

Trois cents ans de géodésie française (suite 3)

par J.-J. LEVALLOIS
Ingénieur Géographe Général

LA TERRE EST UN SPHEROÏDE APLATI (Suite)

Réfection de la méridienne de France : dès 1738, on avait compris que les résultats de la méridienne de J.D. et J. Cassini étaient incompatibles avec ceux du degré du Nord et qu'il fallait choisir :

— ou bien la croissance des degrés de latitude méridienne vers le Sud était un phénomène scientifiquement prouvé, auquel cas il fallait reprendre le problème théorique, conformément à l'opinion de Maupertuis,

— ou les résultats des Cassini étaient contestables et ils furent contestés tout de suite, précisément par Maupertuis et Celsius.

Un argument de poids venait s'ajouter à ceux des partisans de l'aplatissement. Sitôt de retour de l'expédition de Laponie, Maupertuis et Lemmonier, utilisant le secteur qu'ils avaient mis en œuvre au Nord, reprenaient les mesures de l'amplitude astronomique de l'arc de Picard entre N.D. de Paris et N.D. d'Amiens. Gardant le résultat du calcul de triangulation de Picard, ils en déduisaient au lieu d'un degré de 57 060 toises, un degré de 57 183 toises. La comparaison avec la partie Sud de la méridienne de France (où l'on aurait trouvé 57 097 toises au degré) infirmait totalement la conclusion de l'ellipsoïde allongé.

Delambre (2), écrivant vers 1820, conteste la valeur obtenue par Lemmonier, sa bête noire, mais nous verrons plus loin que moyennant deux ou trois corrections, cette valeur était très bonne et que dans le système d'unités de longueur de Picard, elle se ramènerait à $57\,147 \pm 15$ T, que les observations récentes confirment entièrement (7).

De toute façon, il fallait reprendre la méridienne de France. Le travail fut confié à Cassini de Thury, le 3^e de la dynastie : "L'Académie ayant approuvé ce projet, je partis pour l'exécuter avec M. l'abbé de La Caille, au mois de mai de l'année 1739. Nous avons pour nous aider, MM. Sannac et Le Gros, exercés depuis longtemps à ces sortes d'observations" (2), (14). Par une reconnaissance très soignée, on élabore une très belle chaîne, constituée de triangles bien conformés. Cette chaîne en particulier la partie Sud, est tellement bien étudiée qu'elle sera reprise,

presque centre pour centre, par les successeurs de La Caille, en 1795 et 1875, comme d'ailleurs de nombreux points dans la partie Nord.

Les observations angulaires furent l'objet d'un soin particulier : "Il convenait d'avoir des quarts de cercle d'un moindre rayon" (pour tenir plus facilement dans les clochers)... "et dont la précision égalât celle des plus grands, ce que l'on se procura par l'application des micromètres aux lunettes de ces instruments...".

Pour les observations astronomiques "...on fit construire en 1738, un secteur de 6 pieds de rayon qui comprenait plus de 50 degrés, afin de pouvoir observer un grand nombre d'étoiles à diverses distances du zénith...". Ce secteur était également muni d'un micromètre.

La chaîne définitive s'appuie sur six bases qui sont du Nord au Sud : Dunkerque - Villers - Bretonneux (près d'Amiens) - Juvisy - Bourges - Rodez - Perpignan.

La base de Juvisy a une histoire particulière. On devait partir initialement des côtés de triangulation de Picard, en particulier de Brie-Monthéry, les termes de la base de Picard étant devenus invisibles des sommets voisins, et d'ailleurs difficiles à retrouver. Un premier calcul montra que la base de Bourges qui s'accordait bien avec celle de Rodez, n'était pas en accord avec les côtés de la triangulation de Picard, dans la région de Paris. Ce résultat, corroboré par certains autres, amena La Caille et Cassini de Thury à douter de la base de Villejuif et de décider de la remesurer, ou de lui en substituer une autre très voisine, dont le rattachement aux côtés de triangulation serait facile : ce fut la base de Juvisy (terme Sud) qui suit le tracé de Picard avec des termes différents.

Elle fut étalonnée et mesurée avec un soin tout particulier, et l'on put au cours de la mesure, identifier outre les termes, deux stations intermédiaires de la base de Picard et les rattacher ; la discordance apparut aussitôt : entre la "toise de Picard" et la "toise de La Caille", il y avait une différence systématique de 1/1000 ! Ce qui expliquait entr'autres le désaccord entre les bases de Bourges et de Villejuif, la discordance entre la valeur du côté Brie-Monthéry qui valait 13 121,6 toises pour Picard et 13 108,33 toises pour La Caille.

Pour mettre les deux bases d'accord, il fallait ramener la base de Picard à 5 657 toises au lieu de 5 663

(14), (2), (7). On en est réduit aux hypothèses pour expliquer cette discordance ; Delambre — nous l'avons dit — suppose que l'étalon du Châtelet s'était usé entre l'époque de Picard et celle de La Caille (2), mais ce n'est guère satisfaisant, un fait est toutefois certain, l'équivalence des toises après correction de 1/1000 des données Picard rétablit l'accord général. Certains académiciens en particulier Lemmonier, furent difficiles à convaincre et il ne fallut pas moins de 8 commissaires de l'Académie des Sciences pour en décider après remesure de la base de Juvisy dont entre temps certains termes avaient été modifiés (2).

Pendant que La Caille mesurait la méridienne, on reprit les mesures du parallèle de Strasbourg à Saint-Malo, poussé jusqu'à Brest, les différences de longitudes astronomiques étaient mesurées cette fois par la méthode des signaux de feu : deux observateurs situés à des distances de l'ordre de 150 kilomètres, réglaient leur horloge sur le temps sidéral local, et pointaient l'heure précise qu'elle marquait à l'instant où apparaissait la colonne de feu instantanée provoquée par la déflagration de 5 à 6 livres de poudre, mises à feu sur un signal à mi-distance.

Les premières expériences avaient été faites en 1738 entre la montagne de Sète et la Sainte-Victoire, nous transcrivons les résultats de 4 mesures de différence de longitude pour en faire apprécier la précision très supérieure à la méthode des satellites de Jupiter :

DM = 7 m 34 sec, 7 m 33,5 sec, 7 m 32,5 sec, 7 m 33 sec.

Sur le parallèle Brest-Strasbourg la méthode prononça en faveur de l'hypothèse de l'aplatissement. On trouvera ci-dessous un tableau dans lequel La Caille (11,1758) publie les valeurs des arcs de 1 degré qui résultent de ses mesures astronomiques et géodésiques sur la méridienne et qui montrent bien une décroissance moyenne vers le Sud :

Latitude	Rayon en toises	Latitude	Rayon en toises
49° 56'	57086	46° 51'	57056
49° 23'	57074,5	46° 35'	57048
49° 3'	57083,5	45° 45'	57045
47° 58'	57079	45° 43'	57032
47° 41'	57057,5	44° 53'	57037,5
		43° 31'	57048,5

et La Caille ajoute (11,1758), (2) "Si on admet la conjecture des Jésuites Italiens qui pensent qu'à Perpignan, le voisinage des Pyrénées a pu faire dévier le fil à plomb de notre instrument vers le Sud, ..., il faudra abandonner toutes les déterminations des degrés qui seront fondées sur les observations célestes faites à Perpignan et dans ce cas la table précédente se réduira..." à celle que l'on tire de la précédente en supprimant les deux dernières lignes.

L'honneur était sauf et la méridienne de France confirmait les conclusions tirées des mesures de Laponie, du Pérou et du Cap, mais il fallut refaire tous les calculs de la triangulation des Cassini puisqu'elle s'appuyait sur cette méridienne.

Influence de la pesanteur - théorie de Clairaut : les arguments des géodésiens plaident en faveur de

l'aplatissement ont été jusqu'ici évoqués de manière très vague et doivent être précisés pour être plus probants. Nous avons vu qu'au cours de leurs missions, Picard, Maupertuis, La Condamine, La Caille avaient mesuré la pesanteur locale, en déterminant en général les éléments du pendule simple synchrone du pendule composé utilisé. Précisons ce que nous entendons par là :

Le pendule simple est constitué par un fil très souple, non extensible, de poids négligeable, terminé par une sphère pesante, oscillant autour de l'extrémité fixe du fil tendu. On se rappelle que la demi-période d'oscillation est donnée par la formule

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ où } l \text{ est la longueur } OS, \text{ et } g \text{ la pesanteur}$$

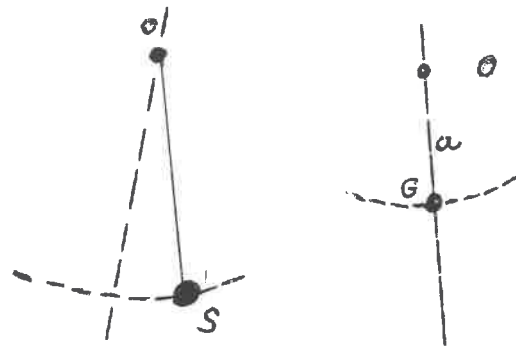


Fig. 11

Le pendule composé est un corps solide, théoriquement quelconque, en fait de forme géométrique très étudiée, de centre de gravité G, oscillant autour d'un axe fixe O.

La demi-période est donnée par

$$T = \pi \sqrt{\frac{I}{Mga}} \text{ où } I$$

est le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe O, M, la masse du solide, a, la distance OG. Si l'on pose $I/Ma = L$ on a

$$T = \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

L est appelé longueur du pendule simple synchrone (Fig. 11).

Les expériences de Mairan avaient fixé à 440,57 lignes la longueur du pendule simple battant la seconde à Paris ; reprenons les expériences de Maupertuis à Pello (tout près de Kittis). Il observe un pendule composé battant presque la seconde, qui accélérerait à Pello de 53,5 sec. et retardait à Paris de 5,6 sec., soit une variation de 59,1 sec. en 86400 secondes par rapport à Paris, donc, entre Paris et Pello, les pesanteurs sont dans le rapport

$$\left(\frac{86459,1}{86400} \right)^2 = 1.001369$$

par conséquent, le pendule simple synchrone, battant la seconde, à Pello aura pour longueur $440,57 \times 1,001369 = 441,17$ lignes, avec $g/g_0 = L/L_0$ (éventuellement).

Maupertuis, qui a pressenti l'importance des expériences de pendule, donne dans (15-C) un certain nombre de valeurs de la pesanteur relative par rapport à Paris, déterminées "... par des expériences qui ont été faites en différents lieux par les mêmes observateurs ou avec les mêmes instruments ; parce que les mêmes instruments et la même manière de s'en servir rendent plus sûre la comparaison des expériences."

En voici le tableau dont le titre est un admirable modèle de précision scientifique :

Table des différents poids d'une même quantité de matière dans différents lieux de la Terre.

Noms des lieux	Latitude	Poids	Observateurs
A Pello . . .	66° 48'	100137	MM Clairaut, Camus, le Monnier, & moi.
A Londres .	51 31	100018	M. Graham.
A Paris . . .	48 50	100000	Tous les Observateurs.
A Saint-Domingue .	19 48	99647	M. Deshayes.
A Saint-Domingue .	18 27	99732	M. Godin.
A la Jamaïque .	18 0	99744	M. Campbell.
A Saint-Christophe	17 19	99590	M. Deshayes.
A la Guadeloupe	16 0	99533	MM Varin, Deshayes, & de Glos.
A la Martinique	14 44	99533	M. Deshayes.
A Gorée . .	14 40	99546	MM Varin, Deshayes, & de Glos.
A Porto-Belo	9 33	99665	M. Godin.
A Cayenne	4 56	99716	M. Richer.
moins que		99533	M. Deshayes.

Ce fut Clairaut (1713-1765) qui en 1743, dans un travail capital intitulé "Théorie de la figure de la terre tirée de l'hydrostatique" (20) fit une synthèse générale des rapports entre pesanteur et forme de la terre. Il avait nous le savons, participé à l'expédition de Laponie où les expériences de pesanteurs avaient certainement retenu son attention. Dans le préambule de son livre il examine la théorie des "tourbillons" de Descartes pour dire qu'elle ne convient pas au problème, qui doit être traité dans l'esprit des résultats de Newton aidés des lois de l'hydrostatique "... Les lois de l'hydrostatique ne pourraient-elles pas permettre que cette masse d'eau eut une forme irrégulière, qu'elle fût aplatie par un pôle, allongée de l'autre et que les méridiens ne fussent pas semblables. En ce cas les opérations faites en Laponie, en France et au Pérou ne pourraient nous donner la

vraie figure de la terre... On sait par les premiers principes de cette science qu'un fluide ne saurait être en repos à moins que la surface ne soit de niveau c'est-à-dire perpendiculaire à la ligne à plomb, parce qu'alors chaque goutte n'a plus de pente à couler d'un côté que de l'autre. De là il suit que si la force avec laquelle tous les corps tombent étant toujours dirigée vers un même centre, la terre devrait être parfaitement ronde... mais si au contraire la pesanteur suit une ligne qui ne passe pas par le centre, la terre ne sera plus sphérique, mais elle aura la forme nécessaire pour qu'en chacun des points de la surface elle soit coupée perpendiculairement par la direction de la pesanteur en ce point. Toute la question de la forme de la terre est donc fondée sur la loi selon laquelle la force de pesanteur agit...".

Nous résumons ci-dessous quelques-uns des résultats fondamentaux de son ouvrage.

Étant donné un sphéroïde de révolution d'axe équatorial a et d'axe polaire b , symétrique par rapport à son équateur (Fig. 12), nous admettrons que le rapport $\frac{a-b}{a} = \alpha$ est petit.

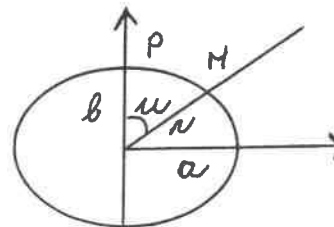


Fig. 12

Appelons g_p et g_e les pesanteurs respectives au pôle et à l'équateur

soit le rapport $\frac{g_p - g_e}{g_e} = \beta$,

désignons par ω la vitesse angulaire de la rotation du corps sur lui-même et appelons J_2 , le rapport $\frac{C-A}{Ma^2}$ de la différence des moments principaux d'inertie au produit Ma^2 de la masse du sphéroïde par le carré de l'axe équatorial.

L'équation du sphéroïde sera $r = a(1 - \alpha \cos^2 u)$ en première approximation.

Dans ces conditions, Clairaut montre (22) :

— que la pesanteur sera de la forme

$$g = g_e (1 + \beta \cos^2 u)$$

— qu'il existe trois relations entre les quantités α , β , J_2 et m où m est le rapport de l'accélération centrifuge à la pesanteur équatoriale,

$$m = \frac{\omega^2 a}{g_e} \quad (\alpha, \beta, J_2, m \text{ sont des nombres purs}).$$

$$(1) = 3/2 J_2 + 1/2 m$$

$$(2) = 2\alpha - 9/2 J_2 + m$$

$$(3) \alpha + \beta = 5/2 m$$

cette dernière équation étant tirée des deux premières par élimination de J_2 .

Elle est capitale : Clairaut dans son hypothèse suppose seulement que la surface limitant le corps est une surface de niveau constant (au sens du nivellement), celle qu'épouserait une pellicule liquide recouvrant totalement la surface.

La 3^e équation est donc indépendante des variations de densité, donc de la structure interne du sphéroïde, pourvu qu'il soit de niveau ; d'autre part la valeur de m est bien connue par l'expérience, on trouve $m \approx 1/288$, il suffit donc de connaître β , c'est-à-dire les variations de la pesanteur pour en déduire le rapport. On peut vérifier par un calcul que dans l'hypothèse d'une densité interne constante on trouve $\alpha = \beta = 5/4 m$ soit l'aplatissement

$$\alpha = \frac{5}{4 \times 288} = 1/230 \text{ trouvé par Newton.}$$

et que pour un corps quasi-sphérique, $J_2 = 0$, $\alpha = 1/2 m = 1/576$ valeur prévue par Huygens (21).

Supposant d'autre part, le solide en équilibre hydrostatique dans tout son volume, Clairaut en tire de très importantes conséquences sur la structure interne (21).

Les théories étaient en avance d'un siècle et demi par rapport aux possibilités techniques permettant leur pleine application.

1° — Elles justifiaient entièrement l'interprétation du résultat de Richer.

2° — Elles permettaient même de soupçonner des incompatibilités entre l'aplatissement que l'on pouvait obtenir en comparant la valeur calculée par la géométrie en attribuant au méridien un profil elliptique et la valeur tirée de la 3^e équation de Clairaut connaissant les valeurs de g mesurées à différentes latitudes, par exemple celles que l'on peut tirer du tableau de Maupertuis.

Clairaut ajoute "... Mais la comparaison de la théorie avec les observations achèvera peut-être de décider en faveur d'un système qui a déjà tant d'apparences d'être vrai, je veux dire celui de M. Newton. Car l'attraction étant supposée, je démontre que, toutes les hypothèses les plus vraisemblables qu'on puisse faire sur la densité des parties internes de la terre, il y a toujours une telle liaison entre la fraction qui exprime la différence des axes et celle qui exprime la diminution de la pesanteur du pôle à l'équateur que si l'une de ces deux fractions surpasse 1/230, l'autre doit être moindre et précisément de la même quantité, or comme toutes les expériences que l'on a faites sur la longueur du pendule nous montrent que la diminution de la pesanteur du pôle à l'équateur est plus grande que 1/230, on doit en conclure que la différence des axes est moindre".

Si on adopte pour Paris la valeur du pendule simple de Mairan (2) 440,57 lignes et la valeur de 0,225583 cm pour une ligne (8) on trouve $g = \pi^2 l/T^2$ avec $T = 1$ seconde, soit $g = 9,80812$; cette valeur est, par chance, très proche des valeurs actuellement mesurées à l'Observatoire de Paris. Si on l'applique au tableau de Maupertuis on trouve que toutes les valeurs 0,99533 - 0,99546 correspondraient à $g \approx 976,3$ et on sait aujourd'hui que de telles valeurs n'existent pas aux latitudes probables des mesures (voir Gorée). Si on supprime donc toutes les valeurs déterminées par Verin et Deshayes ou, ce qui revient

draît au même, si on les ramène à Cayenne au résultat de Richer, on trouve :

Latitude	4°56'	9°33'	18°0'	18°27'	48°50'	51°31'	66°48'
Maup.	0.99716	0.99665	0.99744	0.99732	1.00000	1.00018	1.00137
g	9.7811	9.7761	9.7838	9.7826	9.8089	9.8107	9.8224

Un calcul très simple montre alors que $0,00330 < \beta < 0,00365$ et que l'aplatissement tiré de la gravimétrie est compris entre 1/274 et 1/303.

On peut introduire la mesure de La Caille au Cap et l'on s'assure facilement qu'elle corrobore l'inégalité ci-dessus.

On sait d'autre part que le rayon de courbure d'une ellipse méridienne est donné par :

$$R = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 L)^{3/2}}$$

où L est la latitude et e² l'excentricité de l'ellipse avec $e^2 \neq 2\alpha$ tant que l'aplatissement est faible. On peut donc écrire :

$$\alpha = 0,5 \left[\left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{2/3} - 1 \right] / (\sin^2 L_1 - \sin^2 L_2)$$

où les indices 1 et 2 sont affectés respectivement aux latitudes moyennes auxquelles on a mesuré les rayons de courbure R1 et R2, or le rapport de ces rayons de courbure est précisément égal au rapport des arcs de 1° mesurés par triangulation.

On peut alors calculer l'aplatissement à partir des valeurs du tableau ci-dessous :

	1 Laponie	2 France	3 Pérou
Lat.	66°20'	49°29'	- 1°30'
Arc de 1°	57438	57074	56746

et on trouve :

$$\alpha_{12} = 1/125 \quad \alpha_{13} = 1/207 \quad \alpha_{23} = 1/299$$

Seule la valeur tirée de la comparaison des degrés de France et du Pérou est en accord avec la théorie de Clairaut. On peut aller plus loin : si l'on considère la méridienne de France révisée par La Caille et si l'on porte sur un graphique les valeurs du degré en fonction de la latitude tirées de la table de La Caille, tronquée comme on l'a dit plus haut, la droite moyenne représente la variation de ce degré. On démontre sans grandes difficultés que la pente de cette droite, qui est égale à :

$$\frac{dS}{dL} \text{ (dL}^\circ \text{ un degré) est donnée par } \frac{dS}{dL} = \frac{d(R\Delta L)}{dL}$$

$$\# a \times \frac{3}{2} e^2 \times \sin 2L \cdot \Delta L, \frac{dR}{dL} \text{ étant exprimée en}$$

$$\text{radians donc en degrés } \frac{dS}{dL} = \frac{3}{2} a e^2 \sin 2L (\Delta L)^2$$

avec $L = 1/57,30 = 0,0175$ or $e^2 = 2\alpha$ donc

$$\alpha \# \frac{dS}{dL} / 3a \sin 2L \cdot (\Delta L)^2. \text{ On voit tout de suite}$$

sur le graphique que $\frac{dS}{dL^\circ}$ est de l'ordre de 10 à 10.6 toises par degré et avec a... de 3 269307 toises.

$\alpha = (dS/dL^\circ)/3 \times 3269307 \times (0,0175)^2 \times 0,9962$
d'où $1/300.4 < \alpha < 1/283.4$ tel est l'ordre de grandeur de l'aplatissement qui résulterait de la méridienne de La Caille ; il est bien en accord avec les équations de Clairaut et avec la valeur tirée de l'aplatissement du couple France-Pérou, mais il ne l'est pas avec l'arc de Laponie.

Le raisonnement précédent revient exactement à dire que la variation du degré méridien en fonction de la latitude, nulle pour la sphère ce qui est évident, est maxima, à la latitude de 45° sur un méridien et d'autant plus forte que l'ellipsoïde est plus aplati. Il serait invraisemblable qu'un esprit aussi avisé que La Caille, qui savait parfaitement que pour l'aplatissement 1/230 de Newton, cette variation est de l'ordre de 13 toises au lieu de 10 ou 11 ne se soit pas rendu compte, lui et d'autres, que les aplatissements calculés sur les trois degrés de Laponie, de France et du Pérou jetaient un doute sur le degré de Laponie.

Discussion : il est toujours facile, après coup, 250 ans plus tard, de faire l'autopsie des opérations et de relever les fautes ou les erreurs commises dans des mesures aussi complexes, exécutées avec des méthodes et des instruments qui étaient à l'époque à la pointe du progrès, avec lesquels on ne ferait pas mieux aujourd'hui. Aussi bien, ce qui va suivre ne doit pas être considéré comme une critique des travaux de ces grands hommes que furent les géodésiens du XVII^e et du XVIII^e siècle, mais comme l'explication posthume d'anomalies qui, constatées par leurs contemporains, demeurèrent mystérieuses pendant longtemps.

1 — La reprise par La Caille et Cassini de Thury de l'arc Paris-Amiens souleva une polémique scientifique violente avec Lemmonier, nous l'avons dit.

Picard avait évalué le degré correspondant à 57060 toises de Paris. Au retour de l'expédition de Laponie, Maupertuis et Lemmonier, faisant confiance à la triangulation de Picard, reprirent l'amplitude astronomique de cet arc sur le segment N.D. de Paris - N.D. d'Amiens et trouvèrent 57183 toises-Picard.

La Caille dans sa méridienne trouve pour le même arc une valeur de 57074 toises, par 3 enchaînements, différents de ceux de Picard.

Il convient de faire la lumière sur cette discussion.

a — la valeur annoncée par Picard est faussée en ce qui concerne l'amplitude astronomique sur l'arc Malvoisine-Sourdon : il l'évalue à 1° 11'57" alors que s'il avait pu tenir compte de l'aberration annuelle inconnue à son époque, il aurait dû trouver une amplitude de 1° 12'04".

b — toutes corrections faites, des mesures récentes de l'IGN permettent d'évaluer à 1°11'50",3 l'amplitude correcte de l'arc Malvoisine-Sourdon ce qui donne sur le degré de Paris-Amiens, en conservant la triangulation de Picard, un degré de 57150 toises-Picard, soit en le corrigeant de 1/1000 pour l'échelle 57093 toises-La Caille, avec lequel la concordance est correcte.

c — l'amplitude trouvée par Lemmonier sur Paris-

Amiens et non sur Malvoisine-Sourdon, doit d'abord être corrigée de la réfraction (2) ce qui la ramène à 57167 toises. D'autre part, le côté Sourdon-Amiens de Picard est faux (7) et ceci n'a pas échappé à ses successeurs on trouve en effet :

Auteur	Toise	T. Picard	T. La Caille	T. Delambre
Picard		11161.7	11151	11150
La Hire		11135	11124	11123
La Caille			11128	11127
Delambre				11127.5
IGN				11126.9

et si on admet comme Delambre (2) qu'en moyenne, il faut diminuer l'échelle La Caille de 1/10 000 pour passer à la sienne, on en arrive à cette conclusion que le côté Sourdon-Amiens est, chez Picard, faux de 24 toises qui projetées sur le méridien en font 23, soit pour Lemmonier un degré de 57144 toises-Picard ou 57087 toises en bon accord avec la valeur obtenue par La Caille.

Malgré l'évidence, Lemmonier n'acceptait pas le systématisme de 1/1000 trouvé par La Caille et Cassini sur la base de Picard, et c'est pourquoi il suscita des vérifications sous contrôle de l'académie des Sciences qui toutes donnèrent raison aux mesures de La Caille et Cassini de Thury, mais ces discussions avaient eu des échos à l'extérieur, si bien qu'Euler, le célèbre mathématicien en vint à soupçonner la nouvelle méridienne de France et à attribuer une erreur de 125 toises à la mesure du degré Paris-Amiens, pour l'accorder avec un de ses calculs. La Caille (11,1755) lui oppose une réponse indignée qui se termine ainsi "Sans faire tort aux autres mesures, je suis convaincu, et par l'expérience que j'ai acquise en cette sorte de travail, et par les peines et les précautions que nous avons prises dans le temps, qu'il n'y a pas de distance terrestre plus exactement déterminée que celle de Paris à Amiens ; qu'il ne doit pas y avoir 10 toises d'erreur ; et je me crois bien fondé d'avancer que ceux qui ont écrit d'une manière si vague, que la longueur du degré mesurée en France est incertaine, l'ont fait sans examen, sans raison et par conséquent contre toutes les règles de la méthode et de la justice." Toutes les vérifications ultérieures ont confirmé la valeur de ses travaux, et la discussion d'ailleurs s'arrête là.

2 — L'arc de Laponie ne tarda pas à être soupçonné, quels que fussent par ailleurs les soins extrêmes apportés à sa mesure. Maupertuis était peut-être ami de sa publicité personnelle mais c'était un savant méticuleux qui avait pris toutes les précautions nécessaires à assurer la rigueur scientifique de ses travaux ; cependant comme nous l'avons vu, il y avait désaccord entre les mesures de Laponie, de France et du Pérou dans le cas de l'hypothèse de l'ellipsoïde.

a — Une première révision sera faite par Svanberg (22) qui, entre 1801 et 1803 mesure un arc un peu plus long que celui de Maupertuis, tout en s'efforçant de restationner ses sommets, difficiles à identi-

fier exactement. Il constate que l'amplitude géodésique annoncée par Maupertuis s'accorde à 5 ou 6 toises avec celle qu'il propose (2), l'erreur si elle existe a donc été commise sur l'amplitude astronomique, malheureusement Svanberg n'a pas stationné les termes de Maupertuis. Il trouve pour un arc de 92 777.981 toises une amplitude de $1^{\circ} 37' 19'' 566$ ce qui à la latitude de $61^{\circ} 20'$ donne un degré de 57196.2 T, soit une différence de 242 toises avec Maupertuis !

b — Une autre vérification a été entreprise tout exprès en 1928 par l'Institut géodésique Finnois qui s'est ingénié à retrouver les stations de Maupertuis et surtout à reprendre les mesures astronomiques (23). Y. Leinberg chargé de l'opération s'est efforcé d'identifier la position des observations de Maupertuis, ce qui pour Tornéa ne présente aucune difficulté, et pour Kittis peut être reconstitué au plus mal à 10 mètres près et très probablement mieux (23).

Il trouve ainsi en les déterminant par la méthode de Talcott, méthode méridienne de détermination de la latitude en observant des couples d'étoiles symétriques par rapport au zénith de la station, les latitudes suivantes :

A Tornéa $L = 65^{\circ} 50' 51'' ,78$ (23 couples)

A Kittis $L = 66^{\circ} 48' 29'' ,23$ (23 couples)

soit une amplitude de $57' 37'' ,5$ différent de $8'' ,8$ de l'amplitude de $57' 28'' ,7$ trouvée par Maupertuis.

D'autre part, calculant pour les époques des observations de la mission française la déclinaison des 2 étoiles α et δ Draconis dont les mouvements propres sont bien connus et appliquant l'équation des mesures méridiennes :

Latitude = Déclinaison \pm Distance zénithale, Leinberg en déduit le zo de la graduation du secteur qui devrait être une constante si l'instrument était invariable : il trouve ainsi : (26)

zo = $69^{\circ} 48' 42'' ,5 - 66^{\circ} 48' 29'' ,3 = 3^{\circ} 00' 13'' ,2$
Kittis

zo = $68^{\circ} 51' 14'' ,8 - 65^{\circ} 50' 51'' ,8 = 3^{\circ} 00' 23'' ,0$
Tornéa

zo = $68^{\circ} 51' 10'' ,5 - 65^{\circ} 50' 51'' ,8 = 3^{\circ} 00' 18'' ,7$
Tornéa

zo = $69^{\circ} 48' 42'' ,4 - 66^{\circ} 48' 21'' ,3 = 3^{\circ} 00' 13'' ,1$
Kittis

et l'on voit clairement que le point zénithal que le constructeur (Graham) avait indiqué à $3^{\circ} 00' 18''$ a varié au cours des transports de Kittis à Tornéa (novembre 1736) et de Tornéa à Kittis (avril 1737) ; on ne peut qu'approuver les réticences de Delambre (2) lorsqu'il reproche à Maupertuis d'avoir négligé parce "qu'incommode", le retournement de l'instrument dans le méridien, qui lui aurait évité cette erreur, car on voit que le zo à Tornéa étant en moyenne à $3^{\circ} 00' 20'' ,8$ et à $3^{\circ} 00' 13'' ,2$ à Kittis, l'erreur de l'arc est presque toute entière contenue dans cette variation. Par surcroît de malheur, au retour à Paris, avant l'opération d'Amiens, on retrouva $3^{\circ} 00' 18''$ comme zo de l'appareil, à $\pm 1''$ près. Et pourtant Maupertuis croyait bien s'être prévalu contre cette erreur, avant les voyages Kittis-Tornéa et Tornéa-Kittis, il avait fait voyager son secteur au voisinage de la station pour s'assurer qu'on retrouverait bien la même valeur sur une étoile donnée... fatalité, ou négligence regrettable.

Maupertuis aurait donc dû trouver en valeur brute un arc de 54941, 4 toises pour une amplitude de $57' 37'' ,5 = 0,960417$ soit 57205,8 toises ce qui a une dizaine de toises près recoupe la valeur de Svanberg, et si on tient compte de certaines corrections d'échelle qu'énumère Leinberg mais dont les éléments de calcul ne sont pas tous indiqués, c'est aux environs de 57181 toises que son degré eut été évalué.

Reprenant les calculs sur la première valeur (57205,8) on trouve les aplatissements suivants :

$\alpha 12 = 1/343$

$\alpha 13 = 1/310$

$\alpha 23 = 1/219$ (pour mémoire)

en accord correct avec les théories de Clairaut.

Et maintenant supposons un instant que les académiciens de Laponie aient commis en sens inverse, l'erreur de 200 toises, ce qui était parfaitement possible; ils seraient revenus avec un degré de 57000 toises ce qui aurait confirmé les résultats des Cassini I et II. Concluons que la providence veillait sur la géodésie, et que comme l'affirme un personnage de "DONOGOO" de Jules Romains, l'erreur scientifique est parfois féconde.

(A suivre)

Bibliographie

(1) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. Tome VII. 1666-1699.

(2) J.-B. Delambre : Grandeur et Figure de la Terre. Publié par les soins de G. Bigourdom.

(3) J.-B. Delambre : Histoire de l'Astronomie, Astronomie moderne. Tome III.

(4) L. Gallois : L'Académie des Sciences et les origines de la Carte de Cassini. Annales de géographie. 1909 N° 99.

(5) R. Taton : J. Picard et la mesure de l'arc de Méridien, Paris-Amiens. Colloques internationaux du CNRS. N° 590. La découverte de la France au XVII^e siècle.

(6) Colonel Berthaut : La carte de France 1750-1898. Service géographique de l'Armée - 1898.

(7) J.-J. Levallois : La détermination du rayon terrestre par J. Picard en 1669-1671. Bulletin géodésique. Volume 57. 1983.

(8) Annuaire du Bureau des Longitudes. 1974.

(9) A. Danjon et A. Couder : Lunettes et télescopes. A. Blanchard. Paris.

(10) La Hire : Traité du Nivellement par M. Picard de l'Académie des Sciences, avec une relation de quelques nivellements faite par ordre du Roy... mis en lumière par les soins de M. de La Hire.

(11, N) Mémoires ou Histoire de l'Académie Royale des Sciences (année N).

(12) J. Cassini : Traité de la Grandeur et de la Figure de la Terre (1723).

(13) Cassini de Thury : La méridienne de l'Observatoire Royal de Paris vérifiée dans

toute l'étendue du Royaume (1744).

(14) Cassini de Thury : Description géométrique de la France (1780).

(15) Maupertuis : Œuvres de M de Maupertuis (4 tomes)

a) discours sur les différentes figures des astres,

b) mesure de la terre au cercle polaire,

c) relation du voyage fait par ordre du Roi au cercle polaire, pour déterminer la figure de la Terre.

(16) Outhier : Journal d'un voyage au Nord en 1736 et 1737.

(17) P. Bouguer : La figure de la terre, déterminée par les observations de MM. Bouguer et La Condamine.

(18-a) Ch. de La Condamine : Journal d'un voyage fait par ordre du Roi à l'Équateur.

(18-b) Ch. de La Condamine : Mesure des trois premiers degrés du Méridien dans l'hémisphère austral.

(19) Florence Trystram : Le procès des étoiles. Seghers 1979.

(20) Cl. Clairaut : Théorie de la figure de la terre tirée de l'Hydrostatique.

(21) J.-J. Levallois : Géodésie générale (tome III).

(22) J. Svanberg : Exposition des opérations, faites en Laponie, pour la détermination d'un arc de méridien en 1801, 1802 et 1803.

(23) J. Leinberg : Über die Ergebnisse der Maupertuischen Gradmessung in Lapland (CR de la quatrième séance de la commission géodésique Baltique. 1929).