

# Le Quasi-géoïde libanais (QGL06) et la référence d'altitude du NGL (RAL 06)

■ Mohamed ALLOUCHE - Joseph FARAH

*Ce rapport porte sur le calcul du Quasi-Géoïde Libanais (QGL06) par la méthode du terrain résiduel (RTM) à partir d'un modèle global de champ, de mesures gravimétriques et d'un modèle numérique du terrain. Le quasi-géoïde ainsi calculé est basculé sur le géoïde géométrique défini par un ensemble de points GPS nivelés pour déterminer la Référence d'Altitude du nivellement général du Liban (RAL06) sous forme d'une grille permettant de convertir les hauteurs ellipsoïdales en "altitudes" du réseau NGL.*

## ■ mots-clés

Géoïde – GPS – Nivellement

## Le quasi-géoïde libanais QGL06

Le calcul du QGL06 est effectué par la méthode du terrain résiduel (RTM) en utilisant le logiciel GRAVSOF. Les données disponibles sont :

- Modèle global de champ : GGM02S.
- Gravimétrie : toutes les mesures gravimétriques sont issues du BGI. Elles comprennent :
  - 1 716 points sur Chypre, la Turquie, la Jordanie et la Syrie,
  - 4 805 points sur la méditerranée orientale,
  - 222 points observés en 1954 sur le Liban,
  - 472 points observés en 1970 par V. Tiberghien sur le Liban.
- Modèle numérique de terrain :
  - Un MNT exécuté par la DAG par digitalisation des planches orographiques de la carte de base du Liban au 1/20 000<sup>e</sup> couvrant le territoire libanais (équidistance des courbes de 10 m).
  - Un MNT à maillage 90 m x 90 m du SRTM (Shuttle Radar Topography Mission de la NASA) couvrant la zone  $30^\circ \leq \varphi \leq 40^\circ$  et  $30^\circ \leq \lambda \leq 40^\circ$ .

– Réseau géodésique spatial de 1<sup>er</sup>, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> ordre couvrant le territoire libanais (sauf une bande au Sud) avec un maillage triangulaire de côté  $\leq 3$  km.

Selon la méthode RTM, l'anomalie d'altitude  $\zeta$  (séparation entre le quasi-géoïde et l'ellipsoïde de WGS84) est scindée en trois composantes :

$$\zeta = \zeta_{GM} + \zeta_{RT} + \zeta_{AGT}$$

$\zeta_{GM}$  est la partie issue du modèle global de champ, elle contient donc les grandes longueurs d'onde de la séparation  $\zeta$ .

$$\zeta_{GM} = \frac{GM}{r^3} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \bar{P}_{n,m}(\cos\theta) (\Delta\bar{C}_{n,m} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{n,m} \sin m\lambda)$$

$\zeta_{RT}$  est la partie issue de la topographie, elle contient les longueurs d'onde courtes de  $\zeta$ .

Elle est calculée à partir du modèle numérique de terrain après avoir retiré du terrain, par filtrage, ses composantes à grandes longueurs d'onde déjà contenues dans  $\zeta_{GM}$ , le terrain filtré est ainsi appelé terrain résiduel (RT).

$$\zeta_{RT} = \frac{GR^2}{\gamma} \int_{\sigma} \frac{\rho(H - H_0) d\sigma}{l}$$

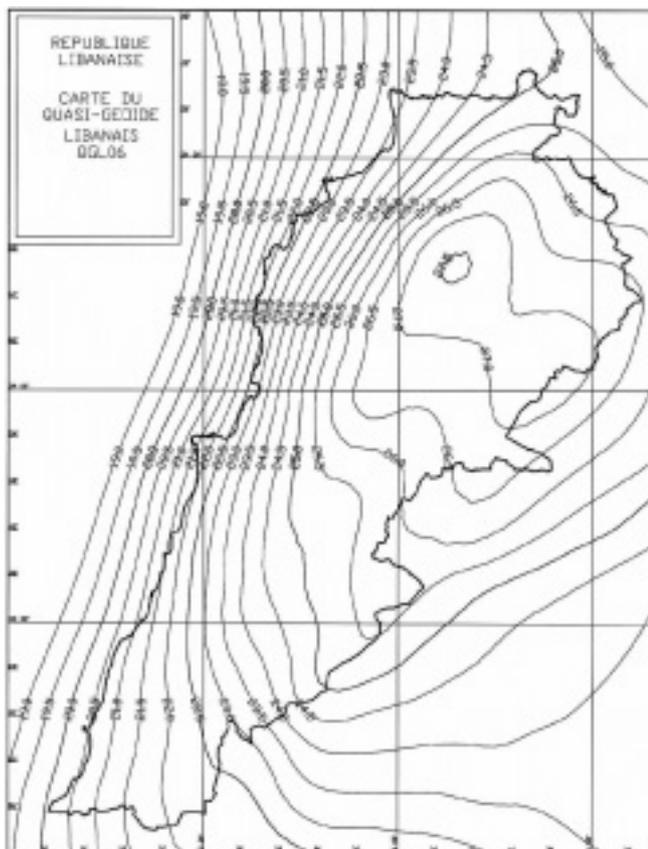
$\zeta_{AGT}$  est calculée à partir des anomalies de la pesanteur. Elle contient les longueurs d'onde moyennes. Les anomalies intégrées par la formule de STOKES sont les anomalies résiduelles obtenues en retranchant des anomalies à l'air libre  $\Delta g$ , l'information déjà contenue dans le modèle global de champ  $\Delta g_{GM}$  et dans le terrain résiduel  $\Delta g_{RT}$ .

$$\Delta g_R = \Delta g - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RT}$$

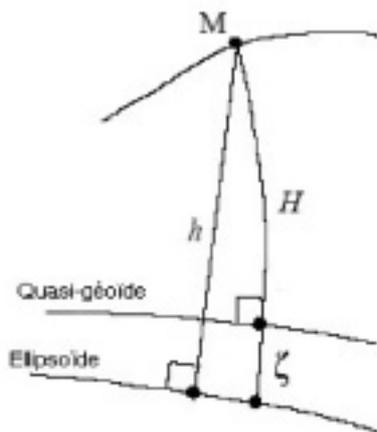
Les anomalies résiduelles  $\Delta g_R$  sont interpolées par collocation aux nœuds d'une grille.

$$\zeta_{AGT} = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \Delta g_R S(\psi) d\sigma$$

La figure ci-dessous est une représentation graphique du quasi-géoïde QGL06 par des courbes isovaleurs de l'anomalie d'altitude  $\zeta$  noté aussi  $\zeta_{GM}$  pour préciser qu'il s'agit d'un quasi-géoïde gravimétrique.



## La référence d'altitude du Liban RAL06



■ ■ ■ L'observation par GPS d'un point M donne sa hauteur  $h$  au-dessus de l'ellipsoïde du réseau géodésique spatial et le rattachement de ce point au réseau de nivellement général donne l'altitude  $H$  au-dessus du quasi-géοide (défini par un point fondamental et un type d'altitude). La quantité  $\zeta = h - H$  est donc la hauteur en M de la surface d'altitude zéro au-dessus de l'ellipsoïde.

On peut donc construire point par point un quasi-géοide "GPS" ou géométrique dont la précision serait

$$\sigma_{\zeta} = \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_H^2}$$

fonction seulement des précisions de  $h$  et de  $H$ . Au Liban ( $10.500 \text{ km}^2$ ), 71 points ont été rattachés par GPS au réseau géodésique spatial libanais (bases  $\uparrow 3 \text{ km}$ ) et par nivellement direct au réseau NGL (Nivellement Général du Liban).

Les quasi-géοides gravimétrique et géométrique, qui doivent en principe coïncider, présentent des écarts pour les raisons suivantes :

– "L'altitude" du réseau NGL est la somme cumulée des

dénivelées brutes ( $H(M) = \int_0^M dh$ )

compensées sans faire intervenir les mesures de gravité. D'autre part, la surface de référence du NGL est fixée par le marégraphe de Saint-Georges (à Beyrouth) où le niveau de la mer ne coïncide pas avec le quasi-géοide gravimétrique.

– Les effets troposphériques produisent des erreurs sensibles sur la composante hauteur ellipsoïdale  $h$ . En effet, l'effet différentiel peut être formulé en 1<sup>re</sup> approximation par :  $\Delta h = \Delta d / \cos z_{\max}$  ;  $\Delta d$  est la différence de retard troposphérique au zénith entre les deux stations d'observation et  $Z_{\max}$  est la distance zénithale maximale d'observation ( $Z_{\max} = 70^\circ - 75^\circ$ ),  $\Delta d$  est fonction de la différence entre les profils météorologiques (température, pression, humidité relative) des deux stations ( $\Delta d$  est de l'ordre de  $15 \text{ mm}/^\circ\text{C}$ ,  $2 \text{ mm}/\text{mbar}$  et  $2 \text{ mm}/\% \text{hr}$ ) donc  $\Delta h$  est de l'ordre de 3 à 4 fois  $\Delta d$ .

– Les erreurs systématiques et surtout le manque de données gravimétriques au-delà de la frontière libanaise au Nord, au Sud et surtout à l'Est qui affectent le quasi-géοide gravimétrique.

Les écarts entre les quasi-géοides gravimétrique et géométrique, dont la longueur d'onde est plus grande que la taille de la zone d'étude, peuvent être modélisés par une régression linéaire de la forme :

$$\xi_{\text{GPS}_i} - \xi_{\text{GTM}_i} = a + b(\varphi_i - \varphi_0) + c(\lambda_i - \lambda_0) \cos \varphi_i + v_i$$

$(\lambda_i, \varphi_i)$  : coordonnées géographiques géodésique d'un point GPS nivelé

$(\lambda_0, \varphi_0)$  : coordonnées géographiques moyennes de la zone d'étude

Cette fonction linéaire permet de modéliser :

- les erreurs à très grandes longueurs d'onde du modèle de champ,
- les erreurs systématiques à grande distance de corrélation du réseau de nivellement,
- les écarts entre les systèmes de références géodésiques.

Les résidus  $v_i$  représentent la partie à courte longueur d'onde des erreurs du modèle de champ ainsi que les parties à courte distance de corrélation ou non corrélées des autres erreurs.

Un premier calcul d'adaptation du quasi-géοide gravimétrique QGL06 au quasi-géοide géométrique défini par les 71 points GPS nivelés a permis de détecter cinq points faux ; ces points avaient les résidus maximaux ou minimaux. Ils ont été réobservés et un deuxième calcul a permis d'améliorer l'écart-type des résidus de  $0.21 \text{ m}$  à  $0.16 \text{ m}$ .

A l'issue du 2<sup>e</sup> calcul, 2 points ayant des résidus supérieurs en valeurs absolues à 0.25 m ont chacun été réobservés par rattachement à deux points de réseau géodésique spatial (la moyenne quadratique des discordances entre les valeurs de h issues des deux points géodésiques est égale à 0.055 m).

Le calcul final de l'adaptation donne comme écart-type des résidus la valeur  $\sigma_v = 0.118$  m.

Les résidus  $v_i$  sont ensuite analysés en les séparant en signal ( $s_i$ ) et bruit ( $n_i$ ) :  $v_i = s_i + n_i$

Le signal représente la partie corrélée des résidus et le bruit représente les erreurs non corrélées dont les fautes éventuelles sur les hauteurs ellipsoïdales ( $h_i$ ) et les altitudes ( $H_i$ ). Le signal est une correction alors que le bruit est une estimation de la précision de la référence d'altitude.

Les résultats du calcul final sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Symbole	Signification	Valeur
a	Biais constant	+0.275 m
b	Pente vers le Nord	-0.047 m/100 km
c	Pente vers l'Est	-0.095 m/100 km
$\sigma_{\max}$	Résidu maximal	+0.22 m
$\sigma_{\min}$	Résidu minimal	-0.28 m
$\sigma_v$	Ecart-type des résidus	0.118 m
$\sigma_s$	Ecart-type des signaux	0.013 m
$\sigma_n$	Ecart-type des bruits	0.117 m

On peut formuler les remarques suivantes :

- Le biais constant montre que le zéro du nivellement, qui est à peu près le niveau moyen de la mer à Beyrouth, est à environ 27,5 cm au-dessus du quasi-géoïde libanais QGL06.
- La partie principale des résidus est non corrélée. En effet, le bruit est pratiquement égal au résidu et cela est probablement dû à des fautes sur les altitudes (repères déplacés) car chaque point GPS nivelé (71 en tout) a été rattaché à un seul repère de nivellement sans que la stabilité n'ait été vérifiée par manque de repères proches.

La référence d'altitude RAL06 est donc calculée à partir du quasi-géoïde QGL06 en ajoutant à l'anomalie d'altitude gravimétrique  $\zeta_{Grv}$  :

- La correction linéaire de l'écart.
- La partie signal des résidus estimée par interpolation des résidus des points voisins (krigeage).

La RAL06 est livrée à la DAG sous forme d'une grille de maille :

$$\Delta\varphi \times \Delta\lambda = 0.025^\circ \times 0.025^\circ$$

Soit  $\Delta\varphi \times \Delta\lambda = 2.8\text{km} \times 2.3\text{km}$  avec un programme en Visual Basic ayant comme INPUT le triplet de position spatial  $[\lambda, \varphi, h]$  et comme OUTPUT le triplet de position classique  $[(x, y)_{WGS84}, H_{MSL}]$

La précision de la référence RAL06 a été évaluée au moyen de 5 points GPS nivelés (trois observés par M. Allouche et 2 par des élèves stagiaires), la moyenne quadratique des écarts calculée est égale à 0.10 m.

Ceci confirme la précision a priori déjà trouvée (11.8 cm). La précision a posteriori sera calculée à partir des discordances qui seront calculées sur l'ensemble de points que la DAG va observer en vue de la vérification de la grille.

## Conclusions et recommandations

La RAL06 n'est pas la solution finale pour la référence d'altitude du réseau de nivellement du Liban, ce n'est qu'une première version. Une deuxième version de cette référence peut être nettement améliorée en effectuant les mesures supplémentaires suivantes :

- Rattachement de tous les points GPS nivelés, ayant des résidus supérieurs en valeur absolue à 0.20 m, à un autre repère de nivellement ou vérification de la stabilité du premier repère utilisé (6 points seulement ont des résidus  $v > 0,20$  m). Cependant comme la plupart des repères de nivellement ont été perdus suite à l'élargissement des voies de communication au cours des 40 dernières années et n'ont pas été remplacés, il s'avèrera nécessaire de réimplanter et niveler certains tronçons de nivellement.
- Le manque de mesures gravimétriques surtout vers l'Est, en territoire syrien, ne peut pas être comblé. Par contre, il serait nécessaire de densifier les points gravimétriques pour aboutir à une densité de 1 point / 4 km<sup>2</sup> ce qui revient à observer 2 000 points. M. Duquenne propose que ces points soient les points du réseau géodésique qui ont l'avantage d'être bien définis en planimétrie et uniformément répartis sur le territoire.
- Par contre, il serait très utile de densifier les points GPS nivelés pour arriver à un point par coupure au 1/20.000 (ce qui revient à observer environ 60 points nouveaux). D'autres tronçons de nivellement seraient à observer pour permettre le rattachement de chaque point nouveau à deux points de nivellement ainsi qu'à deux points géodésiques.
- Les "pseudo-altitudes" du réseau NGL doivent être transformées en altitudes normales. Le calcul des altitudes normales pour le réseau de nivellement de 1<sup>er</sup> ordre a été effectué en 1974 (cf. "Remise en ordre du réseau NGL", M. Allouche, article publié au Journal des Topographes n° 6-2003). Le calcul des réseaux du 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> ordre n'a pas vu le jour à cause des événements de 1975. Un effort doit être fait pour retrouver le calcul de 1974, le mener à terme pour tout le réseau NGL et adopter définitivement les altitudes normales pour le réseau de nivellement général du Liban. Nous espérons que la 3<sup>e</sup> version du RAL, si ce n'est pas la deuxième, sera calculée sur la base des altitudes normales.
- Le modèle numérique de terrain utilisé pour le calcul du quasi-géoïde QGL06 est exclusivement le SRTM. Le MNT de la DAG fut transformé en grille de 90 m x 90 m dans le référentiel spatial mais son fusionnement avec le SRTM n'a pas été possible à cause de la très grande taille des fichiers SRTM. Nos ordinateurs sont dotés de RAM de 512 MB alors

- ■ ■ qu'une RAM de 2 GB est nécessaire pour manipuler les fichiers SRTM. Cette difficulté n'est pas prioritaire mais devra être traitée dès que les problèmes plus importants (mentionnés ci-dessus) seront résolus. 1

## Préparations du QGL06

La mission effectuée en juillet 1998 par Françoise et Henri Duquenne, ingénieurs géographes et maîtres de conférences, fixa comme objectif la mise en place d'un projet de recherche sur le quasi-géοide du Liban. En octobre 1998, le professeur Michel Kasser, ingénieur géographe et alors directeur de l'ESGT en France, initia les contacts avec le Centre National des Recherches Scientifiques - Liban (CNRSL), la Direction des Affaires Géographiques (DAG) et le rectorat de l'Université Libanaise pour lancer le projet de calcul du quasi-géοide.

L'ingénieur géographe Mohamed Allouche, camarade de promotion de M. Kasser et ex-chef de service de géodésie à la DAG, fut nommé chef de ce projet.

Dès sa nomination à la direction de la DAG, le général Maroun Kraiche, prit la décision d'inclure ce projet au budget de la DAG et d'effectuer toutes les mesures nécessaires pour combler les données manquantes (modèle numérique de terrain, points GPS nivelés, etc.).

En juin 2005, l'ingénieur géomètre Joseph Farah, suivit l'Ecole francophone sur le géοide sous la direction de H. Duquenne au LAREG-IGN et se dota de tous les programmes de calcul nécessaires.

## Références

**Duquenne H. (1999).** *Comparison and Combination of a Gravimetric Quasigeoid with a Levelled GPS Data Set by Statistical Analysis.* Phys. Chem. Earth (A) 24:1, 79-83.

**Forsberg R., G. Strykowski, J.C. Iliffe, M. Ziebart, P.A. Cross, C.C. Tscherning, P. Cruddace, K. Stewart, C. Bray, O. Finch (2002).** *OSGM02: a new geoid model of the British Isles.* In: *Gravity and Geoid 2002*, 3rd Meeting of the IGGC, Ziti Edition, Thessaloniki, Greece.

**Kotsakis J. and M.G. Sideris (1999).** *On the adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks.* J Geod 73: 412-421.

**Marti U., A. Schlatter, E. Brockmann and A. Wiget (2001).** *The Way to a Consistent National Height System for Switzerland.* In: *IAG Symposia 125: Vistas for Geodesy in the New Millennium*, Springer 2002.

**Moritz H. (1989).** *Advanced Physical Geodesy.* Wichmann, Karlsruhe, Germany.

**Tscherning C.C., Forsberg R., Knusden P.,** *The GRAVSOF T package for geoid computation*, First Continental Workshop on the Geoid in Europe, 1992.

*GGM02 – An improved Earth gravity field model from GRACE,* JOURNAL OF GEODESY, NOV 2005, Vol. 79, pp. 467 – 478.

**Jarvis A., H.I. Reuter, A. Nelson, E. Guevara, 2006,** *Hole-filled seamless SRTM data V3*, International Centre for Tropical Agriculture (CIAT), available from <http://srtm.csi.cgiar.org>.

## Contacts

### Mohamed ALLOUCHE

Ingénieur géographe de l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques (ENSG) – Professeur de l'Université Libanaise. Tél. : 03.723.823 - [allouche@ul.edu.lb](mailto:allouche@ul.edu.lb)

### Joseph FARAH

Ingénieur géomètre et topographe de l'Ecole Supérieure des Géomètres et Topographes - Liban (ESGTL) Tél. : 03.780.583  
[josar\\_sou@hotmail.com](mailto:josar_sou@hotmail.com)  
ESGTL – BP 1136175 – Hamra – Beyrouth – 11032100 – Liban  
[esgt\\_liban@hotmail.com](mailto:esgt_liban@hotmail.com)

## ABSTRACT

*The QGL06, Lebanese Quasi-Geoid, is calculated by the method of Residual Terrain Model (RTM) using GRAVSOF T softwares. This calculation is based on many gravity data like the Global Gravity Model (GGM02S) and the local gravity measurements (2410 terrestrial points and 4805 sea points), two Digital Terrain Model (local and regional DTMs) and about 71 spatial geodetic points. The first and the second type of data are used to create the surface (QGL06) and the third data try to attach this surface to the appropriate ellipsoid, taking in consideration the altitude (H) and the ellipsoid height (h) of the spatial geodetic points. Having a "geometrical" type of altitude (not a normal altitude) in Lebanon is one of the reasons that make the QGL06 different from the Reference of Lebanese Geodetic Leveling NGL. So, the QGL06 is translated and rotated to create the Reference of Lebanese Altitude RAL06. The final calculation of the RAL06 gives like standard deviation of the residues the value 11,8cm. The precision of the reference RAL06 was evaluated by 5 leveled GPS points, the calculated quadratic average of the variations is equal to 0.10m. This confirms the precision a priori already found (11.8 cm). The precision a posteriori will be calculated from the differences which will be calculated on the whole of points that the army will observe for the checking of the grid. The RAL06 is not the final solution for the reference of altitude of the NGL of Lebanon; it is only one first version. A second version of this reference can be clearly improved*

- by taking some supplementary measures specially on the leveled GPS points having more than 20 cm as residue,
- by densification of the gravimetric points to lead to a density of 1point/4km<sup>2</sup> and the leveled GPS points to arrive to a density of 1 point for every basic chart of Lebanon (1/20.000°)
- and by trying to definitively adopt normal altitudes for the general leveling of Lebanon NGL