

Amélioration de la justesse en nivellement par l'estimation locale des corrections normales ou orthométriques

■ Thomas TOUZÉ

Le problème du nivellement, c'est de savoir comment déduire des accroissements élémentaires de hauteur, mesurés sur le terrain au niveau, les accroissements respectifs des altitudes. En toute rigueur, d'un côté, il faut tenir compte de la pesanteur réelle à la surface de la Terre tandis que de l'autre, on a la pesanteur conventionnelle moyenne servant à la définition des altitudes. Or, si le rapport entre ces deux pesanteurs est très proche de 1, il n'en est pas égal en général. À défaut de recommander l'acquisition d'un gravimètre, nous proposons dans cet article une méthode valable localement permettant d'exprimer les corrections normales et orthométriques des dénivelées géométriques. Une validation expérimentale de ce modèle est d'autant plus souhaitable que le modèle proposé dans le cas des altitudes normales serait tout à fait efficace pour tirer profit des données gravimétriques actuellement disponibles en France afin d'améliorer la justesse des nivellements, grâce à un simple calcul automatisable.

MOTS-CLÉS

Nivellement, correction normale, correction orthométrique, géodésie physique

élémentaire δn entre deux points A et B, des mires verticales sont placées sur chacun de ces deux points ainsi qu'un niveau quelque part entre eux (voir figure 1).

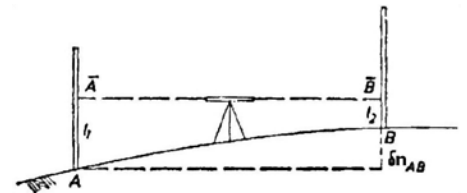


Figure 1. Schéma de principe du nivellement direct [1].

Comme la ligne \overline{AB} est horizontale, la différence des lectures sur mire $l_1 = A\overline{A}$ et $l_2 = B\overline{B}$ donne la dénivelée élémentaire : $\delta n_{AB} = l_1 - l_2$

Pour plus de détails sur les techniques de mesures, le lecteur peut se référer à Bomford (1962).

Si nous mesurons une boucle, c'est-à-dire un cheminement fermé, alors la somme algébrique de toutes les dénivelées élémentaires ne sera généralement pas rigoureusement égale à zéro, quand bien même on imaginerait des observations de précision parfaite. Cette fermeture – c'est ainsi qu'on désigne cet écart – indique que le nivellement est plus complexe qu'il apparaît au premier abord.

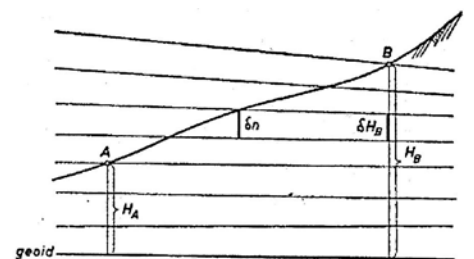


Figure 2. Nivellement et altitudes orthométriques [1].

Introduction

Notre précédent article, dans le XYZ n° 176, traitait du nivellement en haute montagne et proposait une expression valable localement de la correction orthométrique des dénivelées géométriques. Cependant la formulation proposée n'était pas pratique à manipuler concrètement et était incomplète dans la mesure où tous les termes n'avaient pas été pleinement développés. En étudiant davantage la bibliographie, nous pouvions également corriger nos définitions en distinguant les corrections orthométriques, normales et même dynamiques selon le système altimétrique dans lequel les altitudes des points nivelés devaient être exprimées.

Dans cet article, nous proposons donc une nouvelle formulation des corrections orthométriques et normales plus simple à déterminer pour le topographe. En s'appuyant sur les mesures

gravimétriques sur le RBF, chacun peut estimer l'ordre de grandeur de la correction normale. Avec l'appui du service de géodésie et de métrologie de l'IGN, nous pouvons même montrer qu'en ayant accès au modèle de pesanteur national, il serait possible de calculer très précisément cette correction. Si notre formule pouvait être validée expérimentalement, cela pourrait représenter un gain d'exactitude non négligeable sur tous les travaux topométriques pour un surcoût très faible en termes de temps nécessaire.

Le problème du nivellement

Pour décrire ce problème, nous ne saurions faire mieux que de vous proposer une traduction de la première section, Spirit Levelling, du chapitre 4 *Heights Above Sea Level*, du livre *Physical Geodesy de Heiskanen et Moritz* en 1967 [1].

“Le principe du nivellement direct est bien connu. Pour mesurer la dénivelée



Regardons les choses d'un peu plus près. La figure 2 montre les principes géométriques significatifs en jeu. Imaginons que les points A et B sont tellement éloignés l'un de l'autre que la procédure en figure 1 doit être appliquée de manière répétée. Alors la somme des dénivelées entre A et B ne sera pas égale à la différence des altitudes orthométriques H_A et H_B . La raison tient dans le fait que la dénivelée élémentaire δn est différente de l'incrément correspondant δH_B de H_B (voir figure 2) à cause du non-parallélisme des surfaces de niveau. Notons δW l'accroissement correspondant du potentiel de pesanteur W , nous avons :

$$-\delta W = g \delta n = g' \delta H_B$$

Où g désigne la pesanteur à la station de nivellement et g' est la gravité le long de la ligne de champ (fil à plomb) de B en δH_B . Ainsi :

$$\delta H_B = \frac{g}{g'} \delta n \neq \delta n$$

Il n'y a donc pas de relation géométrique directe entre le résultat du nivellement et les altitudes orthométriques du fait que cette dernière formule désigne une relation physique. Dès lors, si ce n'est pas l'altitude, qu'est-ce qui est directement obtenu par le nivellement ? Si la pesanteur g est également mesurée, alors $\delta W = -g \delta n$

est connu, ce qui permet d'obtenir :

$$W_B - W_A = - \sum_A^B g \delta n$$

Donc, le nivellement direct, combiné à des mesures de pesanteur, fournit des différences de potentiel, et voilà la grandeur physique que cette technique permet d'obtenir.

Notons qu'il est plus rigoureux, en théorie, de remplacer la somme précédente par une intégrale, ce qui donne :

$$W_B - W_A = - \int_A^B g \, dn$$



Figure 3. Deux cheminements différents allant de A à B. Pris ensemble, ils forment une boucle [1].

On remarque également que cette intégrale est indépendante du cheminement suivi ; de ce fait, des cheminements différents reliant les points A et B (voir figure 3) devraient donner le même résultat. C'est une évidence du fait que le potentiel W est une fonction ne dépendant que de la position, ainsi, à chaque point ne correspond qu'une unique valeur de W . Et si le cheminement revient en A, alors l'intégrale totale doit être zéro :

$$\oint g \, dn = -W_A + W_A = 0$$

Parallèlement, la différence de hauteurs mesurées, en tant que somme des dénivelées élémentaires,

$$\Delta n_{AB} = \sum_A^B \delta n = \int_A^B dn$$

dépend du chemin d'intégration et n'est pas forcément nulle en cas de cheminement clôt :

$$\oint dn = \text{fermeture} \neq 0$$

En termes mathématiques, dn n'est pas une différentielle parfaite (la différentielle d'une fonction de position), contrairement à $dW = -g \, dn$. Ainsi dn ne devient une forme différentielle parfaite qu'en étant multipliée par un facteur d'intégration ($-g$).

Les différences de potentiel sont donc la combinaison de nivellement direct avec des mesures de pesanteur. Elles forment la base de la théorie des altitudes. Même les altitudes orthométriques doivent être considérées comme des quantités dérivant des différences de potentiel.

Niveler sans mesures de pesanteur, bien que couramment appliqué en pratique, n'a, en toute rigueur, pas de sens pour la détermination des surfaces de niveau ce qui conduit à des incohérences (fermetures). Ce cas ne sera donc pas considéré dans la suite."

Malgré ces deux dernières phrases, qui pourraient sembler condescendantes vis-à-vis de tous les topographes faisant du nivellement direct sans mesures de pesanteur, Heiskanen et Moritz ont montré un réel intérêt à l'amélioration des procédures de nivellement en définissant, au même chapitre [1], les corrections dynamiques, orthométriques et normales permettant de corriger la somme des dénivelées mesu-

rées pour en déduire les différences d'altitudes dynamiques, orthométriques ou normales. Cependant ces corrections requièrent toujours de connaître les valeurs de la pesanteur g le long du cheminement, même si leurs formulations en réduisent les contraintes de précision dans les résultats.

Notations et définitions

En reprenant les notations de Heiskanen et Moritz, prenons un cheminement de p dénivelées élémentaires δn_i pour relier deux points A et B. Nous considérons Δn en équation 1 comme étant la dénivelée géométrique en tant que somme des p dénivelées élémentaires.

$$\Delta n = \sum_{i=1}^p \delta n_i \quad (1)$$

Prenons la cote géopotentielle C en un point M définie par la différence de potentiel de pesanteur entre un point et une origine.

$$C_M = W_0 - W_M \quad (2)$$

Sur le cheminement de A à B, la différence de cote géopotentielle s'exprime, avec g_i , les p valeurs de pesanteur en chaque station de nivellement, selon la formule 3.

$$\Delta C = \int_A^B g \, dn \approx \sum_{i=1}^p g_i \delta n_i \quad (3)$$

En altitudes orthométriques, on considère la pesanteur \bar{g} à l'intérieur de la Terre ainsi que sa valeur moyenne \bar{G} entre le géoïde et la surface. On définit alors l'altitude orthométrique $H_M^{(o)}$ en un point M par la formule 4.

$$H_M^{(o)} = \frac{C_M}{\bar{G}_M} \text{ avec } \bar{G}_M = \frac{1}{H_M^{(o)}} \int_0^{H_M^{(o)}} \bar{g}(H) \, dH \quad (4)$$

En altitudes normales, on considère la pesanteur normale γ et sa valeur moyenne Γ de l'ellipsoïde au telluroïde. On définit alors l'altitude normale $H_M^{(n)}$ en un point M par la formule 5.

$$H_M^{(n)} = \frac{C_M}{\Gamma_M} \text{ avec } \Gamma_M = \frac{1}{H_M^{(n)}} \int_0^{H_M^{(n)}} \gamma(h) \, dh \quad (5)$$

On peut donc en déduire en formule 6 la différence de cote géopotentielle en fonction des altitudes orthométriques.

$$\Delta C = C_B - C_A = \Gamma_B H_B^{(n)} - \Gamma_A H_A^{(n)} = \bar{G}_B H_B^{(o)} - \bar{G}_A H_A^{(o)} \quad (6)$$

On définit enfin les corrections orthométriques et normales Ω comme étant les termes à ajouter à la dénivelée géométrique pour obtenir les différences d'altitudes, respectivement, orthométriques et normales.

$$\begin{cases} \Delta H^{(o)} = H_B^{(o)} - H_A^{(o)} = \Delta n + \Omega^{(o)} \\ \Delta H^{(n)} = H_B^{(n)} - H_A^{(n)} = \Delta n + \Omega^{(n)} \end{cases} \quad (7)$$

En nous appuyant sur ces définitions ainsi que sur notre travail présenté dans le XYZ n° 176 [2], nous allons exprimer ces corrections valables localement et utilisables facilement par tous les topographes.

Simplification locale de ΔC en fonction des altitudes

Dans cette partie, nous n'allons détailler les calculs que pour les altitudes normales. Le raisonnement est identique pour les altitudes orthométriques. Partons de la formule 6 en introduisant la définition 5. Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \Delta C &= \Gamma_B H_B - \Gamma_A H_A \\ &= \left(\frac{1}{H_B} \int_0^{H_B} \gamma dh \right) H_B - \left(\frac{1}{H_A} \int_0^{H_A} \gamma dh \right) H_A \\ &= \int_{H_A}^{H_B} \gamma dh \end{aligned}$$

Faisons l'hypothèse que, localement, la pesanteur normale γ ne dépend que de la hauteur ellipsoïdale h et de manière linéaire. On introduit alors la pesanteur normale en γ_A en A, ainsi que γ'_A sa dérivée selon h en A. On a alors : $\gamma(h) \approx \gamma_A + \gamma'_A(h - H_A)$

En utilisant ce résultat dans notre dernière expression de ΔC , on peut facilement montrer le résultat en formules 8 pour les altitudes normales et 9 pour les altitudes orthométriques.

$$\Delta C \approx \gamma_A \Delta H^{(n)} + \frac{\gamma'_A}{2} (\Delta H^{(n)})^2 \quad (8)$$

$$\Delta C \approx \bar{\gamma}_A \Delta H^{(o)} + \frac{\bar{\gamma}'_A}{2} (\Delta H^{(o)})^2 \quad (9)$$

Simplification locale de ΔC en fonction des mesures

Dans le XYZ n° 176, en linéarisant localement la pesanteur le long du cheminement et en tirant profit des propriétés des sommes doubles, nous avons pu établir la relation 10 (mise à jour de nos changements de notation).

$$\Delta C \approx g_A \Delta n + \frac{g'_A}{2} \Delta n^2 \left(\frac{p+1}{p} + (p-1) \left(\frac{\sigma_{\delta n}}{\Delta n} \right)^2 \right) \quad (10)$$

Dans cette formule, rappelons-le, le terme $\sigma_{\delta n}$ n'est pas la précision des dénivelées élémentaires mesurées, mais l'écart type des grandeurs mesurées. Si on suppose un grand nombre de dénivelées p et un écart type $\sigma_{\delta n}$ faible par rapport à la dénivelée géométrique Δn , alors cette relation peut être simplifiée de la manière suivante.

$$\Delta C \approx g_A \Delta n + \frac{g'_A}{2} \Delta n^2 \quad (11)$$

Corrections normales et orthométriques

Rapprochons donc les expressions de ΔC obtenues en 8 (respectivement 9) et en 11 ainsi que la définition de nos corrections respectives en 7. Dans le cas normal, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} g_A \Delta n + \frac{g'_A}{2} \Delta n^2 &\approx \\ \gamma_A (\Delta n + \Omega^{(n)}) + \frac{\gamma'_A}{2} (\Delta n + \Omega^{(n)})^2 \end{aligned}$$

C'est-à-dire

$$\begin{aligned} (g_A - \gamma_A) \Delta n + \frac{1}{2} (g'_A - \gamma'_A) \Delta n^2 &\approx \\ (\gamma_A + \gamma'_A \Delta n) \Omega^{(n)} + \frac{\gamma'_A}{2} (\Omega^{(n)})^2 \end{aligned}$$

En négligeant le dernier terme proportionnel au carré de la correction normale, on en déduit l'expression valable localement de la correction normale en formule 12. Elle dépend de la dénivelée géométrique Δn , de la pesanteur g_A et la pesanteur normale γ_A en A ainsi que des dérivées selon l'altitude de ces deux grandeurs.

$$\Omega^{(n)} \approx \frac{g_A - \gamma_A}{\gamma_A + \gamma'_A \Delta n} \Delta n + \frac{1}{2} \frac{g'_A - \gamma'_A}{\gamma_A + \gamma'_A \Delta n} \Delta n^2$$

En appliquant la même méthode, nous pouvons obtenir l'expression valable localement de la correction orthométrique en formule 13.

$$\Omega^{(o)} \approx \frac{g_A - \bar{\gamma}_A}{\bar{\gamma}_A + \bar{\gamma}'_A \Delta n} \Delta n + \frac{1}{2} \frac{g'_A - \bar{\gamma}'_A}{\bar{\gamma}_A + \bar{\gamma}'_A \Delta n} \Delta n^2$$

Remarque : Les altitudes NGF-Lallemand étaient des altitudes orthométriques normales au sens où la dénivelée géométrique était pondérée par la pesanteur normale. De ce fait, la correction orthométrique normale des dénivelées géométriques en vue d'établir des altitudes NGF-Lallemand serait une combinaison de ces deux expressions 12 et 13.

Du fait du terme en Δn^2 , nous remar-

quons que ces expressions des corrections normales et orthométriques ne sont pas impaires. En effet : $\Omega(-\Delta n) \neq -\Omega(\Delta n)$. Cela se traduit concrètement par le fait, pour les fortes dénivelées où le terme quadratique devient prépondérant, que les corrections diffèrent en module selon le sens de la marche. En toute humilité, nous partageons nos doutes sur ce point en envisageant les pistes suivantes nécessitant investigation :

- Cela semble correct, car en repartant de la définition (3), en considérant un champ scalaire linéaire de g en fonction de l'altitude, effectivement, nous trouvons une fonction quadratique ; s'agit-il d'une piste expliquant l'origine du biais de sens de marche ?
- Peut-être faudrait-il limiter la linéarisation à l'ordre 0, ou a contrario aller jusqu'à l'ordre 2 ?

Dans tous les cas, seul un nivellement couplé à des mesures de pesanteur validera ce modèle.

Dans le XYZ n° 176 [2], nous avons montré que la pesanteur à la surface de la Terre en A g_A et sa dérivée selon l'altitude g'_A pouvaient être obtenues par une régression linéaire des valeurs de g sur les points du RBF les plus proches. De manière plus rigoureuse et élégante, la mesure du champ de pesanteur étant requise pour établir un géoïde national précis, le Service de Géodésie et de Métrologie (SGM) de l'IGN dispose d'un modèle établi sur environ 400 000 mesures de pesanteur. Ainsi, g_A peut être obtenue sur demande aujourd'hui tandis que g'_A peut être déduite, mais il serait envisageable à terme qu'un service en ligne puisse permettre aux utilisateurs de déduire ces valeurs en tout point connu en coordonnées.

D'autre part, dans les ouvrages [1] et [3], nous pouvons trouver les formules nécessaires au calcul de la pesanteur normale γ_A qui sont facilement programmables dans n'importe quel langage.

Dès lors, l'expression 12 de la correction normale pourrait être appliquée sur tous les cheminements. En simplifiant même les dénominateurs en ne conservant que γ_A , la correction normale s'exprime de la forme

$$\Omega^{(n)} \approx \alpha \Delta n + \frac{1}{2} \beta \Delta n^2$$



Tableau 1. Points du RBF en Sologne pour la régression de la pesanteur.

Catégorie	Est L93 [m]	Nord L93 [m]	Altitude IGN69 [m]	g [m/s ²]	Distance [km]	sig_g [m/s ²]
RBF	613152.388	6752839.052	90.288	9.80827140	29.8	0.00016
RBF	626648.797	6733289.442	115.957	9.80813033	10.3	0.00006
RBF	615065.648	6708125.921	110.914	9.80797045	17.4	0.00009
RBF	639461.954	6697084.024	133.607	9.80779690	32.5	0.00018
RBF	644342.952	6717363.383	135.975	9.80794304	23.8	0.00013
RBF	646505.638	6743474.914	114.556	9.80826830	31.5	0.00017
RBF	587648.231	6711772.053	104.091	9.80798674	36.2	0.00020
RBF	599989.627	6730119.588	105.775	9.80808485	22.4	0.00012
Point d'intérêt	621601.904	6724258.547	113.895			

Dans laquelle les coefficients α et β ne dépendent que de la pesanteur normale et de la pesanteur réelle au point de départ A du cheminement prévu. Le SGM de l'IGN pourrait ainsi publier relativement simplement, via la géoplateforme, deux couches raster pour chacun de ces deux coefficients. Le topographe voulant traiter ses cheminements pourrait en déduire les coefficients à appliquer pour améliorer la justesse de ses mesures.

Correction normale en plaine

Dans un premier temps, nous avons souhaité estimer la valeur de la correction normale dans une région française où le champ de pesanteur semblait stable. Nous avons choisi arbitrairement la Sologne. Pour déterminer g et sa dérivée selon l'altitude g' en un point d'intérêt, nous avons appliqué la même méthode que décrite dans le XYZ n° 176 [2] en nous basant sur les huit points du RBF les plus proches en *tableau 1*. La *figure 4* présente la régression linéaire avec les intervalles de confiance à 95 %.

Pour définir les écarts types a priori sur

les valeurs de pesanteur, une fonction affine de la distance au point d'intérêt a été calée en prenant comme constante la précision donnée sur les valeurs de g et en déterminant la composante proportionnelle à la distance de manière à obtenir un facteur de variance a posteriori de 1. Nous obtenons comme modèle stochastique $\sigma_g = 2.0 \cdot 10^{-7} + 5.4 \cdot 10^{-9} \cdot d$ [m].

Le résultat de notre régression nous donne, avec des intervalles de confiance à 95 % est donné ci-après. Du fait de la faible variation d'altitude sur la zone étudiée, nous obtenons une piètre estimation de g'A.

$$\begin{cases} g_A = 9.808\ 082 \pm 7.5 \cdot 10^{-5} \text{ m.s}^{-2} \\ g'_A = -6.1 \cdot 10^{-6} \pm 7.3 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-2} \end{cases}$$

Quant à la pesanteur normale à l'altitude de A, en appliquant les formules dans [1] ou [3], nous obtenons :

$$\begin{cases} \gamma_A = 9.808\ 211\ 0 \text{ m.s}^{-2} \\ \gamma'_A = -3.1 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-2} \end{cases}$$

À l'aide de ces paramètres de pesanteur, de pesanteur normale et des incertitudes associées, nous sommes en mesure d'estimer la correction normale telle que définie en *formule 12*

et d'en estimer l'incertitude par propagation des erreurs. En *figure 5* sont représentées ces valeurs pour des dénivelées allant de -100 m à +100 m depuis le point d'intérêt.

Pour des dénivelées comprises entre ± 20 m, nous constatons que l'intervalle de confiance à 95 % de la correction normale est compris entre ± 0.5 mm, ce qui est négligeable pour la plupart des applications topométriques courantes. Pour les dénivelées plus importantes – peu probables en Sologne sur de petits cheminements – la correction normale peut être millimétrique. Pour ces dénivelées, l'intervalle de confiance à 95 % est très large, du fait de notre piètre estimation de la dérivée de la pesanteur.

Correction normale en zone montagneuse

Pour éprouver davantage notre modèle, nous nous sommes concentrés sur la conduite forcée d'un de nos ouvrages allant jusqu'à une usine à proximité de Bourg-Saint-Maurice, en Savoie. Les points topo de surveillance de cette conduite, longue de 1.3 km, ont des altitudes comprises entre 800 m et 1 500 m. Comme un contrôle tachéométrique de ces points entre eux est régulièrement mené, nous avons jugé utile d'estimer l'ordre de grandeur de la correction normale des dénivelées indirectes.

Nous avons, d'une part, extrait onze points du RBF autour de notre site et, d'autre part, demandé au SGM de

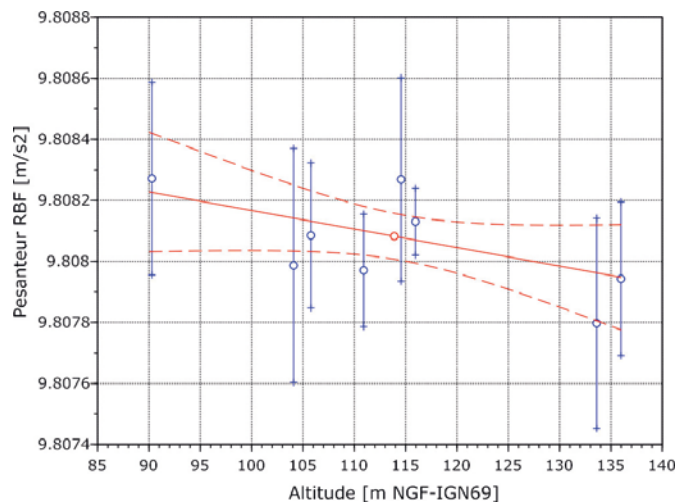


Figure 4. Régression linéaire de la pesanteur sur huit points du RBF en Sologne.

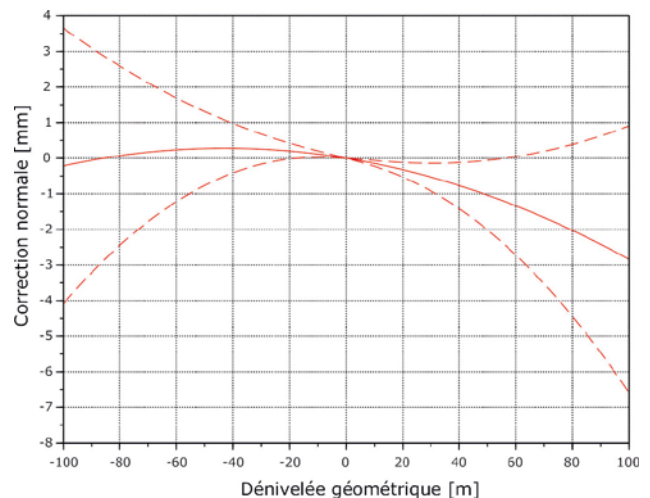


Figure 5. Estimation, avec intervalle de confiance à 95 %, de la correction normale de dénivelées en Sologne entre -100 et +100 m.

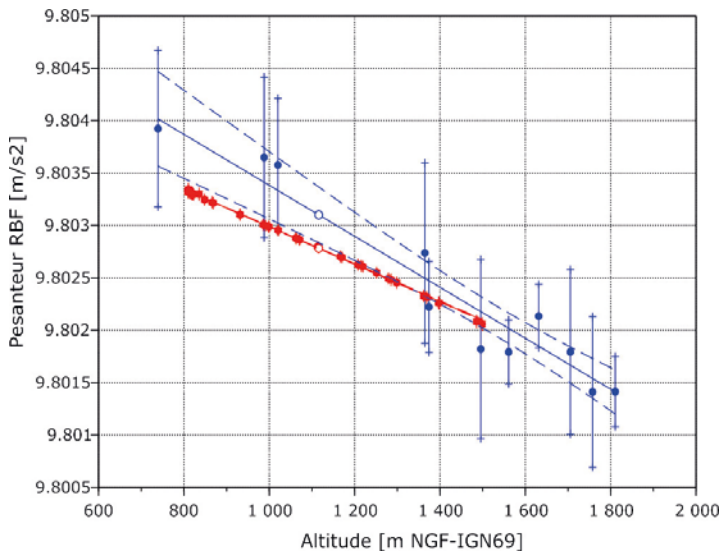


Figure 6. Régressions linéaires de la pesanteur en fonction de l'altitude sur le RBF (bleu) et sur les données du SGM (rouge).

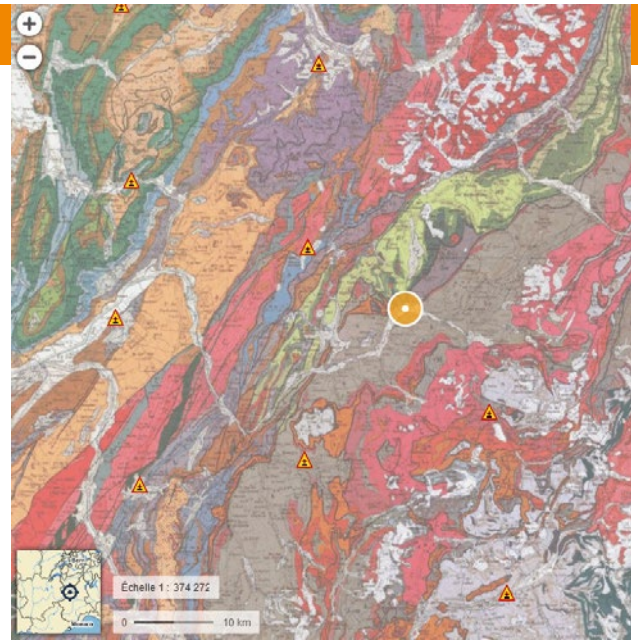


Figure 7. Vue sur le Géoportail de la carte géologique à proximité de notre site, avec les points du RBF les plus proches (triangles jaunes).

Régression du RBF

$$\begin{cases} g_A = 9.803\ 10 \pm 2.7\ 10^{-4}\ \text{m.s}^{-2} \\ g'_A = -2.4\ 10^{-6} \pm 5\ 10^{-7}\ \text{s}^{-2} \end{cases}$$

Régression des données du SGM

$$\begin{cases} g_A = 9.802\ 782\ 0 \pm 2.9\ 10^{-6}\ \text{m.s}^{-2} \\ g'_A = -1.78\ 10^{-6} \pm 2\ 10^{-8}\ \text{s}^{-2} \end{cases}$$



l'IGN de nous calculer la valeur de g en chacun de nos points de surveillance. Nous obtenons les résultats suivants visibles en *figure 6*.

La plupart des valeurs de pesanteur données par le SGM n'appartiennent pas à l'intervalle de confiance de notre droite de régression. En revanche, on remarque que ces données du SGM se prolongent assez bien avec les données du RBF aux altitudes les plus fortes, à droite en *figure 6*. Nous expliquons ceci par la géologie.

En effet, les quatre points du RBF aux altitudes les plus faibles sont plutôt au nord-ouest de notre site tandis que les autres sont au sud-est. Or la vallée de l'Isère, au niveau de laquelle se situe l'usine au pied de la conduite, correspond à une faille séparant des massifs de natures rocheuses différentes et donc de densités différentes (voir *figure 7*) susceptibles d'affecter la valeur de la pesanteur g .

Au centre de notre conduite forcée, nous avons pu calculer la pesanteur normale ainsi que sa dérivée pour obtenir :

$$\begin{cases} \gamma_A = 9.803\ 312\ 3\ \text{m.s}^{-2} \\ \gamma'_A = -3.1\ 10^{-6}\ \text{s}^{-2} \end{cases}$$

En simulant des dénivelées géométriques partant du centre de la conduite forcée et comprises entre -300 et

+300 m, nous obtenons les estimations des corrections normales en *figure 8*. Par propagation des erreurs des régressions linéaires, nous estimons l'ordre de grandeur de l'incertitude. Les corrections issues des données gracieusement calculées et fournies par le SGM ont une incertitude très faible et sont plus fortes que celles issues du RBF.

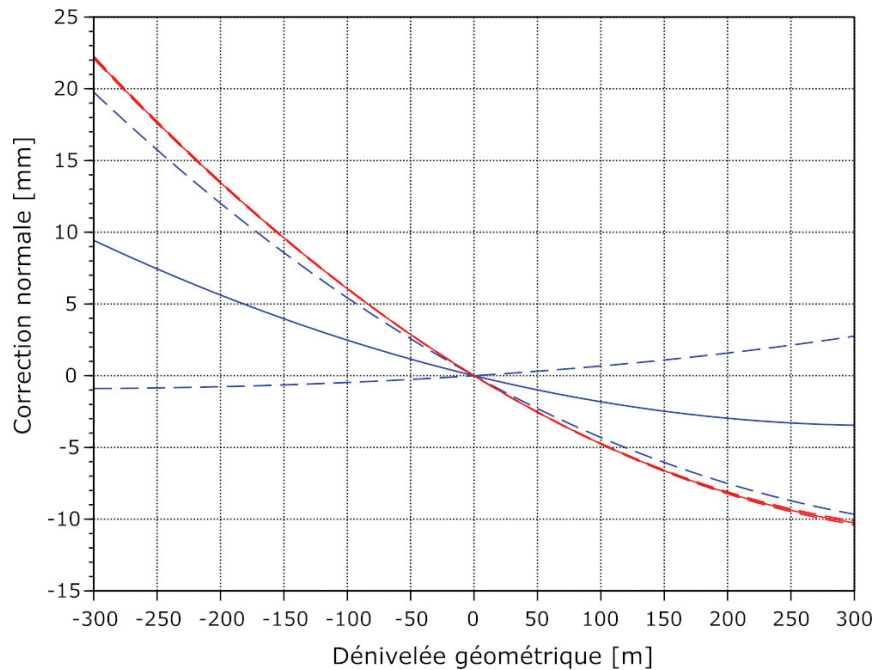


Figure 8. Estimation, avec intervalle de confiance à 95 %, de la correction normale de dénivelées près de Bourg-Saint-Maurice entre -300 et +300 m, à partir des régressions du RBF (bleu) et des données du SGM (rouge).

En considérant ces résultats déduits du modèle gravimétrique du SGM, sur notre conduite forcée, la correction normale des dénivelées géométriques inférieures à -150 m ou supérieures à 250 m est centimétrique. Pour les dénivelées totales, de l'usine (800 m d'altitude), jusqu'au point le plus haut (1500 m d'altitude), elle est de l'ordre de -3.5 cm. Des mesures GNSS statiques sur 24 ou 48 h en trois points (aux deux extrémités et au milieu de la conduite forcée) devraient permettre de le confirmer en comparant les dénivelées GNSS obtenues grâce à la grille RAF20.

Conclusion

Par rapport à notre dernier article XYZ [2], en repartant des fondamentaux en [1], nous avons pu proposer une formulation des corrections orthométriques et normales permettant de corriger les dénivelées géométriques, basée sur des approximations locales de variations linéaires de la pesanteur en fonction de l'altitude. Pour la correction normale, cette formulation permet à tout topographe d'en estimer la valeur du fait de la simplicité de calcul de la pesanteur normale et de l'accès aux valeurs de la pesanteur g sur les points du RBF. La mise à disposition par le SGM de son modèle de pesanteur ouvrirait la voie à une correction calculable automatiquement par les logiciels de traitement et nettement plus précise.

L'étude de la correction normale en Sologne et en Savoie montre que sur des nivellements vraisemblables pour des topographes, la correction normale n'est pas systématiquement négligeable. Certes, l'emploi des valeurs de g depuis le RBF est limitant quant à l'incertitude atteignable sur la dérivée de g , mais suffisant pour estimer l'ordre

de grandeur de la correction. L'utilisation du modèle de pesanteur du SGM apporterait un gain considérable en termes de précision. Il reste cependant à valider l'exactitude de nos expressions des corrections orthométriques et normales en les confrontant à un nivellement combiné à des mesures gravimétriques.

Contact

Thomas TOUZÉ
thomas.touze@edf.fr

Références

- [1] Weikko A. Heiskanen et Helmut Moritz, *Physical Geodesy*, 1967, https://archive.org/download/HeiskanenMoritz1967PhysicalGeodesy/heiskanen_moritz_1967_physical%20geodesy.pdf
- [2] Thomas Touzé, *Nivellement direct en haute montagne : comment savoir, a priori, si la correction orthométrique est nécessaire ?* 2023, XYZ n° 176.
- [3] Françoise et Henri Duquenne, *Cours de Géodésie*, 2003, *ESGT*, <https://www.aftopo.org/wp-content/uploads/2020/03/ouvrage20.pdf>

ABSTRACT

The problem of leveling lies in the way to deduce, from elementary increases in height, levelled on the field, the respective increases in altitude. On the one hand, one must consider the real gravity on the surface of the Earth while, on the other hand, we have the average conventional gravity for the altitude definition. Now if the ratio between these two gravities is very close to 1, it is not equal in general. Instead of advertising for the acquisition of a gravimeter, we propose in this article a locally valid expression of the normal and orthometric corrections of geometric differences of height. An experimental validation of this model seems required as the model proposed in the case of normal altitudes would be entirely effective in taking advantage of the gravimetric data currently available in France to improve the accuracy of leveling, thanks to a simple automatable calculation.

• géomatique • topographie • SIG • géomatique • cartographie • génie civil • photogrammétrie • hydrographie

POUR COMMUNIQUER PENSEZ À L'AFT ANNONCES, BANNIÈRES, ÉVÈNEMENTS

L'AFT rapproche tous les professionnels de la topographie et de la géomatique (producteurs, utilisateurs, enseignants...)

CONTACT : SAMUEL GUILLEMIN
Tél : 06 72 12 08 97 Courriel : communication@aftopo.org

• géomatique • topographie • SIG • géomatique • cartographie • génie civil • photogrammétrie • géodésie • métrologie • hydrographie