N48°26'58" : le plus long parallèle de France

■ Kadidia DRAME - Guillaume BIZOUARD - Alban VUILLEMEY

A l'occasion du 38e congrès des Géomètres-Experts qui aura lieu du 14 au 16 juin prochain à Saint-Malo et pour marquer ses 60 ans, l'Ordre des Géomètres-Experts (OGE) a lancé un vaste projet tournant autour du plus long parallèle de France, "la Ligne de Terre". Dans un souci de promotion de la profession auprès des étudiants, des professionnels et des élus, l'OGE organisera de multiples événements autour de ce plus long parallèle de France. Pour ce faire, il a fait appel aux quatre écoles d'ingénieurs françaises formant à la géomatique ENSG, ESGT, ESTP et INSA de Strasbourg. La première partie du projet consistait naturellement à déterminer la latitude du plus long parallèle. Les étudiants de l'INSA Strasbourg ont été chargés de cette mission. Deux calculs indépendants ont été réalisés et fournissent tous deux comme valeur pour la latitude N48°26'58". Dans un second temps, les étudiants ont répondu au souhait de l'OGE de recenser les communes situées dans une bande de 10 km autour de cette fameuse Ligne de Terre.

■ mots-clés

Parallèle - Ligne de Terre - Frontières - Mercator - Ecoles d'ingénieur - INSA de Strasbourg - OGE

Le projet de calcul du plus long parallèle de France – Projet Ligne de Terre – initié par l'Ordre des Géomètres-Experts s'est également inscrit dans le cycle de formation d'ingénieur topographe à l'INSA de Strasbourg, par l'intermédiaire d'un Projet de Recherche Technologique (PRT) effectué lors du dernier semestre de la dernière année. Il a permis de répondre à un problème technologique particulier concernant la topographie. Ce sujet est apparu très intéressant puisque transversal, couvrant notamment plusieurs domaines comme la géodésie, les systèmes d'information géographique, la gestion de bases de données et la programmation.

Les exigences de l'OGE étaient simples : calculer le plus rapidement possible la latitude du plus long parallèle afin de pouvoir communiquer autour de ce projet lors du Congrès de Saint-Malo du 14 au 16 juin 2006. Un autre souhait était d'éventuellement pouvoir se rendre sur un lieu de passage de ce parallèle en utilisant le réseau de stations permanentes TERIA. Les hypothèses de départ sont donc les suivantes :

- Les points extrêmes du parallèle devront se trouver sur terre (continent ou île d'un département du continent), le parallèle pouvant traverser une partie maritime.
- L'altimétrie ne sera pas prise en compte dans le calcul.
- Le résultat final sera fourni dans le datum RGF 93.

Les auteurs de cet article, trois étudiants de l'INSA de Strasbourg, se sont attelés à cette tâche.

La démarche

Afin de pouvoir proposer un résultat défendable, deux méthodes de calcul indépendantes ont été élaborées. La figure 1 présente la démarche suivie pour répondre à l'objectif fixé par l'OGE. La première méthode employée est basée sur des calculs d'intersection. Elle consiste à passer par un calcul dans le plan avant de le rapporter à l'ellipsoïde. La seconde méthode utilise un principe de dichotomie. Cette dernière se calcule directement sur l'ellipsoïde.

Un calcul d'intersection de deux lignes tracées sur un ellipsoïde étant assez complexe, il est astucieux de rendre le problème plan en utilisant une projection qui transforme les parallèles et les méridiens en lignes droites comme la projection de Mercator (Sjöberg, 2002). La méthode par intersection nécessite des coordonnées planes. Les données initiales en RGF93 sont ainsi transformées en coordonnées planes par l'intermédiaire d'une projection de Mercator. Intégrant ces nouvelles données initiales, nous avons élaboré un petit applicatif sous MatLab permettant de déterminer le couple de points homologues, localisés à la même latitude mais sur chacune des frontières. L'applicatif nous fournit également la distance séparant ces points homologues représentant les deux extrémités du parallèle recherché. Les paramètres du plus grand parallèle sont ainsi obtenus en coordonnées planes, une transformation inverse de Mercator permettant, à partir de là, de les exprimer en coordonnées géographiques dans le système géodésique RGF93.

Pour contrôler ce premier résultat, nous avons élaboré un second programme déterminant les paramètres du plus long parallèle en utilisant le principe de dichotomie appliqué directement aux couples de coordonnées géographiques.

Les données

En utilisant différents outils et cartes à disposition à l'INSA de Strasbourg et en connaissant la forme générale des contours de la France, la particularité géographique de la pointe bretonne et à son opposé la frontière alsacienne ■■■

se sont vite imposées comme contenant la fameuse “ligne” recherchée. Il s’agissait donc de travailler sur cette partie du tiers supérieur de la France. Pour ce faire, les deux jeux de données suivants ont été utilisés :

- **Données de la frontière côté est :** les Services du Cadastre de Strasbourg sont dépositaires des données concernant la frontière entre la France et l’Allemagne et les ont mises à disposition du projet. La première particularité de cette portion de frontière est qu’elle est située au milieu du Rhin et qu’elle est matérialisée physiquement par un double abornement, de chaque côté des rives du Rhin. La frontière correspond à la ligne médiane de ces matérialisations. Sa deuxième particularité est qu’elle est définie dans le traité franco-allemand comme une succession de segments droits et d’arcs de cercles pour lesquels les coordonnées des points principaux et les rayons des arcs de cercle sont fixés. Malheureusement, ces données n’avaient pas encore été numérisées.
- **Données de la frontière côté ouest :** Les données ont été fournies par le chef du projet “Ligne de Terre” à l’OGE, M. Progeas, Géomètre-Expert en Bretagne. Le fichier fourni était un fichier de DAO de toute la Bretagne élaboré à partir d’un extrait de carte IGN au 25000e.

Dessin et extraction des frontières

Dans le cadre de calculs géodésiques, les données fournies pour l’extrémité côté ouest n’ont pas pu être intégrées en l’état dans un processus de calcul. En effet, les informations utiles ont dû être extraites du fichier. Ainsi le dessin a été nettoyé pour ne conserver uniquement que l’extrême partie ouest de la Bretagne. Le fichier obtenu comporte alors un ensemble de bornes représentées par des points et reliées entre elles par des segments droits. Dans ce modèle, la distance moyenne entre deux bornes varie entre 20 et 80 m (30 m dans le cas de la limite de l’île d’Ouessant, lieu probable où se situe le parallèle recherché).

En ce qui concerne la frontière côté est, elle a dû être construite à l’aide de la liste des coordonnées des points et des instructions de construction entre deux points successifs : un arc de cercle (rayon donné) ou un alignement droit. Après avoir reconstitué cette frontière, chaque arc a été segmenté en tronçons droits de longueur 30 m afin d’avoir une frontière côté est définie avec une densité homogène et comparable à celle de la frontière côté ouest au niveau de la zone d’intérêt. Enfin, les fichiers DAO obtenus ont été reformatés en fichiers textes pour servir d’entrées dans les programmes de calculs.

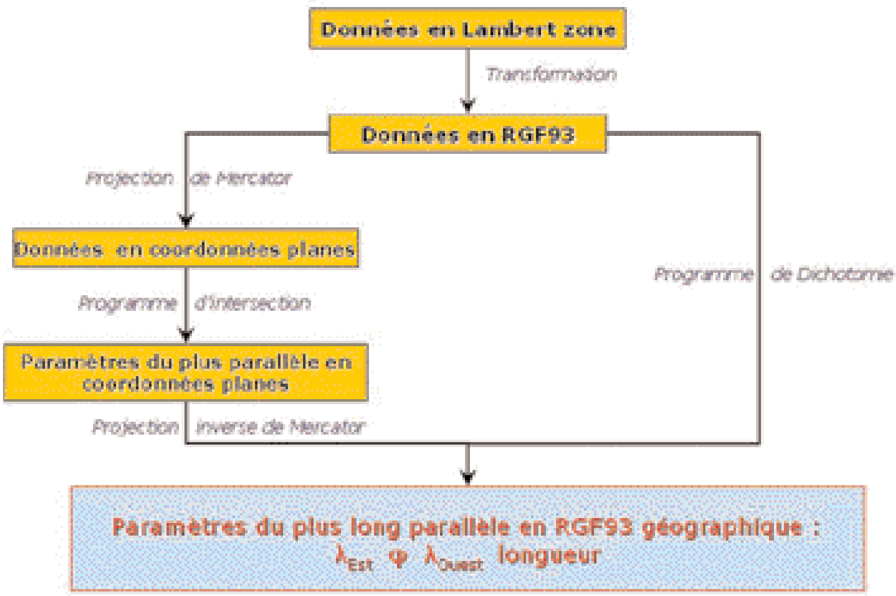

Figure 1 : Démarche employée pour le calcul du plus long parallèle

Transformation de coordonnées

Pour la bonne exécution des calculs, les coordonnées des points doivent être exprimées dans le même système de coordonnées. Or, le jeu de données côté ouest était exprimé en coordonnées Lambert II étendu alors que celui du côté est l’était en Lambert I. Etant donné que le résultat final devait être fourni en RGF 93, les deux jeux de données ont donc été transformés en coordonnées géographiques dans le datum RGF93, ce qui a permis de réviser nos bases en termes de géodésie.

Néanmoins, comme le programme d’intersection s’applique sur des coordonnées planes, une autre transformation est utilisée : la projection de Mercator. En effet, les calculs de distances sur l’ellipsoïde nécessitent des raisonnements en termes de loxodromie et d’orthodromie. Dans le cas de nos calculs, le parallèle le plus long correspond à une loxodromie. L’avantage d’employer la projection de Mercator réside dans le fait que les loxodromies sont projetées en des lignes droites dans le plan. Ainsi, les coordonnées RGF93 géographiques ont été transformées en coordonnées planes avec la projection de Mercator, suivant les formules de l’équation 1 (Snyder, 1987).

$$x = a(\lambda - \lambda_0)$$

$$y = \frac{a}{2}\ln\left[\left(\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\right)\left(\frac{1-e\sin\varphi}{1+e\sin\varphi}\right)^{e}\right]$$

Equation 1 : Formules de la projection de Mercator

Avec x, y : coordonnées planes
a = le demi grand axe de l’ellipsoïde
e = excentricité de l’ellipsoïde
l longitude du méridien de référence considéré,
φ et λ : latitude et longitude du point considéré.

Cette formule fournit un résultat sous forme de coordonnées planes. En effectuant une transformation inverse on obtient donc les coordonnées en RGF93. Les formules sont présentées dans l'équation 2 (Snyder, 1987).

$$\lambda = \frac{x}{a} + \lambda_0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - 2\arctan\left[\exp^{-\frac{y}{a}} \times \left(\frac{1 - e\sin\varphi}{1 + e\sin\varphi}\right)^{\frac{e}{2}}\right]$$

Equation 2 : Calcul inverse de la projection de Mercator (notations identiques à l'équation 1)

Après avoir traité et préparé les données, les calculs peuvent débuter.

Méthodes de calculs

Les deux méthodes évoquées dans le paragraphe décrivant notre démarche ont été implémentées sous le logiciel MatLab. Avant de détailler ces implémentations, il est nécessaire de réaliser une présélection de points dans l'échantillon de données. Comme en réalité les limites sont matérialisées par des bornes, ce traitement préliminaire est développé dans un programme appelé "Recherche de bornes".

Le programme "Recherche de bornes"

Comme points de départ de nos programmes, nous disposons de deux listes de coordonnées relativement volumineuses. Ces coordonnées sont celles des bornes situées le long des deux frontières. Ces listes n'ont aucun lien entre elles a priori. Ainsi, le but principal de ce premier programme est de réduire le secteur de recherche.

Le principe de base dudit programme consiste à trouver pour chaque point côté ouest son point homologue côté est, et inversement, pour chaque point côté est, son homologue côté ouest situés tous deux sur le même parallèle. Cette méthode permet de découper chaque frontière en une ligne polygonale dont l'un des sommets et son homologue formeront les extrémités du plus long parallèle recherché.

Pour le calcul des points homologues, on peut utiliser la méthode d'intersection et contrôler les résultats par dichotomie même si les deux méthodes utilisent deux systèmes de coordonnées différents (coordonnées géographiques et planes). A présent, on peut lancer le processus de localisation du plus long parallèle.

Le programme "Intersection"

A partir d'un point d'une frontière, par exemple le point 1, le programme précédent nous fournit les deux bornes situées sur l'autre frontière, point 2 et point 3 (cf. figure 2).

Le programme "Intersection" permet ensuite de trouver, pour chaque point d'une frontière, le point situé à la même latitude sur l'autre frontière.

Ce programme est très simple puisqu'il met en œuvre le principe d'intersection de droites dans un plan. La Figure 3 rappelle les formules de Delambre.

$$[1M] = \frac{\Delta x \times \cos(A_2) - \Delta y \times \sin(A_2)}{\sin(A_1 - A_2)}$$

où $\Delta x = X_2 - X_1$ et $\Delta y = Y_2 - Y_1$

$$[2M] = \frac{\Delta x \times \cos(A_1) - \Delta y \times \sin(A_1)}{\sin(A_2 - A_1)}$$

[ ]: distance

ainsi
$X_M = X_1 + [1M] \sin(A_1)$
$Y_M = Y_1 + [1M] \cos(A_1)$

Ou
$X_M = X_2 + [2M] \sin(A_2)$
$Y_M = Y_2 + [2M] \cos(A2)$

Figure 3 : Relations déduites des formules générales de Delambre

Nous allons pouvoir simplifier ces formules car le calcul du plus long parallèle correspond au calcul d'une loxodromie. Cela signifie que l'azimut A1 est constant. De plus, nous noterons que dans un espace plan, l'azimut est égal au gisement.

Enfin, comme nous utilisons la projection de Mercator, les images des méridiens et des parallèles sont des droites, ce qui implique que chaque méridien est perpendiculaire à tous les parallèles et inversement. L'azimut A1 est donc égal à 90°.

Les formules citées précédemment (Figure 3) se simplifient de la manière suivante :

$$X_M = X_2 + (Y_1 - Y_2) \times \tan(A_2)$$
$$Y_M = Y_1$$

Il reste simplement à calculer l'azimut A2.

Une fois les coordonnées (X_M, Y_M) du point d'intersection obtenues, la distance plane entre ce point d'intersection et le point initial (borne "point 1" sur la figure 2) peut être calculée.

Ce calcul est exécuté et répété pour chacun des points de la frontière est et de la frontière ouest. A l'issue de ce programme, nous disposons donc d'une liste de distances parmi lesquelles nous sélectionnons la plus grande pour localiser le plus long parallèle.

L'avantage de cette méthode est d'être facilement programmable et rapide d'exécution, même sur des fichiers textes volumineux contenant un grand nombre de points, comme c'était le cas ici.

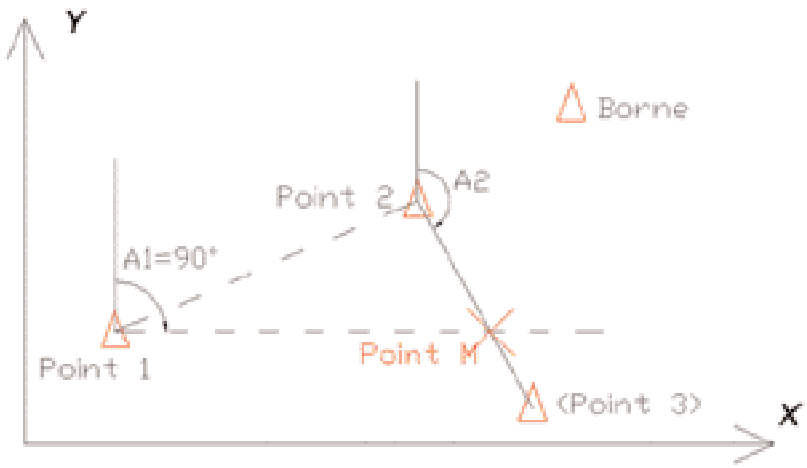

Figure 2 : Schéma de la situation nécessitant une intersection dans le plan.

Le programme "Dichotomie"

Le but de cet algorithme est le même que celui du programme Intersection, c'est-à-dire de déterminer, pour chaque point de la frontière, le point de l'autre frontière situé à la même latitude. Toutefois, le procédé utilisé est différent. La dichotomie est un principe itératif qui consiste à diviser en deux un espace de recherche.

Le point de départ est une borne d'une des frontières ; à partir de la latitude de cette borne (latitude de référence), on détermine sur l'autre frontière les deux bornes les plus proches de part et d'autre du parallèle à l'aide du programme "Recherche de bornes". L'espace situé entre ces deux bornes est alors divisé en deux parties égales. La latitude de référence sera située dans l'un des deux espaces nouvellement créés. Ce dernier espace sera alors divisé en deux lui aussi. Ce processus se poursuit jusqu'à obtenir les coordonnées du point opposé situé à la même latitude (en fait nous ne recherchons que la longitude), et ce avec le nombre de chiffres significatifs souhaité. En l'occurrence une vingtaine d'itérations permet d'avoir un résultat stable à la centième de seconde près.

Après avoir trouvé les coordonnées du point d'intersection, la distance entre le point initial et le point d'intersection est calculée. Il s'agit d'une distance ellipsoïdale, calculée à l'aide de la formule suivante :

$$D = N \times \cos(\phi) \times (\lambda_1 - \lambda_2)$$

où:

- N est la grande normale

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}$$

- a est le demi grand axe
- e est l'excentricité
- φ est la latitude
- λ_1 est la longitude du premier point
- λ_2 est la longitude du second point

Le programme exécute les étapes décrites pour chacun des points des deux frontières.

Finalement un listing de distances est obtenu et la plus longue parmi ces distances est retenue pour localiser une nouvelle fois le plus long parallèle.

Résultats

Les deux méthodes de calcul ont toutes deux abouti au même résultat. Le plus long parallèle de France respectant les conditions imposées en introduction à cet article est donc situé à la latitude **N48°26'58"** dans le système géodésique RGF 93. Sa longueur ellipsoïdale est de 954.5 kilomètres.

Le tracé du parallèle est superposé à une mosaïque d'images satellites issues du site Internet de Google Earth en Figure 4.

Ainsi, la Ligne de Terre relie l'île d'Ouessant en Bretagne à la ville d'Obernai en Alsace, en passant par des villes telles que Brest, Saint-Brieuc, Chartres, Melun ou Alençon, et plus précisément le dernier village à l'extrémité est : Gerstheim. Notons que Strasbourg n'est située qu'à 15 km seulement du parallèle (cf. Figures 5 et 6).

L'estimation de la précision de détermination de la latitude du plus long parallèle devrait tenir compte des facteurs suivants :

- la densité des bornes sur les deux frontières (1 borne tous les 30 m environ) – facteur d'influence déterminant,
- l'imprécision sur les coordonnées des données,
- l'imprécision due aux transformations de coordonnées,
- l'imprécision inhérente aux logiciels (nombre de chiffres pris en compte dans les calculs intermédiaires), etc.

La quantification de ces dernières erreurs reste délicate. En tenant compte essentiellement de la densité des bornes sur les portions de frontières étudiées, nous estimons la précision de détermination de la latitude à ±1", soit environ 30 m.

Application

Enfin, une fois le plus long parallèle en France calculé, nous nous sommes attachés à établir une liste de toutes les villes traversées par le parallèle. Le procédé le plus simple consiste à employer un logiciel de Système d'Information Géographique. En effet, une simple requête spatiale permet de sélectionner toutes les entités situées autour d'une autre entité de référence. Dans notre cas, les entités sélectionnées sont les villes et l'entité de référence est le parallèle.

Figure 4 : Le plus long parallèle de France (fond d'image : Google Earth http://earth.google.com/)

Ainsi, une base de données de type INSEE contenant les 36000 communes de France (base datant de 1990) a été utilisée. Une requête spatiale a donc permis d'obtenir le listing des communes situées dans une bande de 10 km de part et d'autre du parallèle ; cela représente environ 1 300 communes.

Conclusion

A ce stade, le relais peut être transmis et le travail des autres écoles d'ingénieurs peut débuter. Ainsi, les élèves de l'ESTP sont chargés de calculer l'intersection entre le parallèle et la méridienne verte, le méridien de Paris. Les étudiants de l'ENSG doivent calculer la distance entre chaque commune de France et le parallèle. Et enfin, les étudiants de l'ESGT ont pour charge le descriptif des villes traversées par le parallèle.

Ce projet aura donc permis une collaboration de toutes les écoles de France formant à la géomatique (d'ailleurs presque situées sur un même parallèle !), du Mans à Strasbourg, en passant par Paris, à la réalisation d'un projet unique.

D'Ouessant à Gerstheim, la route est à présent tracée : suivons la LIGNE DE TERRE N48°26'58" !

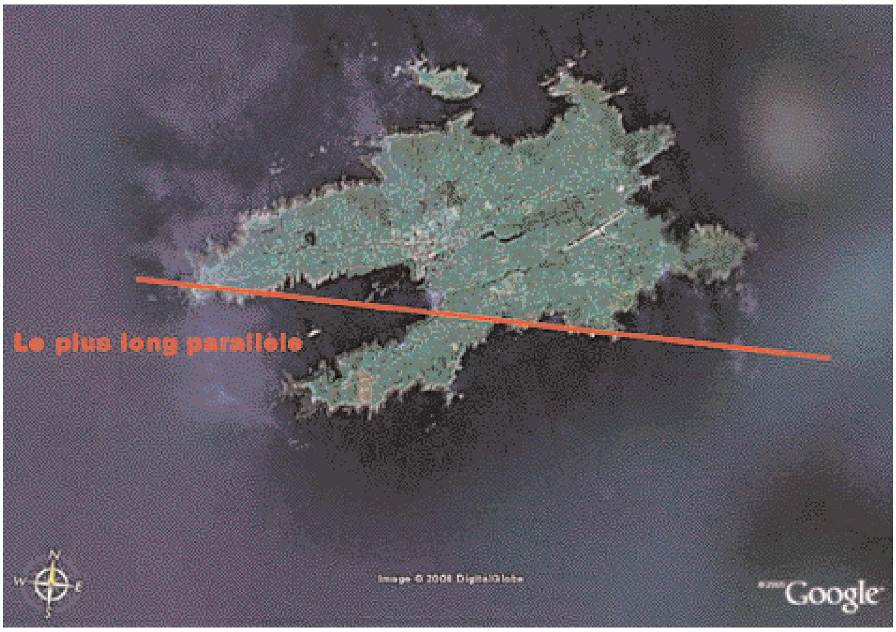

Figure 5 : **Extrémité ouest du plus long parallèle de France.**

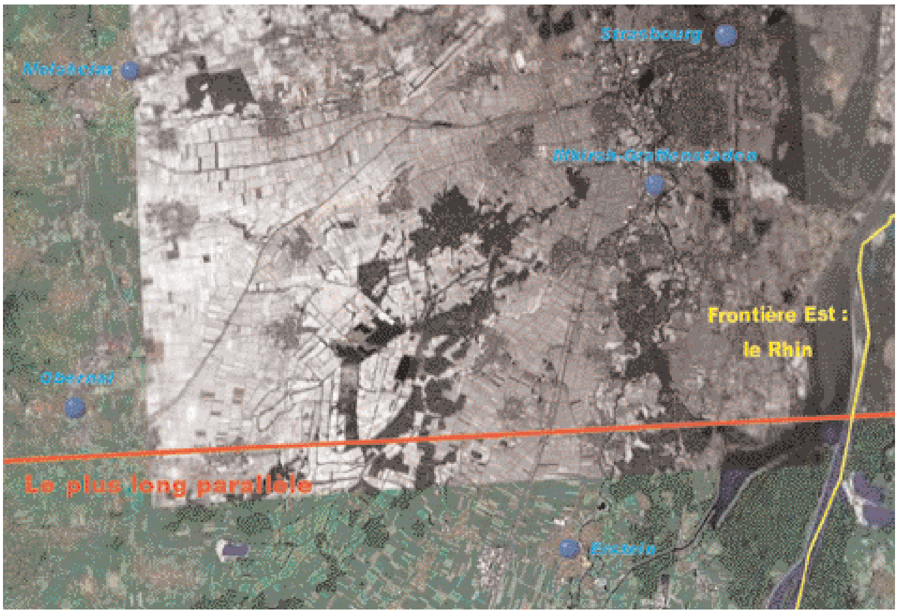

Figure 6 : **Extrémité est du plus long parallèle de France.**

Contacts

Etudiants de l'INSA de Strasbourg,
spécialité Topographie
24, bd de la Victoire
STRASBOURG CEDEX

Guillaume BIZOUARD
guillaume.bizouard@free.fr
Kadidia DRAME
kadidia@noos.fr
Alban VUILLEMEY
alban.vuillemey@gmail.com

Bibliographie

Ouvrage et revue

SJOBERG L.E. [2002], ***Intersections on the sphere and ellipsoid*** ; Journal of Geodesy, n°76, Springer Verlag, p. 115-120

SNYDER J.P. [1987],
Map projections - a working manual,
United States Government Printing Office

ABSTRACT

The OGE, Ordre des Géomètres-Experts is launching an ambitious project around the longest parallel in France ("the Earth Line"). In order to promote the profession for students, professionals and elected representatives, several events should gather the surveying professionals around this topic. The four engineering schools teaching topography in France, i.e. ENSG, ESGT, ESTP and INSA de Strasbourg are involved in the first part of this project. Indeed, the INSA students are responsible for the parallel latitude calculation. For that purpose, two computing methods based on intersection and dichotomy are used. Both results provide the location of the longest parallel: its latitude is 48°26'58" in RGF93 datum and its length is 954.5 km (ellipsoidal distance). In the next step, a census of all towns crossed in a strip of 10 km on both sides of the parallel is presented.