidu*. Ce sont des longueurs au sens des "équations aux dimensions" et elles peuvent être exprimées graphiquement.

Pour un réseau de triangulation, on obtient  $n$  relations d'observation liant  $p$  inconnues qui sont les *corrections* à apporter à des valeurs approchées des inconnues initiales (coordonnées des points nouveaux, constantes d'orientation des tours d'horizon...) plus  $n$  inconnues que sont les *résidus*.

On obtient ainsi un système linéaire de  $n$  relations d'observation à  $p+n$  inconnues dans lequel  $p$  est supérieur à  $n$ . Le système admet de multiples solutions. La méthode de résolution par les moindres carrés consiste à imposer que la somme des carrés des résidus de chaque relation d'observation soit minimum, ce qui fournit les  $p$  relations qui manquent au système de  $n$  relations d'observation, pour obtenir une solution unique.

Ce système de  $p+n$  équations, dit "système des équations normales", établi à partir des relations d'observation est symétrique par rapport à sa diagonale principale, ce qui permet sa résolution par la méthode de Cholesky, dernière étape du calcul de compensation.

Roger Serre

On arrive alors à un système linéaire ayant plus d'inconnues que d'équations. On peut donc toujours modifier la valeur des angles de façon que ces équations de condition soient satisfaites au mieux. C'est ce que le mathématicien, astronome et topographe allemand Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855) appelle la *compensation*. Si l'on a  $n$  compensations  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  qui doivent satisfaire  $m$  équations de condition, avec  $m < n$ , on est alors conduit à un système  $r = Mx - c = 0$  où les lignes de  $M$  sont linéairement indépendantes. On va choisir, comme Gauss, les compensations les plus plausibles, c'est-à-dire celles qui minimisent la somme des carrés  $\|x\|_2^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$ . Pour résoudre ce problème, Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813) introduit  $m$  nouvelles variables  $y = (y_1, \dots, y_m)^T$ , les *multiplieurs de Lagrange*, puis cherche à annuler les dérivées partielles de la fonction  $f(x) = \|x\|_2^2 - 2(y, r)$  par rapport aux inconnues  $x_i$ . On a  $\delta f(x)/\delta x_i = 2x_i - 2(y, M_i^T) = 0$  où  $M_i^T$  désigne la  $i^{\text{e}}$  ligne de la matrice  $M^T$ , ce qui conduit à  $x = M^T y$ . En effectuant le remplacement de  $x$  dans le premier système, on obtient  $MM^T y = c$ . On dit que l'on a résolu le système  $Mx = c$  au sens des moindres carrés.

Signalons que si  $m > n$ , c'est-à-dire si le nombre d'équations est supérieur au nombre d'inconnues, le système  $Mx = c$  ne possède, en général, pas de solution. On cherche alors le vecteur  $x$  qui minimise la norme euclidienne du résidu  $r = c - Mx$ , c'est-à-dire solution (unique si les colonnes de  $M$  sont linéairement indépendantes) du système  $M^T Mx = M^T c$ .

### ■ Analyse du manuscrit de Cholesky

L'analyse qui suit reprend celle publiée dans [9]. On y trouvera le texte de Cholesky auquel renvoient les numéros des systèmes référencés. Je remercie la rédaction de la Revue d'Histoire des Mathématiques qui m'a autorisé à la reproduire ici. On peut également consulter ce manuscrit à l'adresse <http://www.bibnum.education.fr/mathematiques/algebre/sur-la->

doivent rester les mêmes quel que soit l'ordre dans lequel les mesures sont effectuées. Enfin, certains points géodésiques ne peuvent être observés qu'à distance et ne sont pas accessibles directement pour y installer les instruments de mesure. C'est, par exemple, le cas des clochers, des faîtes des constructions élevées ou des cheminées.

Ainsi que l'écrit Cholesky [14, p. 264]

"Toutes les fois que l'on fait une trian-

gulation calculée, il y a avantage à faire également une compensation par le calcul. On est alors amené à écrire un certain nombre d'équations représentant les relations géométriques entre les divers éléments des figures de la triangulation et comme il y a généralement plus d'inconnues que d'équations, on lève l'indétermination en écrivant que la somme des carrés des corrections est minima."



resolution-numerique-des-systemes-dequations-lineaires

Suivons maintenant pas à pas l'exposé de Cholesky. Il commence par considérer le système linéaire carré I :  $\alpha\gamma + C = 0$ , où  $\alpha$  est une matrice  $n \times n$ ,  $\gamma$  et  $C$  des vecteurs de dimension  $n$ .

Puis il pose II :  $\gamma = \alpha^T\lambda$ . Ainsi I devient III :  $A\lambda + C = 0$ . Il donne ensuite les formules IV qui permettent de calculer les éléments de la matrice  $A$  : l'élément de  $A$  qui se trouve dans la colonne  $p$  et la ligne  $q$  est le produit scalaire des lignes  $p$  et  $q$  de la matrice  $\alpha$  du système I. Il remarque que  $A = \alpha\alpha^T$  et que, l'ordre des facteurs pouvant être inversé dans un produit,  $A$  est symétrique.

Cholesky se propose donc de résoudre un système de la forme III. Il remarque que si  $\gamma$  est connu alors II est un système équivalent à III, mais avec  $\lambda$  comme inconnue. On peut donc résoudre III si l'on trouve un système I permettant de calculer facilement  $\gamma$ .

C'est ce qu'il se passe si la matrice  $\alpha$  du système I est triangulaire inférieure. En effet, la première équation ne contient que  $\gamma_1$ , la seconde ne contient que  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ , et ainsi de suite. Il faut donc trouver un système V :  $\alpha\gamma + C = 0$ , avec  $\alpha$  triangulaire inférieure. Une fois trouvé  $\gamma$ , le système II devient le système VI :  $\alpha^T\lambda - \gamma = 0$ , qui se résout de proche en proche à partir de  $\lambda_n$  puisque  $\alpha^T$  est triangulaire inférieure.

Il reste maintenant à calculer les éléments de la matrice triangulaire inférieure  $\alpha$ . Il suffit pour cela d'utiliser les formules IV qui donnent les éléments de  $A$  en fonction de ceux de  $\alpha$  en identifiant les éléments correspondants des matrices  $A$  et  $\alpha\alpha^T$ . On obtient alors les formules de base de la méthode de Cholesky telles qu'on les trouve dans tous les livres d'analyse numérique.

Ces formules contiennent un calcul de racine carrée, ce qui explique l'autre nom donné ultérieurement à la méthode. En passant, Cholesky démontre que sa technique revient à décomposer une matrice  $A$  symétrique en un produit  $A = \alpha\alpha^T$  avec  $\alpha$  triangulaire inférieure. Il faut remarquer qu'à aucun moment il ne se

préoccupe de savoir si les quantités dont il doit prendre la racine carrée sont positives. Mais il est vrai que, dans le cas qui l'intéresse, elles le sont toujours. Enfin, Cholesky donne les formules permettant de résoudre le système V :  $\alpha\gamma + C = 0$ , et dit que la résolution du système VI :  $\alpha^T\lambda - \gamma = 0$  est similaire.

Cholesky s'intéresse ensuite à la mise en œuvre de sa méthode. Puisque  $A$  est symétrique, seule la moitié de la matrice est nécessaire, la seconde moitié pouvant être utilisée pour y placer la matrice  $\alpha$ . Le calcul des éléments de  $\alpha$  nécessite une somme algébrique de produits. Cette somme s'effectue automatiquement sur une machine à calculer du type *Dactyle* dont on utilise les pleines capacités. D'autre part, cette machine met l'opérateur à l'abri des erreurs de signe en indiquant le résultat avec des chiffres blancs ou rouges suivant son signe. Ces machines *Dactyle* furent construites par l'entreprise Château jusqu'au début des années 1950. Ce sont celles dont le corps est formé par un quart de cylindre sur lequel coulisent des index que l'on place en face des chiffres décimaux et qui comportent une manivelle sur la droite de l'appareil. Ces machines avaient été inventées par l'ingénieur suédois Willgodt-Theophil Odhner (1845 - 1905) vers 1878. Le brevet étant tombé dans le domaine public en 1906, de nombreuses copies en furent alors fabriquées dans le monde entier, certaines avec des améliorations.

Puis Cholesky discute les avantages de sa méthode du point de vue de la précision numérique. Il considère un système général  $A\lambda + C = 0$ . Il le remplace par la résolution successive de  $\beta\varepsilon + C = 0$ , où la matrice  $\beta$  est triangulaire inférieure, et de  $\delta\lambda - \varepsilon = 0$ , où la matrice  $\delta$  est triangulaire supérieure. On a donc  $A = \beta\delta$ , d'où, par identification, les formules qui fournissent les éléments de ces matrices. Le produit des éléments de  $\beta$  et  $\delta$  situés ligne  $p$  et colonne  $q$  est égal au carré de l'élément correspondant de  $\alpha$ , c'est-à-dire  $\beta_{pq}\delta_{pq} = \alpha_{pq}^2$ . Les calculs s'effectuent forcément avec une précision limitée. Donc ces nombres sont

entachés d'une erreur  $\eta$ . Le calcul de  $\alpha_{pq}^2$  introduit, en première approximation, une erreur  $2\alpha_{pq}\eta$  et celui de  $\beta_{pq}\delta_{pq}$  une erreur de  $(\beta_{pq} + \delta_{pq})\eta$ . Puisque  $\beta_{pq}\delta_{pq} = \alpha_{pq}^2$ , on a donc  $(\beta_{pq} + \delta_{pq})\eta = (\beta_{pq} + \alpha_{pq}^2/\beta_{pq})\eta$ . En dérivant cette expression par rapport à  $\beta_{pq}$  on voit que cette erreur est minimale lorsque  $\beta_{pq} = \alpha_{pq}$ . On doit donc avoir  $\delta_{pq} = \beta_{pq}$  et Cholesky en conclut que sa méthode, où les deux matrices sont transposées l'une de l'autre, est celle qui conduit à l'erreur numérique la plus faible. On voit qu'il fait là un véritable travail d'analyse numérique.

Mais ses réflexions continuent. Sa méthode réclame l'extraction de racines carrées. Il indique alors un procédé différent de ceux prônés par les constructeurs de machines à calculer. Soit à calculer  $r = \sqrt{N}$  et soit  $n$  une valeur approchée de cette racine carrée. On pose  $r = n + \varepsilon$ , d'où

$$N = r^2 = (n + \varepsilon)^2 = n^2 + 2n\varepsilon + \varepsilon^2 \approx n(n + 2\varepsilon)$$

en se limitant aux termes du premier ordre. Cholesky en déduit que

$$\varepsilon \approx \frac{1}{2} \left( \frac{N}{n} - n \right)$$

et que l'on obtient une meilleure approximation de  $r$  en ajoutant cette valeur à  $n$ . Si l'on effectue cette opération on obtient

$$r \approx n + \frac{1}{2} \left( \frac{N}{n} - n \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{N}{n} + n \right)$$

procédé qui peut être itéré et n'est autre que la méthode d'Héron d'Alexandrie (utilisée sur toutes les calculettes).

Cholesky discute ensuite la vitesse de convergence de cette méthode d'extraction de la racine carrée : supposons que l'on dispose d'une table numérique donnant les valeurs des racines carrées avec 3 chiffres significatifs exacts.  $\varepsilon/n$  est alors inférieur à  $10^{-2}$  et son carré est inférieur à  $10^{-4}$ . La première itération fournit par conséquent 5 chiffres significatifs.  $(\varepsilon/n)^2$  est plus petit que  $10^{-8}$  et la seconde itération donne donc 9 chiffres exacts. Cholesky en conclut que si la table numérique dont on est parti donne la racine carrée avec un chiffre exact, alors on double le nombre de chiffres





exacts à chaque itération. La procédure est d'ordre 2, elle est à convergence quadratique.

Il expose ensuite une méthode pour vérifier si aucune erreur ne s'est glissée dans les calculs. Pour ce faire, il considère le système  $A\lambda' - V = 0$ , où  $V = Ae + C$  et où  $e$  est le vecteur dont toutes les composantes valent 1. Si l'on résout ce nouveau système par la même méthode on aura  $\alpha\gamma' - V = 0$ , dont la résolution fournit le vecteur  $\gamma'$ , puis on obtiendra  $\lambda'$  comme solution du système  $\alpha^T\lambda' = \gamma'$ . Cholesky exprime cette propriété en écrivant que *cette relation linéaire se maintiendra et sera encore vraie pour les coefficients  $\alpha$* . On a donc  $A\lambda' - V = A\lambda' - Ae - C = A(\lambda' - e) - C = 0$ , ce qui montre, en comparant avec le système initial  $A\lambda + C = 0$ , que, pour tout  $p$ ,  $\lambda_p + \lambda'_p = 1$ . On a donc là un moyen pour vérifier les calculs au fur et à mesure de leur avancement. Comme le fait remarquer le commandant Benoît, *on ne passe ainsi au calcul d'une colonne qu'après vérification certaine de la précédente*.

Cholesky termine son travail en faisant état du temps de calcul nécessaire pour résoudre divers systèmes par sa méthode. Il faut 4 à 5 heures pour obtenir la solution d'un système de 10 équations à 10 inconnues avec 5 chiffres exacts.

Dans tous les travaux de Cholesky, comme d'ailleurs dans ceux de nombreux militaires, on voit le souci constant, non seulement de proposer de bonnes solutions, souvent même originales, mais aussi celui de les rendre facilement utilisables et vérifiables par des hommes sans grande formation mathématique, grâce à des tableaux simples ou à des machines à calculer dont il se préoccupe également d'améliorer l'emploi.

De nos jours, la méthode de Cholesky est toujours d'une importance majeure.

### ■ Diffusion de la méthode de Cholesky

La méthode de Cholesky fut, en fait, exposée pour la première fois dans une note de 1924 [4], soit six ans après la mort de son auteur, par le comman-

dant Benoît, de l'artillerie coloniale, ancien officier géodésien au Service géographique de l'armée et au Service géographique de l'Indochine, membre du Comité national français de géodésie et de géophysique. Dans son article, Benoît commence par expliquer que, dans les problèmes de compensation des réseaux, on doit résoudre un système linéaire avec plus d'inconnues que d'équations (les équations de condition) et que, pour déformer le moins possible les triangles observés, on doit rechercher la solution de norme euclidienne minimale. Comme nous l'avons vu, ce problème de minimisation est résolu en annulant les dérivées partielles d'une certaine fonction qui s'exprime à l'aide des multiplicateurs de Lagrange.

On arrive ainsi à la méthode des moindres carrés due à Adrien-Marie Legendre (1752-1833) et aux équations normales dont les multiplicateurs de Lagrange sont les inconnues. Benoît explique comment, pour résoudre ces équations normales, Cholesky factorise la matrice en un produit d'une matrice triangulaire inférieure par sa transposée. En identifiant les termes correspondants, il retrouve les formules de Cholesky, mais sa présentation est quelque peu différente. Puis Benoît précise la manière de disposer les calculs dans un unique tableau afin de faciliter les calculs. Il passe enfin à la description de l'achèvement des calculs et de la vérification des résultats tels qu'ils avaient été exposés par Cholesky, puis illustre la méthode par un exemple numérique complet.

La méthode de Cholesky semble avoir été connue des géodésiens et topographes. Ainsi, en Suède, Tryggve Rubin (1874-1946) en fait état en 1926 et elle est mentionnée par Hans W. Ahlmann (1889 - 1974) et L. Rosenbaum en 1933. Le danois Henry Jensen (1915 - 1974) cite l'article de Benoît en 1944. Mais son essor décisif est dû à John Todd (1911 - 2007) qui l'exposa dans son cours d'analyse numérique au King's College de Londres dès 1946 et la fit ainsi connaître. Avec sa femme, la mathématicienne Olga Taussky (1906-1995),

ils racontent (traduction personnelle de [16]).

*"En 1946 l'un de nous [John Todd] donna un cours au King's College de Londres (KCL) sur les mathématiques numériques. Bien que nous ayons quelque expérience du temps de guerre en mathématiques numériques, incluant les valeurs propres de matrices, nous n'avions eu que peu affaire avec la résolution des systèmes d'équations linéaires. Afin de voir comment ce sujet pouvait être présenté, nous fîmes un examen de Math. Rev. (facile à cette époque !) et trouvâmes une analyse (MR 7 (1944), 488) d'un article de Henry Jensen, écrite par E. Bodewig. Jensen déclarait : "la méthode de Cholesky semble posséder tous les avantages". Ainsi il fut décidé de suivre Cholesky et, puisque la méthode était clairement exposée, nous n'essayâmes pas de trouver l'article original.*

*Leslie Fox, alors dans la Division de mathématiques nouvellement créée du (British) National Physical Laboratory (NPL), suivit le cours et apparemment trouva la méthode de Cholesky attractive puisqu'il la rapporta au NPL, où il l'étudia en profondeur avec ses collègues. À partir de ces articles, la méthode de Cholesky (ou parfois Choleski) fit son chemin dans les boîtes à outils des algébristes numériques linéaires via les manuels des années 1950."*

Dans les examens du B.A. Honours et du B.Sc. *Special en Mathematics, Advanced Subjects Numerical Methods* pour les étudiants internes au King's College en 1947, Todd donna un exercice sur l'application de la méthode de Cholesky à une matrice de Hilbert  $4 \times 4$ . Comme il le raconte, Todd porta cette méthode à l'attention de Leslie Fox (1918 - 1992), Harry Douglas Huskey (né en 1916) et James Hardy Wilkinson (1919 - 1986), qui en firent la première analyse. Sa stabilité numérique fut simultanément étudiée par Alan Mathison Turing (1912 - 1954), l'un des pionniers de l'informatique et des ordinateurs, en 1948.

Il y a quelques années encore, la seule trace de la méthode de Cholesky qui existait dans la littérature scientifique était cet article du commandant Benoît.



En France, les archives personnelles sont ouvertes au public 120 ans après la naissance de la personne concernée. C'est ainsi que, dès le 16 octobre 1995, j'allais au fort de Vincennes consulter les archives des armées, puis publiais un premier article sur Cholesky [7]. C'est à partir de cet article qu'Yves Dumont, alors à l'Université de la Réunion, bâtit un site internet sur Cholesky. Quelques années plus tard, il fut contacté par Michel Gross, un petit-fils de Cholesky, et il le dirigea vers moi. La famille venait de déposer à l'École polytechnique les documents en sa possession et Michel Gross ainsi que Claudine Billoux, archiviste à l'École polytechnique, voulaient que je les aide à les classer. Et c'est ainsi que nous découvrîmes le manuscrit original, dont on ne soupçonnait même pas l'existence, où Cholesky lui-même exposait sa méthode. Cette découverte donna lieu à la publication de divers articles [12, 9, 10, 11]. Des documents sont accessibles à partir de ma page web.

Le manuscrit de Cholesky comprend huit pages 21,8 cm x 32 cm. Il est intitulé *Sur la résolution numérique des systèmes d'équations linéaires* et porte la date du 2 décembre 1910. Contrairement aux autres textes de sa main, il ne comporte presque pas de ratures. Seuls quelques mots sont rayés et remplacés par d'autres. On peut donc supposer qu'il ne s'agit pas là d'une première rédaction, mais nous n'avons aucune indication sur la date exacte à laquelle Cholesky inventa sa méthode.

## Le commandant Benoît

Comme il a été déjà mentionné, la méthode de Cholesky a été publiée pour la première fois en 1924 par un certain commandant Benoît [4]. Qui était-il ? Même l'initiale de son prénom était inconnue. Après avoir longtemps cherché des informations sur internet, j'ai découvert par hasard que cette initiale était un E. Puis, j'ai pensé qu'un géodésien pouvait être, comme Cholesky, un ancien élève de l'École polytechnique, ce qui était bien le cas. Il n'y en avait qu'un seul dont

le prénom commençait par cette initiale et, de plus, les dates pouvaient correspondre. Connaissant son prénom, il a été ensuite possible de retrouver sa trace dans les registres de l'armée aux archives de celle-ci au fort de Vincennes, puis d'avoir accès à son dossier personnel (cote 7YE 2925) épais de quatre ou cinq centimètres. Voici une courte biographie de cet officier.

Ernest Benoît est né à Morez, dans le Jura, le 15 juillet 1873. Il est le fils de Charles Auguste Benoît, peintre en bâtiment, habitant à Chalons-sur-Saône, né le 26 avril 1827 et de Louise Adelaïde Romand. Après avoir obtenu son baccalauréat à Lyon en juillet 1890, il entre à l'École polytechnique en 1893 (66<sup>e</sup> sur 239). Il est boursier avec trousseau, mesure 1 m 60, a les cheveux châtain et les yeux bruns. Il est admis ensuite à l'École d'application de l'artillerie et du génie, le 1<sup>er</sup> octobre 1895 (Cholesky ne sera admis à l'École polytechnique que le 15 octobre 1895). Il est affecté un an plus tard au 37<sup>e</sup> régiment d'artillerie où il est sous-lieutenant. Il serait fastidieux d'énumérer en détail la succession de ses promotions et de ses très nombreuses affectations.

Du 27 janvier 1899 au 22 janvier 1900, il est envoyé en mission au Sénégal, puis en Guinée jusqu'en août. Le 24 mai 1901, il est affecté au Service géographique de l'armée et se retrouve en Tunisie du 21 novembre 1901 au 27 juin 1902, puis du 16 décembre 1902 au 1<sup>er</sup> mai 1903. C'est certainement là qu'il croise de nouveau Cholesky. Ses missions suivantes l'envoient au Tonkin (1/8/1903 - 25/10/1905), puis en Algérie (13/10/1906 - 30/3/1907) et de nouveau au Tonkin (11/10/1908 - 5/7/1911 puis 15/2/1913 - 1/8/1914) jusqu'à la déclaration de guerre de 1914. Le 25 janvier 1913, il épouse Marguerite Jeanne Marie de Lanessan.

De novembre 1914 à mai 1916, il fait partie du groupe des canevas de tir de la X<sup>e</sup> armée où il croise peut-être encore Cholesky. Il participe à la *préparation des attaques de 1915 en Artois, à l'établissement des méthodes de travail et des premiers*

*plans directeurs de ces canevas de tir.* En mars 1916, il commande une batterie de canons de 75 sur le front de Soissons. Il est promu chef d'escadron le 13 avril 1918 et fait partie de la commission d'études pratiques d'artillerie de côte à Toulon. Le 27 mai 1918, il réussit à sauver son matériel près de Fismes, ce qui lui vaut des rapports très élogieux de sa hiérarchie. De septembre 1919 à décembre 1921, il fait partie de la mission militaire française en Grèce comme adjoint au directeur du Service géographique hellénique. De 1922 à 1924, il donne des cours de topographie. On le trouve en mer du 28 mai au 8 juin 1925 pour rejoindre l'Afrique occidentale française où il demeurera jusqu'au 10 mai 1927. Il devient lieutenant-colonel le 25 décembre 1924. Sa carrière se continue en Indochine et il devient colonel le 25 décembre 1928. Il dirige alors l'artillerie en Cochinchine et au Cambodge. Le 28 janvier 1933, il est promu commandeur de la Légion d'honneur. Enfin, le 3 octobre 1937, il est admis à faire valoir ses droits à la retraite et se retire à Sainte-Marguerite, par La Garde, près de Toulon. Il décède en 1956.

Ernest Benoît a toujours été apprécié de ses chefs, avec cependant quelques nuances :

*Technicien remarquable, spécialiste de grande valeur en géodésie.*

*Culture très étendue. Hésitant quelquefois par excès de conscience et de désir de mieux faire. Il lui arrive de remettre en question des solutions admises, ce qui ralentit l'exécution des travaux.*

*Officier supérieur dont il est bien difficile de suivre la pensée ; change d'avis avec une facilité déconcertante, excès de conscience sans doute. Le général Billotte.*

À part l'article sur la méthode de Cholesky, Benoît est l'auteur d'autres travaux scientifiques dont une méthode nouvelle d'observation des latitudes astronomiques, une méthode de calcul des corrections initiales et de transport de tir par règle à calcul et, au Bureau des longitudes, d'un travail sur des formules de calcul





des coordonnées géographiques [5,6]. Dans sa séance du 22 décembre 1924, l'Académie des sciences lui décerne le prix Tchihatchef (C.R.A.S., tome 179, pages 1486-1488) destiné à récompenser un naturaliste qui s'est distingué dans l'exploration du continent asiatique.

#### PRIX TCHIHATCHEF

(Commissaires MM. Bertin, Lallemand, Fournier, Guignard, Douvillé, Mangin, Gentil ; Bourgeois, Ferrié, rapporteurs.)

La Commission propose d'attribuer Un prix de 1500 fr. au commandant Ernest Benoît, pour ses travaux de géodésie exécutés en Indo-Chine.

Rapport de M. le général Bourgeois, sur les travaux de M. Benoît.

Le chef d'escadron Ernest Benoît a fait à peu près toute sa carrière au Service géographique de l'armée, dans les annexes coloniales. Il a pris part

- 1- À la délimitation de la Guinée portugaise pendant cinq années, 1901, 1902, 1903, 1907 et 1908.
- 2- En 1904, 1905, 1906, 1909, 1910 et 1911, il a été exécuté d'importants travaux géodésiques en Indo-Chine. Ces travaux, très importants, ont largement contribué à l'établissement du réseau primordial qui a servi de base aux travaux de second ordre, bases de la carte, et ont compris deux grandes chaînes méridiennes, celle d'Annam et celle du Mékong, reliées entre elles par six transversales, soit 4000 km de chaînes. Le travail géodésique de triangulation a été appuyé sur deux bases mesurées sous la direction du commandant Benoît. C'est au cours de ces travaux que le commandant Benoît établit certaines formules nouvelles de géodésie pratique dont nous parlerons plus loin.
- 3- Le commandant Benoît prit part également aux travaux géodésiques du Service géographique, en Algérie et Tunisie. Nous disions que le commandant Benoît avait établi des formules nouvelles de géodésie pratique, très intéressantes.

Ces formules se rapportent à une méthode de calcul, nouvelle, des coordonnées géographiques des feuilles géodésiques.

Les formules dites des ingénieurs géographes ne donnent pas une précision suffisante pour les chaînes primordiales. Les formules dites d'Andraë, très complètes, sont d'une application compliquée. Le commandant Benoît les a très heureusement simplifiées, tout en leur conservant la précision nécessaire, même pour les chaînes de premier ordre. Elles ont fait l'objet d'une présentation à l'Académie en 1908. Le commandant Benoît a imaginé également une méthode de détermination des latitudes astronomiques à l'aide d'une lunette méridienne, il a perfectionné la méthode de compensation des réseaux géodésiques et enfin imaginé une méthode de calcul des points obtenus par relèvement par un procédé dit "des intersections inverses".

Tous ces travaux, dont quelques-uns sont tout à fait remarquables, font du commandant Benoît un candidat des plus sérieux pour le prix Tchihatchef, et il mérite à tous les égards la distinction proposée.

Dans la séance du 12 décembre 1932, l'Académie des sciences lui décerne le prix Delalande-Guérineau (C.R.A.S., tome 185, pages 84-85) qui était à décerner tous les deux ans au voyageur français dans nos colonies ou dans d'autres contrées exotiques qui rendrait le plus de services à l'Histoire naturelle, particulièrement sous le rapport de l'alimentation de l'homme.

#### PRIX DELALANDE-GUÉRINEAU

(Commissaires MM. Douvillé, Mangin, Lallemand, Lecomte, Fournier, Bourgeois, Fichot ; Georges Perrier, rapporteur.)

La Commission propose de décerner le prix à M. Ernest Benoît, colonel d'artillerie coloniale, pour ses travaux théoriques et ses opérations géodésiques sur le terrain.

Le colonel d'artillerie coloniale E. Benoît, ancien élève de l'École polytechnique, tout en remplissant sans

cesse ses obligations militaires, et en particulier en faisant notamment noblement son devoir pendant la grande guerre, est resté pendant une grande partie de sa carrière attaché comme géodésien à des services géographiques (Service géographique de l'armée à Paris, Service géographique de l'Indochine à Hanoi, Service géographique de l'armée hellénique à Athènes, etc.).

Il a exécuté personnellement ou dirigé un grand nombre de travaux sur le terrain, mais ses goûts l'ont porté plus particulièrement vers l'étude de questions théoriques en vue des applications pratiques ; par exemple

En Astronomie, l'observation et le calcul des latitudes.

En Géodésie, la résolution des équations normales provenant des applications de la méthode des moindres carrés ; le calcul des coordonnées géodésiques sur l'ellipsoïde.

Dès 1903, comme chef de la Section de géodésie du Service géographique de l'Indochine, il avait établi et fait adopter à ce Service, pour le calcul de ces coordonnées, des formules éminemment pratiques ; conservant seulement les termes du troisième ordre, plus précises que celles des Ingénieurs-Géographes, même corrigées par Hossard, mais d'un type analogue. En 1913, il les a fait connaître et en a montré l'emploi dans le système de la division centésimale de la circonférence et pour l'ellipsoïde de référence de Clarke (1880). Ces formules ont permis d'établir les tables nécessaires pour le calcul des coordonnées géodésiques sur l'ellipsoïde de référence international, adopté par l'Assemblée générale de l'Union Géodésique et Géophysique Internationale de Madrid, en 1924, et cela dans les deux systèmes de division de la circonférence sexagésimal et centésimal.

Dans tous ses travaux, le colonel Benoît a apporté les ressources d'un esprit mathématique particulièrement original et fécond.

L'Académie adopte la proposition de la Commission.

## Des livres introuvables

Né le 14 décembre 1861, à Tulle, dans un milieu modeste, Léon Eyrolles est reçu conducteur des Ponts et chaussées en 1882. Tout en exerçant son métier, il aide ses collègues à préparer ce concours. L'École des ponts et chaussées est alors pratiquement le seul établissement d'enseignement supérieur dans le domaine des travaux publics alors que l'époque est aux grands travaux conséquences de la révolution technique (avènement de l'électricité, du téléphone, naissance de l'architecture métallique, du béton armé, etc.). En 1892, Eyrolles fonde un cours par correspondance dénommé *L'École chez soi*. En 1898, il donne sa démission de conducteur des Ponts et chaussées et crée l'*École spéciale des travaux publics*, rue Thénard à Paris, où elle se situe toujours. À l'origine, l'enseignement n'y est donné que par correspondance, mais Eyrolles achètera, plus tard, un vaste terrain à Cachan pour y installer les ateliers nécessaires aux épreuves pratiques, puis un internat. Il fondera d'autres écoles techniques et, en 1918, les éditions qui portent encore son nom. Longtemps maire de Cachan, il y décédera le 1<sup>er</sup> décembre 1945.

De décembre 1909 (et peut-être avant) à janvier 1914 au moins, Cholesky participe à l'enseignement par correspondance de cette École. Il doit rédiger ses cours. La même année, Léon Eyrolles, Eugène Prévot (ingénieur des Ponts et chaussées) et E. Quanon (ingénieur-géomètre en chef de la Ville de Paris) font paraître, à la Librairie de

l'Enseignement Technique Léon Eyrolles, un livre intitulé *Cours de Topographie. Livre I : Topométrie*. Le second volume, dont le titre est *Cours de Topographie. 2<sup>e</sup> partie : Topographie Générale*, est rédigé par Cholesky. La méthode des moindres carrés y est exposée.

Il n'a pas été possible de trouver la date de la première édition de cet ouvrage. Il fut d'abord édité en écriture cursive, puis dactylographié. La seconde édition date de 1913 et comprend 631 pages. La troisième est de 1920 et ne compte que 394 pages en format 17,0 x 21,5 cm. La quatrième édition (celle que je possède) est de 1924. Elle a 594 pages, comporte quatorze chapitres, et contient 18 feuilles de planches photographiques, dont certaines dépliantes, et exactement 100 figures. La Bibliothèque nationale de France en possède la septième édition de 1937, qui est multigraphiée, comporte 442 pages et 18 planches. Étant en mauvais état (car brochée, sur papier fragile et jauni, et les pages se détachant), elle est interdite de consultation.

Ce livre était donc toujours d'actualité presque trente ans après sa première parution et dix-neuf ans après la mort de son auteur. Il est curieux, qu'après sept éditions, il soit très difficile de le trouver dans les bibliothèques et chez les libraires anciens. Il m'a fallu plus de trois ans d'attente, en étant inscrit sur de nombreux sites internet, pour arriver à m'en procurer un exemplaire.

Il existe un second livre de Cholesky dont le titre est *Levés d'Études à la*

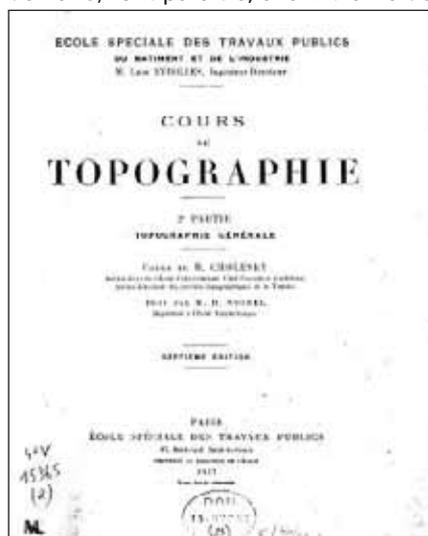
*Planchette*. La Bibliothèque nationale de France n'en conserve aucun exemplaire. J'en possède la troisième édition, datée de 1923 (cinq ans après la mort de son auteur) et revue par H. Lafosse, directeur adjoint du Service de la reconstitution foncière et du cadastre au Ministère des régions libérées (*sic*). L'ouvrage comporte 269 pages, 56 figures et est suivi de deux planches photographiques avec les pages de légendes correspondantes. La planchette est certainement l'instrument le plus simple qui existe pour effectuer des levés topographiques. Il s'agit simplement d'une alidade (système de visée avec une pinule à chaque extrémité) posée sur une planchette horizontale, le tout monté sur un trépied. À l'époque où Cholesky écrit son livre, elle n'était plus utilisée que pour les plans à petite échelle et le procédé était *généralement méprisé pour l'exécution des plans dont l'échelle est supérieure au 1/10 000*, citation de l'introduction due à Lafosse qui s'en fait l'avocat et continue

*Cet abandon est injustifié : dans les mains d'un opérateur soigneux, la précision obtenue, si l'on emploie l'alidade à lunette et à la mire parlante, est tout à fait comparable à celle d'un excellent levé tachéométrique, avec un gain très appréciable sur le temps employé aux opérations.*

Les chapitres de ce livre sont : généralités, plan de topographie détaillée, levé à la boussole éclipimètre, triangulation graphique. C'est dans cet ouvrage que Cholesky expose la méthode de *double cheminement* qui porte son nom et est encore enseignée et utilisée de nos jours [15].

Dans le Fonds Cholesky de l'École polytechnique, on trouve également (voir la description complète à l'adresse <http://sabix.revues.org/531>)

- un cours manuscrit de 239 pages intitulé *Complément de Topographie* et écrit sur des feuilles de 15,5 x 20 cm. Il en existe également une version en caractères d'imprimerie calligraphiés avec des corrections de la main de Cholesky. Il s'agit d'une version préliminaire de son livre *Topographie Générale*,
- un *Cours de Calcul Graphique*. C'est un cours manuscrit de 83 pages, de format 15,5 x 20 cm.





- un manuscrit de 15 pages avec le titre *Instructions pour l'exécution des nivellements de précision*. Il comporte 11 sections,

- deux feuilles avec le titre *Compléments de Topographie. Levés d'Études à la Planchette. 5 séries et 2 exercices pratiques. Tâches à remplir*. Ce document présente les idées de Cholesky sur le programme d'études pour un cours qu'il a donné à l'École spéciale des travaux publics. Sans doute ce texte est-il assez similaire à celui de son livre *Levés d'Études à la Planchette*, déjà mentionné. Il se termine par le paragraphe suivant qui ne se retrouve pas dans ce livre.

*Recommandation très importante. L'élève se tromperait beaucoup s'il croyait trouver dans les cours qu'il a entre les mains les solutions complètes des exercices qui lui sont proposés. Ces exercices ont pour but principal de le forcer à réfléchir, de l'empêcher d'apprendre ses cours trop strictement, en lui indiquant que dans un travail aussi complexe qu'un levé topographique, tout dépend de la valeur de l'opérateur qui doit par suite être habitué à raisonner toutes ses opérations. Aussi l'élève aura-t-il souvent avantage, lorsqu'il sera arrêté par un exercice à abandonner l'étude du cours et à chercher simplement si le bon sens ne lui indiquera pas la solution. Les exercices corrigés constitueront un complément indispensable du cours, et non pas une répétition ; aussi l'élève ne devra-t-il pas se décourager s'il rencontre des difficultés sérieuses dans les exercices qui lui sont proposés. Qu'il montre qu'il sait réfléchir, on ne lui en demandera pas davantage.*

Aucun commentaire ! ●

## Remerciements

Je tiens à remercier Michela Redivo-Zaglia, professeur à l'Université de Padoue (Italie) pour son aide, Messieurs Michel Kasser, président de l'Association française de topographie, et Jean-Pierre Maillard, rédacteur en chef d'XYZ, pour leur intérêt pour ce travail, Monsieur Roger Serre pour ses précisions topographiques, Monsieur Robert Vincent pour ses remarques

pertinentes, ainsi que Monsieur Olivier Azzola, chargé des archives à la Bibliothèque de l'École polytechnique pour les renseignements qu'il a bien voulu me transmettre.

## Contact

### Claude Brezinski

Laboratoire Paul Painlevé, UMR CNRS 8524, UFR de Mathématiques Pures et Appliquées, Université des Sciences et Technologies de Lille, 59655 Villeneuve-d'Ascq cedex, France.  
Courriel : Claude.Brezinski@univ-lille1.fr

## Références

- [1] Rapport sur les travaux effectués en 1906, Cahiers du Service Géographique de l'Armée, n. 29, 1907.
- [2] Rapport sur les opérations du nivellement de précision d'Algérie et de Tunisie pendant les campagnes 1910-1911, 1911-1912, 1912-1913 par le capitaine Cholesky, Cahiers du Service Géographique de l'Armée, n. 35, 1913.
- [3] Cdt. Benoît, *Le commandant Cholesky*, Union géodésique et géophysique internationale, première assemblée générale, Rome, Mai 1922, Section de géodésie, Bulletin Géodésique, 1 (1922) 159-161.
- [4] Cdt. Benoît, *Note sur une méthode de résolution des équations normales provenant de l'application de la méthode des moindres carrés à un système d'équations linéaires en nombre inférieur à celui des inconnues, (Procédé du commandant Cholesky)*, Bulletin Géodésique, 2 (1924) 67-77.
- [5] Lieutenant-Colonel E. Benoît, *Formules pratiques pour le calcul des coordonnées géodésiques ; application dans le cas de l'ellipsoïde de référence international, avec une Introduction par le colonel G. Perrier, des Exemples et des Tables, calculés par M. Périn dans le système de la division sexagésimale de la circonférence*, Bulletin Géodésique, 12 (octobre-novembre-décembre 1926) p. 187.
- [6] Lieutenant-Colonel E. Benoît, *Formules pratiques pour le calcul des coordonnées géodésiques ; application dans le cas de l'ellipsoïde de référence international (suite). Exemples et tables calculés par M. Périn, dans le système de la division centésimale de la circonférence*, Bulletin Géodésique, 16 (octobre-novembre-décembre 1927) p. 135.

[7] C. Brezinski, *André Louis Cholesky*, dans Numerical Analysis, A Numerical Analysis Conference in Honour of Jean Meinguet, Bull. Soc. Math. Belg., 1996, pp. 45-50.

[8] C. Brezinski, *Géodésie, topographie et cartographie*, Bull. Soc. Amis. Bib. Éc. Polytech., 39 (2005) 33-68.

[9] C. Brezinski, *La méthode de Cholesky*, Rev. Hist. Math., 11 (2005) 205-238.

[10] C. Brezinski, *The life and work of André Cholesky*, Numer. Algorithms, 43 (2006) 279-288.

[11] C. Brezinski, *Les images de la Terre. Cosmographie, géodésie, topographie et cartographie à travers les siècles*, Éditions L'Harmattan, Paris, 2010.

[12] C. Brezinski, M. Gross-Cholesky, *La vie et les travaux d'André Cholesky*, Bull. Soc. Amis Bib. Éc. Polytech., 39 (2005) 7-32.

[13] C. Brezinski, M. Gross-Cholesky, R. Nuvet, *La famille d'André Louis Cholesky*, Matapli, à paraître.

[14] A.L. Cholesky, *Cours de Topographie. 2<sup>e</sup> Partie, Topographie Générale*, 7<sup>e</sup> édition, École Spéciale des Travaux Publics, Paris, 1937.

[15] P. Goix, *Topographie*, CRDP de l'Académie de Grenoble, Grenoble, 2001.

[16] O. Taussky, J. Todd, *Cholesky, Toeplitz and the triangular factorization of symmetric matrices*, Numer. Algorithms, 41 (2006) 197-202.

**N.D.L.R.** : La mémoire d'André Cholesky est également honorée par le baptême d'une salle à son nom dans le nouveau bâtiment du siège de l'IGN à Saint-Mandé.

## ABSTRACT

*The name of Cholesky is well known from topographers and applied mathematicians. After his biography, his method for the solution of systems of equations coming out from the compensation of networks is analyzed in the light of the method of least squares. Cholesky's method was explained by another topographer, the commandant Benoît whose biography is given. The two books written by Cholesky and some of his other scientific works are described.*