

une opération topométrique méconnue

le relèvement 3D sur 2 points

Claude Million

En 1983 a été publié dans la revue ESGT une étude sur les possibilités de calcul d'un relèvement sur deux points.

La dernière publication de GEOTOP reprend cette proposition :

Un tel type de relèvement ne demande que deux points connus dans leurs trois coordonnées, donc y compris leur altitude, qui seront visés du point inconnu en mesurant deux distances zénithales sur les deux points connus et l'angle horizontal A sous lesquels ces deux points connus sont vus du point inconnu. La solution obtenue est mauvaise si l'angle horizontal est très petit ou si les deux visées zénithales sont trop peu inclinées sur l'horizontale, une seule des deux pouvant être peu inclinée si l'autre l'est (Particularité qu'on peut utiliser pour faire un excentrement sans mesure linéaire).

Soit B et C deux points connus dans leurs trois coordonnées X, Y et Z. D'un point A inconnu on a mesuré l'angle horizontal A des directions AB et AC et les distances zénithales dZ_1 sur B et dZ_2 sur C, on a :

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$$

On remarquera que si D est le diamètre du cercle, de centre O, du segment capable de l'angle A, et α l'angle ABO :

$$\text{Diamètre } D = \frac{BC}{\sin(A)}$$

$$AB = D \cdot \cos(\alpha)$$

$$AC = D \cdot \cos(\alpha + A)$$

AB, BC et CA étant les projections horizontales des vecteurs correspondants précédents.

On calcule Z_a altitude de A par les deux trajets possibles de B vers A et de C vers A :

$$Z_a = Z_b - \frac{BC}{\sin(A)} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cotg(dZ_1)$$

$$Z_a = z_c - \frac{BC}{\sin(A)} \cdot \cos(\alpha + A) \cdot \cotg(dZ_2)$$

Par conséquent en égalant les deux seconds membres et en développant $\cos(\alpha + A)$ on a :

$$\frac{Z_b - Z_c}{BC} \cdot \sin(A) = \cos(\alpha) \cdot \cotg(dZ_1) - \cos(\alpha) \cdot \cos(A) \cdot \cotg(dZ_2) - \sin(\alpha) \cdot \sin(A) \cdot \cotg(dZ_2)$$

En prenant α pour inconnue à calculer, on obtient l'équation trigonométrique classique suivante :

$$\frac{Z_a - Z_b}{BC} \cdot \sin(A) = \cos(\alpha) \cdot (\cotg(dZ_1) - \cos(A) \cdot \cotg(dZ_2)) - \sin(\alpha) \cdot (\sin(A) \cdot \cotg(dZ_2))$$

Cette équation est de la forme :

$$R = P \cdot \cos(\alpha) - Q \cdot \sin(\alpha)$$

$$R = k \cdot \cos(\Phi) \cdot \cos(\alpha) - k \cdot \sin(\Phi) \cdot \sin(\alpha)$$

$$\frac{R}{k} = \cos(\Phi) \cdot \cos(\alpha) - \sin(\Phi) \cdot \sin(\alpha)$$

$$\frac{R}{k} = \cos(\alpha + \Phi)$$

$$\text{tg}(\Phi) = \frac{Q}{P}$$

$$\cos(\alpha + \Phi) = \frac{R}{P} \cdot \cos(\Phi)$$

Le calcul de $\cos\Phi$ par la tangente est facile ; on calcule ensuite α . On dispose alors de tous les éléments pour calculer les coordonnées de A à partir de B ou de C.

De fait, si on développe la portion du cylindre ayant pour section droite la portion de cercle de segment capable d'angle A, la détermination du point se réduit à l'intersection de deux demi-sinusoides : la solution est unique, mais elle peut, aussi, ne pas exister !

Tout ceci, sauf l'unicité de la solution qui avait échappé à son auteur, était dans l'article de 1983, cela a été précisé avec des exemples dans la revue GEOTOP.

NDLR : la version intégrale et développée de cet article est disponible sur demande à l'AFT.

